三星时差定位系统的多时差联合定位方法

任文娟*①② 胡东辉①② 丁赤飚①
①(中国科学院电子学研究所 北京 100190)
②(中国科学院空间信息处理与应用系统技术重点实验室 北京 100190)

摘 要：辐射源的定位精度是无源被动定位系统重要的性能指标，如何提高定位精度也是一直被关注的重点问题。在三星时差定位系统中，由于时差的测量精度有限，单脉冲时差定位的精度受到限制。为了提高辐射源定位精度，该文提出一种多时差联合定位方法，即综合利用多个脉冲的时差进行定位。该方法首先计算每个脉冲到达时刻的三星位置，然后联立所有脉冲的时差方程及地球方程，利用非线性最小二乘方法估计辐射源的位置。仿真结果表明该方法能够提高辐射源的定位精度，是一种定位精度比较高的、稳定而有效的定位方法。

关键词：三星时差定位；定位精度；单脉冲定位；多时差联合定位；非线性最小二乘
中图分类号：TN957.51 **文献标识码**：A **文章编号**：2095-283X(2012)03-0262-08
DOI: 10.3724/SP.J.1300.2012.20050

Multi-TDOA Location Algorithm for Three Satellites TDOA Passive Location System

Ren Wen-juan①② Hu Dong-hui①② Ding Chi-biao①
①(*Institute of Electronics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*)
②(*Key Laboratory of Technology in Geo-spatial Information Processing and Application System*, *Institute of Electronics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*)

Abstract: Location precision of radiant source is the primary performance of passive location system, and how to improve location precision is an important problem which always attracts attention. In three satellites Time Difference Of Arrival (TDOA) passive location system, location precision of single pulse location is limited by the error of TDOA measure. For improving location precision of radiant source, multi-TDOA location algorithm which estimates the position of target combining all the TDOAs is proposed in this paper. The new algorithm calculates three satellites' positions at the arrival time of each pulse firstly, and then combines all pulses' TDOA equations and earth equation, lastly estimates the position of radiant source using least square algorithm. The result of simulations shows that the new algorithm can improve location precision of radiant source, and it is a steady and effective location method with higher location precision.

Key words: Three satellites Time Difference Of Arrival (TDOA) passive location; Location precision; Single pulse location; Multi-TDOA location; Nonlinear least square

1 引言

无源定位系统[1,2]本身不发射电磁波，仅通过被动测量对辐射源进行定位，这对提高系统在电子战环境下的生存能力具有重要的作用。三星时差定位体制[3]是一种以电子侦察卫星为平台的无源定位方式，它利用 3 颗编队飞行的中低轨卫星，通过测量某一时刻地(海)面同一个辐射源信号到达三星的时间差，来确定两个不同的等时差双曲面，再加上地球面的约束，实现对辐射源的实时精确定位。三星时差定位系统具有精度高、定位快、覆盖范围广、不易受到干扰等优势，是一种常用的无源定位体制。

三星时差定位精度主要取决于时差测量误差、星址测量误差以及辐射源和卫星的相对位置关系[3−6]。在信号处理过程中，定位系统通过脉冲配对[7−9]可以得到同一个辐射源的多个脉冲的时差。由于辐射源与卫星间的相对运动，时差会出现漂移现象[10]，即多个时差间存在差异。由于卫星位置仅在某些时刻(称为基准时刻)给出，故只能利用在基准时刻附近到达脉冲的时差进行定位，这种方法称为单脉冲定位方法。受到时差测量误差和卫星位置偏差的影响，

2012-07-09 收到，2012-09-04 改回；2012-09-10 网络优先出版
国家自然科学基金(60972149)资助课题
*通信作者： 任文娟 renandliang@sina.com

该方法定位误差比较大。除了单脉冲定位方法，文献[10]提出了利用多个脉冲的时差信息进行定位的方法。它认为在较短时间内时差和到达时刻近似呈线性变化，故采用一阶线性模型将各时差递归到基准时刻上，然后利用求得的基准时刻的时差进行定位，本文称之为递归时差定位方法。该方法由多个时差估计基准时刻时差，能够提高时差精度，进而提高定位精度。但是时差估计精度受到脉冲个数和线性近似程度的影响，当脉冲个数较少或脉冲持续时间较长时，时差精度的提高十分有限甚至出现精度降低，因此该方法对定位精度的改善效果有限且并不稳定。如何充分利用多个时差信息来提高辐射源的定位精度是本文研究的主要问题。

针对上述问题，本文提出多时差联合定位方法，即利用所有时差信息估计辐射源位置。该方法首先需要根据基准时刻卫星位置估计每个脉冲到达时刻的三星位置，这样根据多个时差和对应卫星位置可以得到多个双曲线方程，然后利用参数估计方法估计辐射源位置。可以看出，该方法综合了大量时差数据，相比单脉冲时差定位方法，它增加了信息量，并避免了卫星位置偏差。相比递归时差定位方法，该方法模型精确，不受近似条件的影响，充分利用了多个时差信息。仿真实验证明该方法的定位精度高于单脉冲定位方法和递归时差定位方法，是一种定位精度比较高且稳定的定位方法。

