基于空中计算辅助的分布式雷达联合波束赋形设计算法

程子扬* 谭思源 冉长坤 何子述
(电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

摘要：针对传统分布式雷达网络(DRN)数据回传成本高、效率低的问题，该文研究了一种面向空中计算(AirComp)辅助的分布式雷达网络新架构，旨在提升协同目标检测性能与数据融合效率。首先，从感知层面推导了适用于分布式雷达网络的协同检测器，创新性地揭示了其检测统计量天然具有求和形式，与AirComp的线性叠加机制在数学上高度契合。基于此，该文将各雷达节点的局部对数似然比作为AirComp的聚合对象，使AirComp的计算MSE直接对应检测充分统计量的估计误差，从而建立AirComp精度与检测性能之间的理论关联。并进一步提出一种面向AirComp辅助分布式雷达网络的联合波束赋形设计方法，同步优化雷达发射波束赋形矩阵、接收滤波器以及融合中心(FC)的混合波束赋形(HBF)接收器，并设计了基于交替优化的高效求解算法。仿真结果表明，在相同信干噪比和虚警概率条件下，所提AirDRN架构相较于传统时分双工(TDD)模式具有更优的目标检测性能，在信干噪比分别为7 dB和10 dB时，检测性能分别提升约3.17倍和1.52倍。

关键词：分布式雷达网络；空中计算；联合波束赋形设计；混合波束赋形；交替优化

中图分类号：TN951 **文献标识码**：A **文章编号**：2095-283X(2026)x-0001-12

DOI: 10.12000/JR26055 **CSTR**: 32380.14.JR26055

引用格式：程子扬, 谭思源, 冉长坤, 等. 基于空中计算辅助的分布式雷达联合波束赋形设计算法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR26055.

Reference format: CHENG Ziyang, TAN Siyuan, RAN Changkun, *et al*. Over-the-air computation aided joint beamforming design for distributed radar[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR26055.

Over-the-air Computation Aided Joint Beamforming Design for Distributed Radar

CHENG Ziyang* TAN Siyuan RAN Changkun HE Zishu
(*School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu* 611731, *China*)

Abstract: Aiming at the problems of high data backhaul cost and low efficiency in the traditional Distributed Radar Network (DRN), this paper investigates a novel architecture of distributed radar networks assisted by Over-the-Air Computation (AirComp), so as to improve the performance of cooperative target detection and the efficiency of data fusion. Firstly, a cooperative detector applicable to distributed radar networks is derived at the sensing level, which reveals that its detection statistic inherently takes a summation form and is highly mathematically consistent with the linear superposition mechanism of AirComp. On the basis of this inherent correlation, a joint beamforming design method is proposed for AirComp-assisted distributed radar networks, which simultaneously optimizes the radar transmit beamforming matrix, the receive filter, and the Hybrid

收稿日期：2026-03-09；改回日期：2026-09-04；网络出版：2026-10-08
*通信作者： 程子扬 zycheng@uestc.edu.cn *Corresponding Author: CHENG Ziyang, zycheng@uestc.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金(62371096)，工业控制技术国家重点实验室开放研究项目资助(ICT2026B59)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62371096), Open Research Project of the State Key Laboratory of Industrial Control Technology, China (ICT2026B59)
责任主编：梁军利 Corresponding Editor: LIANG Junli

©The Author(s) 2026. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Beamforming (HBF) receiver at the Fusion Center (FC). Furthermore, an efficient solution algorithm based on alternating optimization is devised. Simulation results demonstrate that, under the same Signal to Interference-plus-Noise Ratio (SINR) and false alarm probability, the proposed AirComp-aided Distributed Radar Network (AirDRN) architecture achieves superior target detection performance compared with the conventional Time Division Duplex (TDD) mode. Specifically, when the SINR is 7 dB and 10 dB, respectively, the detection performance is improved by approximately 3.17 and 1.52 times.

Key words: Distributed Radar Network (DRN); Over-the-Air Computation (AirComp); Joint beamforming design; Hybrid Beamforming (HBF); Alternating optimization

1 引言

分布式雷达网络(Distributed Radar Network, DRN)通过多节点空间分集与数据融合，可显著提升对目标的探测、跟踪和识别性能，已成为未来高性能感知系统的重要发展方向[1]。然而，其性能增益的核心很大程度上依赖于高效、可靠的数据回传和融合机制，以实现不同节点的感知数据进行整合与联合处理[2–5]。现有系统主要通过在分布式节点与融合中心(Fusion Center, FC)之间构建专用的有线或无线回程链路实现数据传输[6–8]。这类方案虽可保障高可靠传输，但在大规模、高动态部署场景下面临显著局限：硬件成本高昂、网络部署复杂、运维负担重且会引入额外传输时延，这些因素严重制约了DRN的实际推广应用。

上述数据回传瓶颈的根源，在于传统的分离式架构未能充分挖掘无线通信与雷达感知在物理层的协同潜力。近年来，空中计算(Over-the-Air Computation, AirComp)作为一种新兴的无线数据聚合技术，为该问题提供了颇具前景的解决思路[9–12]。其核心原理是利用无线信道的广播特性与电磁波在空间中的线性叠加性，使多个发射节点在同一时频资源上同步发送的模拟信号在空中直接叠加，从而让接收端天然获得多路信号的加权和。该计算模式无须复杂的多用户检测、信道解码与数字融合过程，可大幅降低传输开销，适用于分布式传感网络中求和型函数的高效计算。

例如，文献[13]开创性地探讨了AirComp在功率控制和波束赋形策略中的应用，通过优化发射波形，在功率约束的条件下实现了计算均方误差(Mean Square Error, MSE)的最小化。文献[14]提出了一种大规模多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) AirComp系统，利用可重构智能表面(Reconfigurable Intelligent Surface, RIS)来平衡计算性能和硬件成本，并在RIS技术的辅助下通过优化发射波形来减少AirComp的聚合误差。尽管AirComp在通信系统中已得到广泛研究，但上述工作主要面向无线通信场景，其AirComp聚合对象均面向通信符号或传感读数，因此，AirComp在雷达系统中的应用仍缺乏完整的理论基础。

为提升感知性能，文献[15]率先探索了AirComp在DRN中的应用，开创性地基于优化理论设计发射波束方向图来提高定位精度，其本质利用AirComp完成感知-通信-计算一体化中的多功能聚合，但AirComp未与分布式雷达检测的核心性能指标——检测概率建立直接、严格的数学关联。文献[16]在基于空中计算辅助的分布式雷达网络(AirComp-aided Distributed Radar Network, AirDRN)中提出了全向和定向两种波束方向图，并探讨了计算MSE与波束赋形之间的权衡关系，但其优化目标仍停留在波束方向图与MSE层面，没有揭示AirComp聚合对象与雷达检测统计量之间的内在等价性，也未能将MSE与系统级检测概率定量联系起来。

尽管上述研究初步探讨了基于AirComp的感知系统[15,16]，仍存在两个关键局限。

(1) 研究重心偏移：现阶段的研究主要集中在波束方向图设计，未能与DRN感知的核心性能指标——检测概率建立直接、严格的数学关联与量化分析。

(2) 机理融合模糊：现阶段的研究未能深入阐释并利用无线信号空中叠加的物理本质，与分布式雷达检测器中检测统计量的数学累积形式之间的内在耦合关系导致AirComp对于感知数据融合的适用性和增益尚不明确。

针对上述问题，本文提出了一种采用混合波束赋形(Hybrid Beamforming, HBF)[17,18]接收的新型AirDRN场景。本文的具体贡献如下。

(1) 检测理论层面建立了空中计算与分布式雷达的数学关联：通过严格推导多节点协同检测的最优检测统计量，揭示其呈现天然的求和形式，从数学本质上阐明了其与空中计算线性叠加机制的匹配性。并将分布式雷达网络的充分统计量设置为聚合对象，为利用空中计算进行感知数据融合奠定了理论基础。

(2) 提出了面向感知-计算融合的联合波束赋形设计方法：基于上述关联，构建了一个以最小化AirComp的MSE为目标、同时保障雷达检测信干噪比(Signal to Interference-plus-Noise Ratio, SINR)的联合优化问题，协同设计雷达发射波束赋形、接收滤波器以及FC接收混合波束赋形器，并设计了高效的交替优化求解算法。

(3) 通过理论和仿真验证了所提架构与算法的有效性：数值结果表明，所提方案可在确保雷达检测性能的前提下，显著降低数据聚合误差，且相比全数字方案，能以更低的硬件成本逼近其性能，展现出在高效协同感知领域的应用潜力。

2　信号模型建立

如图1所示，本文考虑一个AirDRN系统。该系统包含M部MIMO雷达，旨在协同检测单个目标。目标处于J个干扰源构成的背景中，各雷达节点的感知数据将在同一FC完成数据融合，以实现协作探测。

具体而言，每个雷达节点采用全数字(Fully Digital, FD)结构，配置N_{tx}根发射天线和N_{rx}根接收天线，共N_{s}根天线；FC采用全连接HBF结构，配置N_{a}个天线和N_{rf}个射频链(Radio Frequency, RF)。所有MIMO雷达节点的探测数据通过AirComp技术在FC处完成聚合。本研究假设雷达节点与FC均采用半波长间距的均匀线性阵列(Uniform Linear Array, ULA)。

本文考虑一种全双工/同频同时的(Integrated Sensing And Communication, ISAC)工作模式。在每个相干处理间隔内，各MIMO雷达节点同时发射同一组信号$\boldsymbol{x}_m[t]\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{tx}}\times 1}$，同时用户雷达探测与对AirComp的上传。

2.1　感知模型

令$\boldsymbol{s}_m[t]\in\mathbb{C}^{K\times 1}$为第$m$部MIMO雷达的数据符号，其中$K$为感知数据中待累加数据的数量，并假设满足[17]：