2　现有定位方法

三星时差定位系统的几何模型如图 1 所示。定位系统由一个主星 S_0 和两个辅星 S_1，S_2 组成，3 颗卫星分别接收地(海)面辐射源 X 发射的脉冲串信号，并测量每个脉冲的到达时间、载频、脉宽等参数。假设定位系统对 t_s 和 t_e 时间段内三星收到的脉冲串信号进行处理，系统仅给出了初始 t_s 时刻的 3 颗卫星的位置。假设某个辐射源的位置为 $\boldsymbol{X}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$，$t_s$ 时刻 3 颗卫星的位置数据分别为 $\boldsymbol{S}_0(t_s)$，$\boldsymbol{S}_1(t_s)$ 和 $\boldsymbol{S}_2(t_s)$。经过脉冲配对[7−9]后得到该辐射源的 N 个配对脉冲，其中第 i 个脉冲到达主星和两个辅星的时间分别为 t_{i0}，t_{i1} 和 t_{i2}，则该脉冲到达主星和两颗辅星的时差分别为 $\Delta t_{i1}=t_{i1}-t_{i0}$，$\Delta t_{i2}=t_{i2}-t_{i0}$。所有脉冲的时差之间存在时差漂移现象，即各时差之间存在微小差异。

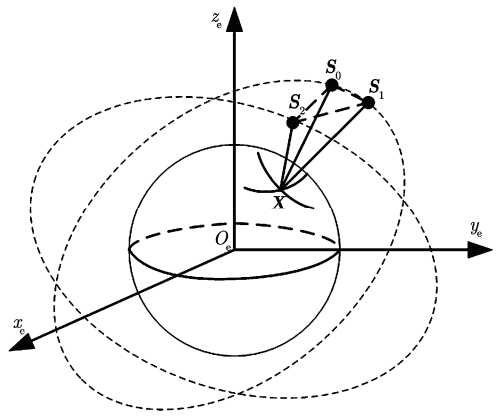


图 1 三星时差定位的模型

单脉冲定位方法是利用某一个脉冲的时间差进行定位，由于卫星位置数据是在 t_s 时刻给出的，故选取离 t_s 时刻最近的第 1 个脉冲的时差进行定位计算，其定位方程组为

$$\begin{cases}\left\|\boldsymbol{S}_1(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|=\Delta t_{11}\cdot c\\ \left\|\boldsymbol{S}_2(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|=\Delta t_{12}\cdot c\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{a^2\left(1-e^2\right)}=1\end{cases}\tag{1}$$

其中，c 为电磁波传播速率，a 为地球长轴，e 为 WGS-84 地球椭球的第一偏心率。前两个式子分别对应两个等时差双曲面，后一个式子是基于 WGS-84 地球椭球模型的地球方程。两个双曲面分别和地球面相交形成两条曲线，两条曲线的交点即为地面辐射源的位置。式(1)的求解方法参见文献[11, 12]。

递归时差定位方法[10]认为在较短时间内时差和到达时刻近似呈线性变化，因此采用一阶线性模型分别将各时差 $\Delta t_{i1}\,(i=1,2,\cdots,N)$ 和 $\Delta t_{i2}\,(i=1,2,\cdots,N)$ 递归到 t_s 时刻得到该时刻的两个时差 dt_1 和 dt_2，如式(2)所示。然后再用 dt_1 和 dt_2 代替式(1)中的 Δt_{11} 和 Δt_{12}，得到式(3)所示的定位方程组

$$\begin{cases}\mathrm{dt}_1=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)^2\sum\limits_{i=1}^{N}\Delta t_{i1}-\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)\Delta t_{i1}}{N\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)^2-\left[\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)\right]^2}\\ \mathrm{dt}_2=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)^2\sum\limits_{i=1}^{N}\Delta t_{i2}-\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)\Delta t_{i2}}{N\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)^2-\left[\sum\limits_{i=1}^{N}(t_{i0}-t_s)\right]^2}\end{cases}\tag{2}$$

$$\begin{cases}\left\|\boldsymbol{S}_1(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|=\mathrm{dt}_1\cdot c\\ \left\|\boldsymbol{S}_2(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0(t_s)-\boldsymbol{X}\right\|=\mathrm{dt}_2\cdot c\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{a^2\left(1-e^2\right)}=1\end{cases}\tag{3}$$

从式(1)和式(3)可以看出，单脉冲定位方法和递归时差定位方法的定位方程形式及解算方法相同，它们的理论定位精度用几何精度衰减因子[5](Geometrical Dilution of Precision, GDOP)描述。

两种方法的不同仅在于利用了不同的时差量，前者利用的是某一个脉冲的到达时间差，而后者利用的时差是由所有脉冲时差递归到基准时刻的时差，该时差的估计精度存在一个理论下限，即克拉美-劳下界(Cramer-Rao Lower Band, CRLB)。假设时间测量的均方根误差为 σ，则单脉冲定位方法中的时差测量均方根误差为 $\delta=\sqrt{2}\sigma$，设递归时差定位方法中时差的均方根误差的CRLB为 ρ，则

$$\rho=\delta\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(t_{i0}-t_{\mathrm{s}}\right)^2\Bigg/\left\{N\sum_{i=1}^{N}\left(t_{i0}-t_{\mathrm{s}}\right)^2-\left[\sum_{i=1}^{N}\left(t_{i0}-t_{\mathrm{s}}\right)\right]^2\right\}} \tag{4}$$

根据线性模型，假设脉冲等间隔的到达卫星，且 $t_{10}-t_{\mathrm{s}}=T/(N-1)$，则 $t_{i0}-t_{\mathrm{s}}=\left[T/(N-1)\right]i$，$T$ 为脉冲持续时间，可将式(4)简化为

$$\rho=\delta\Bigg/\sqrt{N-\left[\sum_{i=1}^{N}i\right]^2\Bigg/\sum_{i=1}^{N}i^2} \tag{5}$$

ρ/δ 随脉冲个数 N 的变化曲线如图2所示，从图中可见，在脉冲个数比较多时($N>5$)，$\rho/\delta<1$，即递归时差精度高于单脉冲的时差测量精度，此时递归时差定位精度高于单脉冲定位精度。

当脉冲持续时间 T 较大时，递归时差定位方法中的线性模型可能不成立。按照文献[6, 13]中的分析结果，假设主星和辅星1在同一轨道上运行，间距基本保持不变，辅星2在另一轨道上运行。辐射源到达主星和辅星1的时间差 Δt_1 的变化规律基本不变，但是辐射源到达主星和辅星2的时间差 Δt_2 会随着辐射源位置的不同而发生变化。图3所示是某个辐射源的时差 Δt_1 和 Δt_2 在整个被观测时段内的变化曲线，从图中可知，在卫星运行的某些时刻，当脉冲持续时间较长时，时差的线性变化模型并不总是成立的。

从上述分析可以看出，单脉冲定位方法没有利用多个脉冲的时差信息，它的定位精度受到时差测量误差的限制。递归时差定位方法虽然利用了多个脉冲的时差信息，但是它的精度受到脉冲个数和线性近似模型的限制，对定位精度的改善不稳定。为了寻求一种稳定的高精度定位方法，本文提出了多时差联合定位方法。

3 多时差联合定位方法

3.1 联合定位方程

要充分利用信号处理得到的同一个辐射源的多个脉冲信息，一种思路是对所有脉冲的时差进行综合处理，得到一个精度比较高的时差。除此之外也可以更直接的将每个脉冲的时差建立时差方程并参与定位计算，此时需要首先求得每个脉冲到达时 3 颗卫星的位置。基于上述思路本文提出了多时差联合定位方法，对于第 i 个脉冲，首先估计该脉冲到达 3 颗卫星的时刻 t_{i0}，t_{i1}，t_{i2} 时的卫星位置 $\boldsymbol{S}_0\left(t_{i0}\right)$，$\boldsymbol{S}_1\left(t_{i1}\right)$，$\boldsymbol{S}_2\left(t_{i2}\right)$，然后得到该脉冲时差对应的时差方程组。对每个脉冲均做上述处理就得到多个脉冲时差形成的方程组，联立地球椭球方程得到如式(6)所示的联合定位方程，最后利用参数估计方法计算辐射源位置。

$$\begin{cases}\left\|\boldsymbol{S}_1\left(t_{i1}\right)-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0\left(t_{i0}\right)-\boldsymbol{X}\right\|=\Delta t_{i1}\cdot c\\ \left\|\boldsymbol{S}_2\left(t_{i2}\right)-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0\left(t_{i0}\right)-\boldsymbol{X}\right\|=\Delta t_{i2}\cdot c\\ \quad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad , \quad i=1,2,\cdots,N\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{a^2\left(1-e^2\right)}=1\end{cases} \tag{6}$$

从上述说明可以看出，多时差联合定位方法主要分为两步，第1步是估计每个脉冲到达时刻3颗卫星的位置，从而得到联合定位方程组。第2步是求解非线性方程组，得到辐射源的位置。下面首先给