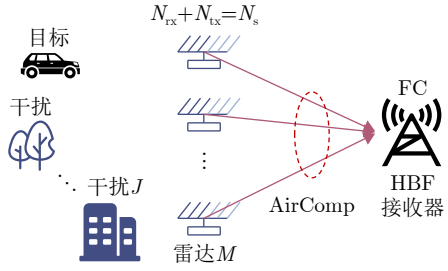


图 1 基于空中计算的分布式雷达网络场景图

Fig. 1 Scenario of the over-the-air computation-based distributed radar network

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{s}_m[t]\,\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}[t]\right\}&=\boldsymbol{I}_K,\forall m\\ \mathbb{E}\left\{\boldsymbol{s}_m[t]\,\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{H}}[t]\right\}&=\boldsymbol{0},\forall i\neq m\end{aligned}\tag{1}$$

则第m部MIMO雷达在时刻t的发射信号可表示为

$$\boldsymbol{x}_m[t]=\boldsymbol{U}_m\boldsymbol{s}_m[t]\tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{U}_m\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{tx}}\times K}$为FD发射波束赋形矩阵。

假设探测目标位于θ_0，第j个干扰源位于角度θ_j，则第m个雷达节点在时刻t接收到的回波信号可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}_m[t]=&\alpha_{0,m,m}\boldsymbol{A}_{0,m,m}\boldsymbol{U}_m\boldsymbol{s}_m[t]\\&+\boldsymbol{\Lambda}_m[t]+\boldsymbol{\Omega}_m[t]+\boldsymbol{\Theta}_m[t]+\boldsymbol{n}_{\mathrm{r}}[t]\end{aligned}\tag{3}$$

为了简化表述，定义：

$$\boldsymbol{A}_{j,m,i}=\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta_{j,m})\,\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}(\theta_{j,i})\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{tx}}\times N_{\mathrm{rx}}}\tag{4}$$

其中，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta)&=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi\sin\theta}\cdots\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(N_{\mathrm{r}}-1)\sin\theta}]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta)&=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi\sin\theta}\cdots\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(N_{\mathrm{t}}-1)\sin\theta}]^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

类似地，定义：

$$\boldsymbol{\Lambda}_m[t]=\sum_{i\neq m}\alpha_{0,m,i}\boldsymbol{A}_{0,m,i}\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{s}_i[t]\tag{5}$$

式(5)表示第m个雷达节点接收到的、来自“除节点m之外所有节点→目标→节点m”路径的干扰；

定义

$$\boldsymbol{\Omega}_m[t]=\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{M}\alpha_{j,m,i}\boldsymbol{A}_{j,m,i}\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{s}_i[t]\tag{6}$$

式(6)表示杂波；并定义：

$$\boldsymbol{\Theta}_m[t]=\sum_{i\neq m}\boldsymbol{Q}_{m,i}\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{s}_i[t]\tag{7}$$

式(7)表示第m个雷达节点接收到的、来自“除节点m之外所有节点→节点m”路径的干扰。其中，$\boldsymbol{Q}_{i,m}\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{rx}}\times N_{\mathrm{tx}}}$为第$i$个与第$m$个雷达节点之间的信道矩阵。$\alpha_{0,m,m}$和$\alpha_{j,m,m},\forall j$分别表示目标和杂波的复幅度。$\boldsymbol{n}_{\mathrm{r}}[t]\sim\mathcal{CN}(0,\sigma_{\mathrm{r}}^2\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{rx}}})$为加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)。

随后，每个雷达节点将回波信号经全数字雷达接收器$\boldsymbol{W}_m$与匹配滤波器处理后，输出信号由式(8)给出。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}_m=&\alpha_{0,m,m}\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{0,m,m}\boldsymbol{U}_m\\&+\sum_{j=1}^{J}\alpha_{j,m,m}\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{j,m,m}\boldsymbol{U}_m+\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{N}_m[t]\end{aligned}\tag{8}$$

基于此，第m个雷达节点的输出SINR为

$$\mathrm{SINR}_m=\frac{\left|\left|\alpha_{0,m,m}\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{0,m,m}\boldsymbol{U}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2}{\sum\limits_{j=1}^{J}\left|\left|\alpha_{j,m,m}\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{j,m,m}\boldsymbol{U}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2+\sigma_{\mathrm{r}}^2\left|\left|\boldsymbol{W}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2} \tag{9}$$

2.2 DRN检测器

基于滤波后的输出信号，可以构建如下二元假设检验问题，用于判断目标信号是否存在：

$$\begin{aligned}&H_1\colon y_m=\alpha_{0,m,m}g_{0,m}+\sum_{j=1}^{J}\alpha_{j,m,m}g_{j,m}+n_m,\\&H_0\colon y_m=\sum_{j=1}^{J}\alpha_{j,m,m}g_{j,m}+n_m\end{aligned} \tag{10}$$