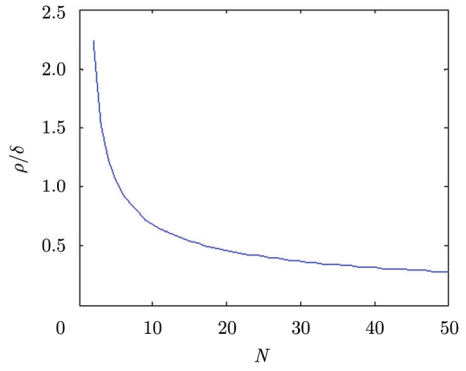


图2 ρ/δ 随N的变化曲线

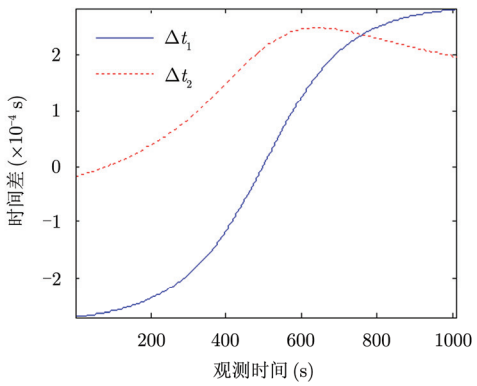


图3 时间差随时间的变化曲线

出该多时差联合定位方法两个步骤的计算流程，然后推导了该定位方法定位误差的 CRLB。

3.2 计算流程

估计脉冲到达时刻的卫星位置一般利用直线拟合方法，此时需要用到脉冲到达时刻所在的当前秒和下一秒基准时刻的卫星位置。若定位系统每一秒广播一次卫星位置，则每秒基准时刻卫星位置可以直接从系统获得，否则需要根据若干秒的卫星位置通过曲线拟合的方法计算得到，在此不再讨论。假设 t_s+1 时刻 3 颗卫星的位置分别为 $\boldsymbol{S}_0(t_s+1)$，$\boldsymbol{S}_1(t_s+1)$ 和 $\boldsymbol{S}_2(t_s+1)$，下面说明由 $\boldsymbol{S}_0(t_s)$ 和 $\boldsymbol{S}_0(t_s+1)$ 估计 $\boldsymbol{S}_0(t_{i0})$ 的方法（$t_s<t_{i0}<t_s+1$）。

由于在 1 s 的时间内卫星运行时刻和卫星位置非常逼近线性变化，故有以下方程成立，

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}t_s+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{S}_0(t_s)\\ \boldsymbol{A}(t_s+1)+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{S}_0(t_s+1)\end{cases} \tag{7}$$

求解式(7)，可以得到系数矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{S}_0(t_{i0})$ 可表示为

$$\boldsymbol{S}_0(t_{i0})=\boldsymbol{A}t_{i0}+\boldsymbol{B} \tag{8}$$

求解式(7)，式(8)，可求得 $\boldsymbol{S}_0(t_{i0})$ 为

$$\boldsymbol{S}_0(t_{i0})=\boldsymbol{S}_0(t_s)+\left[\boldsymbol{S}_0(t_s+1)-\boldsymbol{S}_0(t_s)\right](t_{i0}-t_s) \tag{9}$$

同理可由 $\boldsymbol{S}_1(t_s)$ 和 $\boldsymbol{S}_1(t_s+1)$ 得到 $\boldsymbol{S}_1(t_{i1})$，由 $\boldsymbol{S}_2(t_s)$ 和 $\boldsymbol{S}_2(t_s+1)$ 得到 $\boldsymbol{S}_2(t_{i2})$。

根据求得的卫星位置可以列出时差方程，定义每个脉冲的时差观测量和时差函数为 $\boldsymbol{Z}_i=[\Delta t_{i1},\Delta t_{i2}]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X})=[f_{i1},f_{i2}]^{\mathrm{T}}$，对于由多个时差方程和地球方程联立的定位方程组，设 $\boldsymbol{Z}=[\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$，

$$\begin{cases}f_{i1}=\left(\left\|\boldsymbol{S}_1(t_{i1})-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0(t_{i0})-\boldsymbol{X}\right\|\right)/c\\ f_{i2}=\left(\left\|\boldsymbol{S}_2(t_{i2})-\boldsymbol{X}\right\|-\left\|\boldsymbol{S}_0(t_{i0})-\boldsymbol{X}\right\|\right)/c\\ \quad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad , \quad i=1,2,\cdots,N\\ f=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{a^2(1-e^2)}\end{cases} \tag{10}$$

则联合定位方程式(6)可写为 $\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，利用非线性最小二乘估计方法计算辐射源位置的迭代步骤[11]如下：

(1) 将前一次目标位置(初始位置为单脉冲定位结果) $\boldsymbol{X}^{(k-1)}$ 代入定位方程以及定位方程的导函数，求出在该点的函数值 $\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{X}^{(k-1)}\right)$ 和 $\boldsymbol{F}'\left(\boldsymbol{X}^{(k-1)}\right)$；

(2)利用公式

$$\boldsymbol{X}^{(k)}=\boldsymbol{X}^{(k-1)}+\left[\boldsymbol{F}'\left(\boldsymbol{X}^{(k-1)}\right)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{Z}-\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{X}^{(k-1)}\right)\right)$$

求出目标的新位置 $\boldsymbol{X}^{(k)}$；

(3) 求得距离 $d_k=\left\|\boldsymbol{X}^{(k)}-\boldsymbol{X}^{(k-1)}\right\|$，若 d_k 小于门限，则停止迭代，否则进入下一轮迭代。

从上述方法流程的描述中可以看出，多时差联合定位方法综合利用了所有脉冲的时差信息，对脉冲个数、脉冲间隔没有任何限制，方法模型精确。它只需要估计脉冲到达时刻的卫星位置，而这一步骤运算简单、且能够达到很高的估计精度，因此多时差联合定位方法是一种简单且实用的定位方法。

3.3 定位误差的 CRLB

多时差联合定位方法的本质是参数估计，它所能达到的最小估计误差为克拉美-劳下限[14](CRLB)。根据 3.2 节中的定义，设定位系统获得 N 个脉冲的时差测量集为 $\boldsymbol{Z}^N=\{\boldsymbol{Z}_i,i=1,2,\cdots,N\}$，三星时差定位系统的测量方程为

$$\boldsymbol{Z}_i=\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{n}_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{11}$$

其中测量噪声 $\boldsymbol{n}_i$ 为互相独立的零均值高斯白噪声，其协方差为

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}2\sigma^2 & \sigma^2\\ \sigma^2 & 2\sigma^2\end{bmatrix}$$

σ 为到达时间的测量均方根误差。用测量集 $\boldsymbol{Z}^N$ 对位置 $\boldsymbol{X}$ 估计的似然函数为

$$\Lambda_{\boldsymbol{Z}^N}(\boldsymbol{X})=U\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[\boldsymbol{Z}_i-\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X})\right]^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{R}^{-1}\left[\boldsymbol{Z}_i-\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X})\right]\right\} \tag{12}$$

其中 U 是与 $\boldsymbol{X}$ 无关的系数。则目标位置 $\boldsymbol{X}$ 估计的协方差阵的下限 **CRLB** 为

$$\begin{aligned}\mathbf{CRLB}&=-E\left[\frac{d^2}{d\boldsymbol{X}^2}\ln\Lambda_{\boldsymbol{Z}^N}(\boldsymbol{X})\right]^{-1}\\&=\left(\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{X})\right)^{-1}\end{aligned} \tag{13}$$

其中记号 $E[\cdot]$ 是统计均值，$\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{X})$ 为 $\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X})$ 的雅克比矩阵，可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_i&=\frac{d\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X})}{d\boldsymbol{X}}\\&=\begin{bmatrix}(C_{i01}-C_{i11})/c & (C_{i02}-C_{i12})/c & (C_{i03}-C_{i13})/c\\ (C_{i01}-C_{i21})/c & (C_{i02}-C_{i22})/c & (C_{i03}-C_{i23})/c\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{14}$$

其中 $C_{ij1}=(x-x_{ij})/r_{ij}$，$C_{ij2}=(y-y_{ij})/r_{ij}$，$C_{ij3}=(z-z_{ij})/r_{ij}$，$r_{ij}=\sqrt{(x-x_{ij})^2+(y-y_{ij})^2+(z-z_{ij})^2}$，

$\boldsymbol{S}_j\left(t_{ij}\right)=\left[x_{ij},y_{ij},z_{ij}\right]^{\mathrm{T}}$ 分别为第 i 个脉冲到达时 3 颗卫星的位置，$j=0,1,2$。

由于非线性估计问题一般都需要迭代处理，故需要一个辐射源位置的初始值。此初始值通常利用单脉冲定位方法得到，即在辐射源位置的估计过程中，除了时差观测量，还有一次观测量是位置，若设单脉冲定位的协方差矩阵[5]为 $\boldsymbol{D}$，则式(13)可写为

$$\mathbf{CRLB}=\left(\sum_{i=2}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{D}^{-1}\right)^{-1} \tag{15}$$

单脉冲定位的协方差矩阵 $\boldsymbol{D}$ 可表示为

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{G}^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{G}^{-\mathrm{T}} \tag{16}$$

其中

$$\boldsymbol{P}=\sigma^2c^2\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}(C_{101}-C_{111})/c & (C_{102}-C_{112})/c & (C_{103}-C_{113})/c\\(C_{101}-C_{121})/c & (C_{102}-C_{122})/c & (C_{103}-C_{123})/c\\x/a^2 & y/a^2 & z/\left(a^2\left(1-e^2\right)\right)\end{bmatrix}$$

记 $\boldsymbol{R}=\sigma^2\boldsymbol{R}'$，$\boldsymbol{P}=\sigma^2c^2\boldsymbol{P}'$，则式(15)可写为

$$\mathbf{CRLB}=\sigma^2\left(\sum_{i=2}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{R}'^{-1}\boldsymbol{H}_i(\boldsymbol{X})+\left(c^2\boldsymbol{G}^{-1}\boldsymbol{P}'\boldsymbol{G}^{-\mathrm{T}}\right)^{-1}\right)^{-1} \tag{17}$$

矩阵 **CRLB** 对角线上元素之和是定位误差的均方误差的下限，从式(17)可以看出，时间测量误差 σ 越小，则定位误差的下限越小；脉冲个数 N 越大，定位误差的下限越小。