其中，

$$\begin{aligned}g_{j,m}&=\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{j,m,m}\boldsymbol{U}_m\right),\\n_m&=\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{N}_m\right)\end{aligned}$$

根据奈曼-皮尔逊准则，可采用广义似然比检验(Generalized Likelihood Ratio Test, GLRT)并将未知参数替换为其极大似然估计值，这等价于最小化以下目标函数：

$$\min\sum_m\left|y_m-\alpha_{0,m,m}g_{0,m}\right|^2 \tag{11}$$

由此可得$\alpha_{0,m,m}$的估计值为$\alpha_{0,m,m}=y_m/g_{0,m}$。据此，可建立如下GLRT检测器：

$$\frac{\max\limits_{\boldsymbol{\alpha}_0}f\left(\boldsymbol{y}|H_1,\sigma_m,\boldsymbol{\alpha}_0\right)}{f\left(\boldsymbol{y},\sigma_m\right)}\underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}}T \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{\alpha}_0=[\alpha_{0,1,1},\alpha_{0,2,2},\cdots,\alpha_{0,M,M}]$，$T$为检测门限。

基于前文假设，接收信号的联合概率密度函数可推导如下：

$$\begin{aligned}&f\left(\boldsymbol{y}|H_0,\sigma_m\right)=\frac{1}{\pi^M\prod\limits_{m=1}^{M}\sigma_m^2}\exp\left(-\sum_{m=1}^{M}\frac{\left|y_m\right|^2}{\sigma_m^2}\right),\\&f\left(\boldsymbol{y}|H_1,\sigma_m,\boldsymbol{\alpha}_0\right)\\&=\frac{1}{\pi^M\prod\limits_{m=1}^{M}\sigma_m^2}\exp\left(-\sum_{m=1}^{M}\frac{\left|y_m-\alpha_{0,m,m}g_{0,m}\right|^2}{\sigma_m^2}\right)\end{aligned} \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{y}=[y_1,y_2,\cdots,y_M]$。

将极大似然估计的结果代入似然比检验表达式，可以推导出该检测问题的最优充分统计量表示为各个节点局部统计量的加权形式：

$$T_{\mathrm{ss}}=\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{\Lambda}_m\left(y_m\right)\underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}}T \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{\Lambda}_m\left(y_m\right)=\left|y_m\right|^2/\sigma_m^2$为第$m$个雷达节点的局部统计量。

此外，雷达虚警概率和检测概率的定量表达式可推导如下[19]：

$$P_{\mathrm{fa}}=\mathrm{e}^{-T}\sum_{j=0}^{M-1}\frac{T^j}{j!} \tag{15}$$

$$P_{\mathrm{d}}=Q_M\left(\sqrt{2\beta},\sqrt{2T}\right) \tag{16}$$

其中，

$$\beta=\sum_{m=1}^{M}\frac{\left|\alpha_{0,m,m}g_{0,m}\right|^2}{\sigma_m^2}=\sum_{m=1}^{M}\mathrm{SINR}_m \tag{17}$$

故而，在恒虚警概率条件下，检测概率会随各雷达传感器SINR之和的增加而提升。这一结果与AirComp的累加特性完全吻合，因此对信干噪比这类函数的聚合过程可通过AirComp实现。

2.3 空中计算模型设计

发射信号$\boldsymbol{x}_m[t]$经过毫米波信道传播并在空中进行物理叠加后，FC接收到的信号首先由全连接结构中的接收模拟波束赋形器$\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{a}}\times N_{\mathrm{rf}}}$处理，该矩阵满足$\left|\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}\left(i,j\right)\right|=1,\forall i,j$。随后，信号通过$N_{\mathrm{rf}}$个射频链进行下变频，再经模数转换器(Analog Digital Conversion, ADC)将模拟信号转换为数字信号。最后该数字信号由数字波束赋形器$\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{rf}}\times K}$处完成数字处理[20,21]。

最终，输出的感知数据为

$$\hat{\boldsymbol{z}}\left[t\right]=\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{\mathrm{H}}\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m\boldsymbol{s}_m\left[t\right]+\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}_{\mathrm{c}}\left[t\right] \tag{18}$$

其中，$\boldsymbol{H}_m\in\mathbb{C}^{N_{\mathrm{a}}\times N_{\mathrm{tx}}}$为雷达$m$与FC之间的信道状态信息(Channel State Information, CSI)矩阵，$\boldsymbol{n}_{\mathrm{c}}[t]\sim\mathcal{CN}\left(0,\sigma_{\mathrm{c}}^2\right)$表示AWGN。

由式(18)可知，得益于无线信道的叠加特性，FC接收到的信号呈现出累积形式。巧合的是，DRN检测器决策变量$f(\{y_m\})$同样具有累积形式。因此，为降低传统回程链路带来的高昂硬件成本，本研究利用AirComp的信号叠加特性在FC处实现数据融合。

如图2所示，假设DRN中所有MIMO雷达已完成同步，各雷达节点经接收滤波与匹配滤波处理后，在时刻$t-1$提取出局部检测统计量$\boldsymbol{\Lambda}_m\left(y_m\right)$。该统计量被编码为待发射的数据符号$\boldsymbol{s}_m\left[t\right]$中，以满足AirComp的传输格式要求。随后，发射信号在空中叠加并在FC完成数据融合，经FC的混合波束赋形接收器处理后，输出的聚合结果为充分统计量

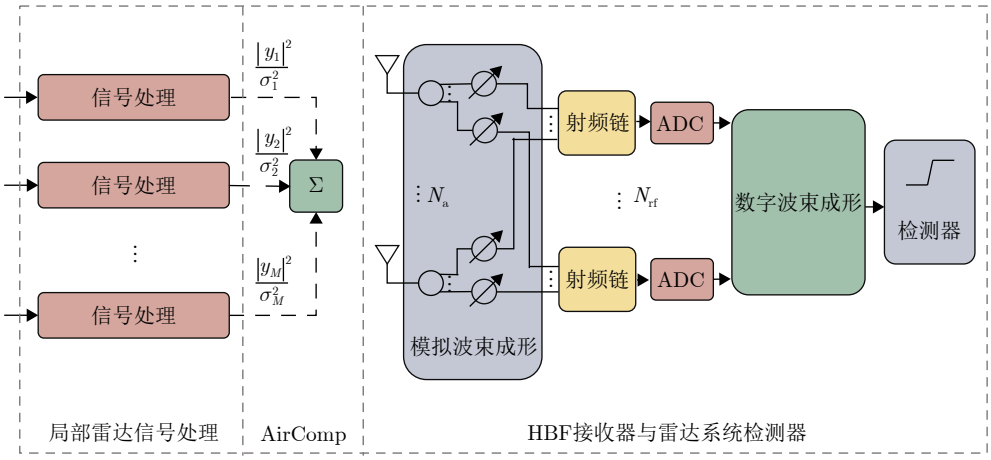


图 2 系统数据处理与融合流程图

Fig. 2 Data processing and fusion procedure of the system

$T_{\rm ss}$的近似估计。为表征AirComp的精度，所传递感知数据的MSE可计算如下：

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE}&=\mathbb{E}\left[\left|\hat{T}-\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{\Lambda}_m\left(y_m\right)\right|^2\right]\\&\approx\mathrm{MSE}\left(\hat{\boldsymbol{z}}\left[t\right],\{\boldsymbol{s}_m\}\right)\\&=\mathbb{E}\left[\left|\hat{\boldsymbol{z}}\left[t\right]-\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{s}_m\left[t\right]\right|^2\right]\\&=\sum_{m=1}^{M}\left|\left|\boldsymbol{V}_{\rm bb}^{\rm H}\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{\rm H}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m-\boldsymbol{I}_K\right|\right|_{\rm F}^2+\sigma_{\rm c}^2\left|\left|\boldsymbol{V}_{\rm bb}\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right|\right|_{\rm F}^2\end{aligned}\tag{19}$$

由于检测概率$P_{\rm d}$是充分统计量$T_{\rm ss}$的单调递增函数，因此最小化上述MSE可直接提升系统的检测性能。

2.4 问题描述

为了实现AirDRN并优化系统的探测性能，本文以最小化检测充分统计量的AirComp估计MSE为目标，提出对$\{\boldsymbol{U}_m\}$, $\{\boldsymbol{W}_m\}$, $\boldsymbol{V}_{\rm rf}$, $\boldsymbol{V}_{\rm bb}$进行联合设计。具体而言，该优化问题可表述为

$$\min_{\{\boldsymbol{W}_m\},\{\boldsymbol{U}_m\},\boldsymbol{V}_{\rm bb},\boldsymbol{V}_{\rm rf}}\mathrm{MSE}\left(\boldsymbol{V}_{\rm bb},\boldsymbol{V}_{\rm rf},\{\boldsymbol{U}_m\}\right)\tag{20}$$

$$\text{s.t. }\mathrm{SINR}_m\left(\boldsymbol{W}_m,\boldsymbol{U}_m\right)\geq\Gamma_m,\forall m\tag{21}$$

$$\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{U}_m^{\rm H}\boldsymbol{U}_m\right)\leq P_m,\forall m\tag{22}$$

$$\left|\boldsymbol{V}_{\rm rf}(i,j)\right|=1,\forall i,j\tag{23}$$

其中，Γ_m表示雷达SINR阈值，以保证全局检测概率，P_m表示每个MIMO雷达的发射功率预算，约束式(21)确保雷达SINR维持在指定阈值之上，从而保证雷达系统的检测概率；约束式(22)对每个传感器的发射功率施加限制；约束式(23)为模拟波束赋形的恒模约束。

3 AirDRN-HBF算法求解

显然，问题(20)—问题(23)是一个复杂的非凸优化问题，本节将问题重构为易于处理的子问题，并提出一种面向基于交替优化[22]的AirDRN-HBF算法，通过迭代优化单个变量并固定其他变量，联合优化AirDRN的发射-接收波束赋形器与FC的接收赋形器。