4 仿真结果与分析

仿真参数[13]：3 颗卫星的高度均约为 1000 km，主星和辅星 1 的间距基本保持不变，约为 129 km，主星和辅星 2 的间距与辅星 1、辅星 2 的间距基本保持相等，在 64～142 km 之间变化，三星构型呈等腰三角形。在卫星运行的第 3000 s，主星和两颗辅星的星间距分别约为 129 km 和 102 km。

(1) 3 种定位方法的定位误差

假设时间测量误差 $\sigma=60$ ns，脉冲持续时间长度 $T=1$ s，配对脉冲的个数 $N=50$，暂不考虑星址测量误差。在以星下点为中心，经、纬度均 30°范围内等间距均匀取 64 个点，其中最远的点距星下点中心约为 2134 km。图 4 所示的仿真结果是单脉冲定位方法和递归时差定位方法的 GDOP、以及每个点的多时差联合定位方法的 CRLB。从图中可以看出，在理论精度上，多时差定位方法的定位精度高于单脉冲定位方法和递归时差定位方法。

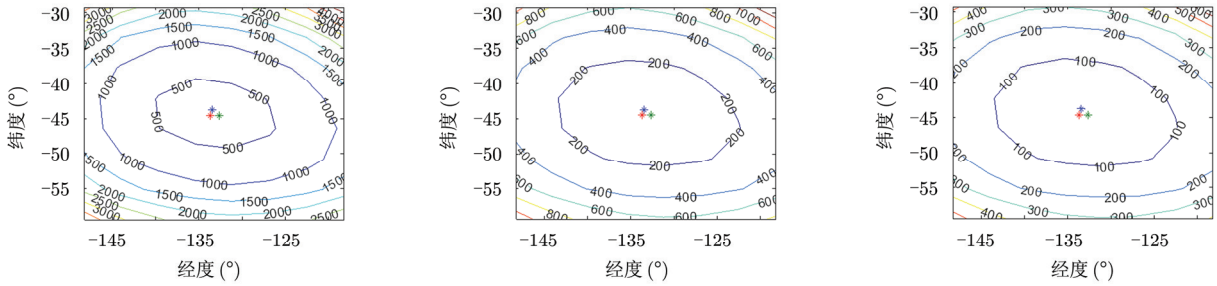
在上述仿真条件中增加星址误差 ds = 30 m，图 5 所示的仿真结果是做 50 次蒙特卡洛试验后得到的 3 种定位方法的等误差曲线。从图中可以看出，相同位置点所在单脉冲定位方法、递归时差定位方法、多时差联合定位方法的等误差曲线的数值是依次减小的，即在观测区域中同一位置，多时差联合定位方法定位误差最小，单脉冲定位方法的定位误差最大，递归时差定位方法定位误差介于以上两者之间。可见多时差联合定位方法是一种较高精度、稳定的定位方法。

(2) 时间测量误差和星址误差对定位误差的影响

选取一个距星下点中心约 1700 km 辐射源，它的经纬度位置为(−138.2975°，−59.1121°)。假设 N=50，$T=1$ s，图 6 所示的仿真结果是 50 次蒙特卡洛实验后得到的时间测量误差 σ，星址测量误差 ds 对 3 种方法的定位误差的影响结果，其中图 6(a)所示结果是 ds = 30 m 时，3 种方法的定位误差随 σ 的变化曲线，图 6(b)所示结果是 $\sigma=60$ ns 时，3 种方法的定位误差随 ds 的变化曲线。从图中可见，随着时间测量误差和星址测量误差的变化，多时差联合定位方法的定位误差总是小于单脉冲定位方法和递归时差定位方法。在 $\sigma=60$ ns，ds = 30 m，N=50 的条件下，单脉冲定位方法的定位误差约为 4.7 km，递归时差定位方法的定位误差约为 4 km，而多时差联合定位方法的定位精度提高到约 2.7 km。