为解耦目标函数与约束条件中的变量，本文引入两个辅助变量$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}$和$\boldsymbol{G}_m=\boldsymbol{Y}^{\rm H}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m,\forall m$，将原问题重构为[23,24]

$$\min_{\substack{\{\boldsymbol{W}_m\},\{\boldsymbol{U}_m\},\boldsymbol{V}_{\rm bb}\\\boldsymbol{V}_{\rm rf},\boldsymbol{Y},\{\boldsymbol{G}_m\}}}\mathrm{MSE}\left(\boldsymbol{Y},\{\boldsymbol{G}_m\},\{\boldsymbol{U}_m\}\right)\tag{24}$$

$$\text{s.t. }\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}\tag{25}$$

$$\boldsymbol{G}_m=\boldsymbol{Y}^{\rm H}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m,\forall m\tag{26}$$

$$\text{Constraints }(21),(22),(23)\tag{27}$$

由此可得对应的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}&\min_{\substack{\{\boldsymbol{W}_m\},\{\boldsymbol{U}_m\},\boldsymbol{V}_{\rm bb}\\\boldsymbol{V}_{\rm rf},\boldsymbol{Y},\{\boldsymbol{G}_m\}}}L\left(\{\boldsymbol{G}_m\},\boldsymbol{Y},\{\boldsymbol{U}_m\},\boldsymbol{V}_{\rm bb},\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)\\&=\sum_{m=1}^{M}\left\|\boldsymbol{G}_m-\boldsymbol{I}_K\right\|_{\rm F}^2+\sigma_{\rm c}^2\left\|\boldsymbol{Y}\right\|_{\rm F}^2\\&\quad+\frac{\rho_1}{2}\left\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}+\boldsymbol{D}\right\|_{\rm F}^2\\&\quad+\frac{\rho_2}{2}\sum_{m=1}^{M}\left\|\boldsymbol{G}_m-\boldsymbol{Y}^{\rm H}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m+\boldsymbol{Z}_m\right\|_{\rm F}^2\end{aligned}\tag{28}$$

$$\text{s.t. }\boldsymbol{D}=-\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}\tag{29}$$

$$\boldsymbol{G}_m = \boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m - \boldsymbol{Z}_m, \forall m \tag{30}$$

$$\text{Constraints (21), (22), (23)} \tag{31}$$

其中，$\boldsymbol{D}$和$\boldsymbol{Z}_m$分别为与等式约束相关的对偶变量[22]，ρ_1, ρ_2>0为相应的惩罚参数。

至此，AirDRN的优化设计问题可被解耦为关于各个优化变量的子问题，进而可在后文通过交替优化的方法分别更新。

3.1 $\boldsymbol{W}_m$的优化

当其他变量给定时，雷达接收器$\boldsymbol{W}_m$仅出现在式(21)的SINR约束中。因此，雷达接收器$\boldsymbol{W}_m$的更新可通过如下无约束子问题给出：

$$\max_{\{\boldsymbol{W}_m\}} \mathrm{SINR}_m\left(\boldsymbol{W}_m, \boldsymbol{U}_m\right), \forall m \tag{32}$$

为了得到该问题的闭式解，将问题(32)重新写为如下形式：

$$\mathrm{SINR}_m\left(\boldsymbol{W}_m, \boldsymbol{U}_m\right) = \frac{\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{W}_m\right)}{\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{W}_m\right)} = \frac{\boldsymbol{w}_m^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{B}}_m\boldsymbol{w}_m}{\boldsymbol{w}_m^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{C}}_m\boldsymbol{w}_m} \tag{33}$$

其中，

$$\tilde{\boldsymbol{C}}_m = \boldsymbol{I}_K \otimes \boldsymbol{C}_m, \tilde{\boldsymbol{B}}_m = \boldsymbol{I}_K \otimes \boldsymbol{B}_m$$

$$\boldsymbol{C}_m = \sum_{j=1}^{J} |\alpha_{j,m,m}|^2 \boldsymbol{A}_{j,m,m}\boldsymbol{U}_m\boldsymbol{U}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{j,m,m}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{I}_{N_{rx}}\sigma_{\mathrm{r}}^2$$

$$\boldsymbol{B}_m = |\alpha_{0,m,m}|^2 \boldsymbol{A}_{0,m,m}\boldsymbol{U}_m\boldsymbol{U}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{0,m,m}^{\mathrm{H}}$$

由此可见问题(33)是一个典型的瑞利商问题[25]。通过定义$\boldsymbol{w}_m = \mathrm{vec}\left(\boldsymbol{W}_m\right) = \left[\boldsymbol{w}_{1,m}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{w}_{2,m}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{w}_{N_{\mathrm{rx}},m}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，问题(33)的闭式解可计算为

$$\boldsymbol{w}_m = \tilde{\boldsymbol{C}}_m^{-1}\tilde{\boldsymbol{B}}_m \tag{34}$$

3.2 $\boldsymbol{G}_m$的优化

当其他变量给定时，$\boldsymbol{G}_m$可通过求解以下子问题进行更新：

$$\min_{\{\boldsymbol{G}_m\}} ||\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{I}_K||_{\mathrm{F}}^2 + \frac{\rho_2}{2}\left|\left|\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m + \boldsymbol{Z}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2 \tag{35}$$

该问题可通过应用KKT (Karush-Kuhn-Tucker)条件[26]求解，其闭式解为

$$\boldsymbol{G}_m = \left[2\boldsymbol{I}_K + \rho_2\left(\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m - \boldsymbol{Z}_m\right)\right]\left(2 + \rho_2\right)^{-1} \tag{36}$$

3.3 $\boldsymbol{Y}$的优化

当其他变量给定时，$\boldsymbol{Y}$可通过求解以下子问题进行更新：

$$\min_{\boldsymbol{Y}} \sigma_{\mathrm{c}}^2\left|\left|\boldsymbol{Y}\right|\right|_{\mathrm{F}}^2 + \frac{\rho_1}{2}\left|\left|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}} + \boldsymbol{D}\right|\right|_{\mathrm{F}}^2 + \frac{\rho_2}{2}\sum_{m=1}^{M}\left|\left|\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m + \boldsymbol{Z}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2 \tag{37}$$

其闭式解可通过取KKT条件推导为

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\Xi}^{-1}\boldsymbol{\Sigma} \tag{38}$$

其中，

$$\boldsymbol{\Xi} = 2\sigma_{\mathrm{c}}^2\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{a}}} + \rho_1\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{a}}} + \rho_2\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m\boldsymbol{U}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{H}},$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \rho_1\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}} - \boldsymbol{D}\right) + \rho_2\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m\left(\boldsymbol{G}_m^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{Z}_m^{\mathrm{H}}\right)$$

3.4 $\boldsymbol{U}_m$的优化

当其他变量给定时，$\boldsymbol{U}_m$可通过求解以下子问题进行更新：

$$\min_{\{\boldsymbol{U}_m\}} \left|\left|\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m + \boldsymbol{Z}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2 \tag{39}$$

$$\text{s.t. } \Gamma_m\left(\Psi_m + n_m\right) - ||\alpha_{0,m,m}\boldsymbol{M}_m\boldsymbol{U}_m||_{\mathrm{F}}^2 \le 0 \tag{40}$$

$$\text{Constraints (21), (22), (23)} \tag{41}$$

其中，

$$\Psi_m = \sum_{j=1}^{J}||\alpha_{j,m,m}\boldsymbol{J}_{j,m}\boldsymbol{U}_m||_{\mathrm{F}}^2$$

$$\boldsymbol{M}_m = \boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{0,m,m},\ \boldsymbol{J}_{j,m} = A_{j,m,m}^{\mathrm{H}}$$

$$n_m = \sigma_{\mathrm{r}}^2\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{W}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{W}_m\right)$$

然而，约束(40)关于$\{\boldsymbol{U}_m\}$是典型的凸函数差约束，其非凸性来自凸二次项的减法结构，本文采用MM (Majorization-Minimization)算法[27]将$||\alpha_{0,m,m}\boldsymbol{M}_m\boldsymbol{U}_m||_{\mathrm{F}}^2$进行一阶泰勒下界近似，构造了原约束左边界的上界函数，使得近似约束为原约束的内近似——即满足近似约束的解必然满足原SINR约束，严格保证了约束的可行性。基于以上论述，子问题被转化为

$$\min_{\{\boldsymbol{U}_m\}} \left|\left|\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m + \boldsymbol{Z}_m\right|\right|_{\mathrm{F}}^2 \tag{42}$$

$$\text{s.t. } T_m - 2|\alpha_{0,m,m}|^2\Re\left(\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{U}_m\right)\right) \le 0 \tag{43}$$

$$\text{Constraints (21), (22), (23)} \tag{44}$$

其中，

$$T_m = \mathrm{Tr}\left(\alpha_{0,m,m}\overline{\boldsymbol{U}}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}_m\overline{\boldsymbol{U}}_m\right) + \Gamma_m n_m + \Gamma_m\Psi_m,$$

$$\boldsymbol{R}_m = \overline{\boldsymbol{U}}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}_m$$

$\overline{\boldsymbol{U}}_m$表示前一次迭代的点。

此时，问题(42)—问题(44)是一个二次约束二次规划(Quadratically Constrained Quadratic Programming, QCQP)问题，并且目标为关于$\{\boldsymbol{U}_m\}$凸二次函数，约束(43)为线性仿射函数，因此这个子问题被转化为凸问题，可以通过凸优化工具包CVX[28]进行求解。

3.5 $\boldsymbol{V}_{\rm bb}$的优化

当其他变量给定时，$\boldsymbol{V}_{\rm bb}$可通过求解以下子问题进行更新：

$$\min_{\boldsymbol{V}_{\rm bb}} ||\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}+\boldsymbol{D}||_{\rm F}^2 \tag{45}$$