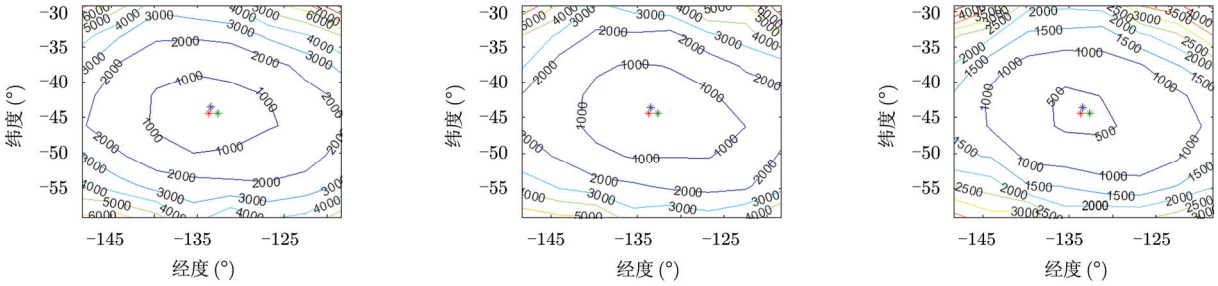
(3) 脉冲个数和脉冲持续时间长度对定位误差的影响

保持目标辐射源不变，假设 $\sigma=60$ ns，ds = 30 m，图 7 所示的仿真结果是 100 次蒙特卡洛实验后得到的脉冲个数 N 和脉冲持续时间长度 T 对 3 种方法定位误差的影响，其中图 7(a)所示结果是 $T=1$ s 时，3 种方法的定位误差随 N 的变化曲线，图 7(b)所示结果是 $N=50$ 时，3 种方法的定位误差随 T 的变化曲线。从图中可以看出，多时差联合定位方法的定位精度高于其它两种方法，随着 N 的增大，定位精度提高并逐渐趋于稳定；随着 T 的增大，定位精度逐渐增大。可见，多时差联合定位方法在定位精度上具有很大的优势，并且当脉冲个数很多时，为了避免将全部脉冲用于定位解算而使得定位方程过于庞大，可以在保持脉冲持续时间的条件下，抽取部分脉冲时差进行定位计算，且定位精度基本不受影响。



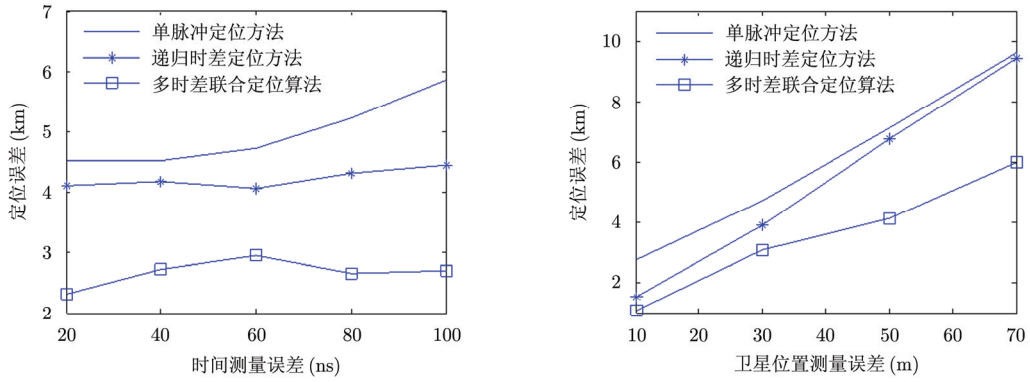
(a) 单脉冲定位方法　(b) 递归时差定位方法　(c) 多时差联合定位方法

图 4 3 种方法的理论定位精度比较



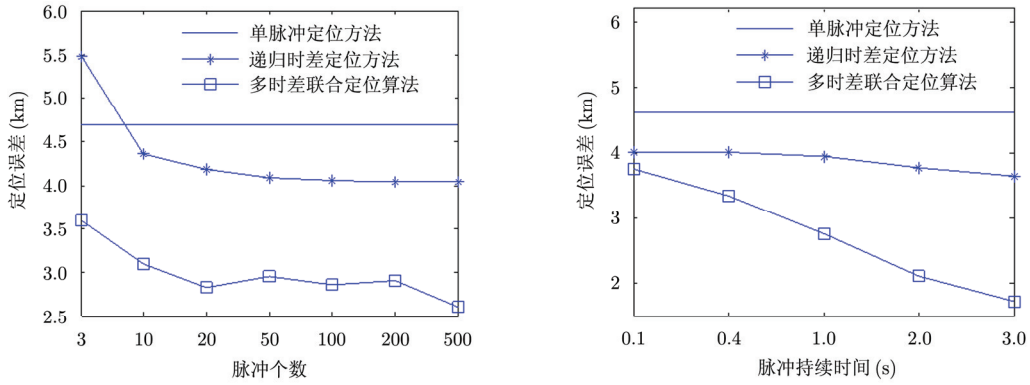
(a) 单脉冲定位方法　(b) 递归时差定位方法　(c) 多时差联合定位方法

图 5 3 种方法的实际定位误差比较



(a) 定位误差随σ的变化　(b) 定位误差随ds的变化

图 6 3 种方法的定位误差随 σ 和 ds 的变化曲线



(a) 定位误差随N的变化　(b) 定位误差随T的变化

图 7 3 种方法的定位误差随 N 和 T 的变化曲线

5 结束语

如何提高辐射源的定位精度是一个重要问题，它对于目标关联的准确性、目标融合后的位置精度都有着非常重要的影响。为了提高辐射源定位精度，本文提出了多时差联合定位方法，并给出该方法的实现步骤，即首先根据基准时刻的卫星位置数据计算每个时差对应的三星位置，然后利用非线性估计方法求解方程组从而得到辐射源位置。通过仿真实验可以看出，多时差联合定位方法的定位精度高于现有定位方法，且随着脉冲个数和脉冲持续时间的增大，定位精度逐渐增大，但是当一定持续时间内的脉冲个数增大到一定程度时，定位精度趋于稳定。因此，在脉冲个数很大时，可以在保证持续时间的前提下，抽取部分脉冲进行定位计算。由于充分利用了时差信息，多时差联合定位方法能够提高辐射源的单次处理的定位精度，是一种稳定的较高精度的定位方法。单次定位精度的提高可以提升目标位置融合后的精度，或者将多时差联合定位方法直接用于多次处理数据联合估计目标位置，也可以提高辐射源的定位精度。

参 考 文 献

[1] Torroeri D J. Statistical theory of passive location systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1984, 20(2): 183–198.

[2] Schmidt R O. A new approach to geometry of range difference location[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1972, 8(6): 821–835.

[3] 杜亚平. 星载定位体制及误差分析研究[D]. [硕士论文], 电子科技大学, 2009: 32–35.
Du Ya-ping. Research on satellites location system and precision analysis[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2009: 32–35.

[4] Ho K C and Chan Y T. Solution and performance analysis of geolocation by TDOA[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(4): 1311–1322.

[5] 钟丹星, 邓新蒲, 周一宇. 基于 WGS-84 椭球模型的卫星测量时差定位精度分析[J]. 电子对抗技术, 2002, 17(5): 18–21.
Zhong Dan-xing, Deng Xin-pu, and Zhou Yi-yu. Precision analysis of satellites DTOA location based on WGS-84 ellipsoid model[J]. *Electronic Warfare Technology*, 2002, 17(5): 18–21.

[6] 李文华. 三星构型设计与时差定位精度研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(3): 701–706.
Li Wen-hua. Research on configuration of tri-satellites and location precision of TDOA[J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(3): 701–706.

[7] 杨林, 孙仲康, 周一宇, 等. 信号互相关实现密集信号脉冲配对[J]. 电子学报, 1999, 27(3): 52–55.
Yang Lin, Sun Zhong-kang, and Zhou Yi-yu, *et al.*. Pulse pairing of dense signals by signal cross correlation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1999, 27(3): 52–55.

[8] Mardia H K. New techniques for the deinterleaving of repetitive sequences[J]. *IEE Proceedings F, Radar & Signal Proceedings*, 1989, 136(4): 149–154.

[9] Milojevic D J and Popovic B M. Improved algorithm for the deinterleaving of radar pulses[J]. *IEE Proceedings F, Radar & Signal Proceedings*, 1992, 139 (1): 98–104.

[10] 李涛, 姜文利, 周一宇. 高重频信号三星座时差定位研究[J]. 电子对抗技术, 2004, 19(4): 7–11.
Li Tao, Jiang Wen-li, and Zhou Yi-yu. TDOA location with high PRF signals based on three satellites[J]. *Electronic Warfare Technology*, 2004, 19(4): 7–11.

[11] 钟丹星, 邓新蒲, 周一宇. 基于 WGS-84 地球椭球的三星时差定位算法[J]. 航天电子对抗, 2003(3): 18–21.
Zhong Dan-xing, Deng Xin-pu, and Zhou Yi-yu. Three satellites TDOA location algorithm based on WGS-84 ellipsoid model[J]. *Aerospace Electronic Warfare*, 2003(3): 18–21.

[12] 刘海洋, 章兰英, 李智. 三星时差定位中迭代算法的研究[C]. 系统仿真技术及其应用学术会议, 中国, 合肥, 2009: 541–544.
Liu Hai-yang, Zhang Lan-ying, and Li Zhi. Research on iterative algorithm of three satellites constellation for time-difference positioning[C]. Conference on System Simulation Technology and Application, Hefei, China, 2009: 541–544.

[13] 王海丽, 陈磊, 任萱. 三星时差定位卫星簇的分析与设计[J]. 国防科技大学学报, 2001, 23(4): 6–9.
Wang Hai-li, Chen Lei, and Ren Xuan. Analysis and design of three satellites cluster for time-difference localization[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2001, 23(4): 6–9.

[14] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996: 291–294.
Sun Zhong-kang, Zhou Yi-yu, and He Li-xing. Single-Multiple Station Active and Passive Location Technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996: 291–294.

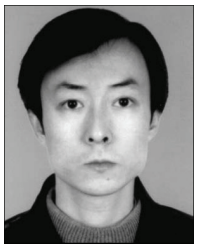
作 者 简 介

任文娟(1982–)，女，河南焦作人，博士，助理研究员，主要研究方向为无源定位系统信号与信息处理。

E-mail: renandliang@sina.com

丁赤飚(1969–)，男，陕西西安人，研究员，博士生导师，主要研究方向为信号与信息处理、新体制 SAR 系统及雷达对抗等。

E-mail: cbding@mail.ie.ac.cn



胡东辉(1970–)，男，北京人，副研究员，主要研究方向为 SAR 信号处理、SAR 定标及雷达对抗等。

E-mail: dhhu@mail.ie.ac.cn