其闭式解可由KKT条件给出：

$$\boldsymbol{V}_{\rm bb}=\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{\rm H}\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)^{-1}\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{\rm H}\left(\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{D}\right) \tag{46}$$

3.5.1 $\boldsymbol{V}_{\rm rf}$的优化

当其他变量给定时，$\boldsymbol{V}_{\rm rf}$可通过求解以下子问题进行更新：

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{V}_{\rm rf}} f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)=||\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}+\boldsymbol{D}||_{\rm F}^2\\&\text{s.t. }\left|\boldsymbol{V}_{\rm rf}\left(i,j\right)\right|=1,\forall i,j\end{aligned} \tag{47}$$

问题(47)是一个恒定模约束二次问题，由于约束的非凸性，无法通过传统凸优化方法直接求解全局最优解。为了有效处理该问题，本文采用黎曼共轭梯度算法(Riemannian Conjugate Gradient, RCG)[29–31]将其转化为在复圆流形上的无约束优化问题，通过迭代地寻求近似全局解。

恒模约束的物理意义是每个射频通道的发射权值幅度恒定，仅相位可调。从优化几何角度，该约束对应每个元素被限制在复单位圆上，整体构成复圆乘积黎曼流形。黎曼优化的核心是将带约束的欧氏空间优化问题，转化为流形上的无约束优化：迭代方向在流形的切空间中求解，再通过收缩映射将切向量映射回流形本身，从几何上严格保证每一步迭代点都满足恒模约束，避免了传统投影法的精度损失与可行域偏离问题。

因此根据RCG算法，本文首先计算问题(47)目标函数的欧几里得梯度，其表达式为

$$\nabla f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)=\boldsymbol{V}_{\rm rf}\boldsymbol{V}_{\rm bb}\boldsymbol{V}_{\rm bb}^{\rm H}-\left(\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{D}\right)\boldsymbol{V}_{\rm bb}^{\rm H} \tag{48}$$

其复圆流形的切空间定义如下[29]：

$$\mathcal{T}_{\boldsymbol{V}_{\rm rf}}\mathcal{M}_c=\left\{\boldsymbol{\Pi}\in\mathbb{C}^{N_{\rm a}\times N_{\rm rf}}\text{：}\ \mathcal{R}\left\{\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{\rm H}\boldsymbol{\Pi}\right)\right\}=0\right\} \tag{49}$$

将欧几里得梯度投影到切空间上，得到内禀梯度$\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)$的表达式为

$$\begin{aligned}\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)&=\mathcal{P}_{\boldsymbol{V}_{\rm rf}}\left(\nabla f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)\right)\\&=\nabla f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)-\mathcal{R}\left\{\mathrm{Tr}\left\{\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{\rm H}\nabla f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}\right)\right\}\right\}\boldsymbol{V}_{\rm rf}\end{aligned} \tag{50}$$

内禀梯度反映了目标函数流形上的最速下降方向，是RCG算法的核心。

在第q次迭代中，$\boldsymbol{V}_{\rm rf}$在切空间上的更新可通过式(51)实现：

$$\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q+1)}=\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}+\kappa^{(q)}\mathrm{grad}^{+}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}\right) \tag{51}$$

其中，步长$\kappa^{(q)}$采用黎曼流形上的Armijo回溯线搜索确定[29–31]，该回溯准则通过逐步衰减步长，保证每轮迭代都满足充分下降条件，同时避免步长过小导致收敛速度变慢，是黎曼优化中保证算法稳定性的标准步长策略。

下降方向$\mathrm{grad}^{+}f(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)})$表示迭代的下降反方向，由当前梯度与上一次迭代的下降方向加权求和得到，表达式为

$$\begin{aligned}&\mathrm{grad}^{+}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}\right)\\&=-\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}\right)+\tau^{(q)}\mathcal{P}_{\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}}\left(\mathrm{grad}^{+}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q-1)}\right)\right)\end{aligned} \tag{52}$$

其中，$\tau^{(q)}$为Polak-Ribiere参数，形式如下：

$$\tau^{(q)}=\frac{\left\langle\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}\right),\overline{\boldsymbol{S}}^{(q)}\right\rangle}{\left\|\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q+1)}\right)\right\|_{\rm F}^2} \tag{53}$$

$\overline{\boldsymbol{S}}^{(q)}$表示当前梯度与前一次梯度的差值，表达式为

$$\overline{\boldsymbol{S}}^{(q)}=\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}\right)-\mathcal{P}_{\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}}\left(\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q-1)}\right)\right) \tag{54}$$

当下降方向$\kappa^{(q)}\mathrm{grad}^{+}f(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)})$确定之后，$\boldsymbol{V}_{\rm rf}$的第$q+1$次迭代更新通过流形$\mathcal{M}_c$上的收缩映射得到：

$$\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q+1)}=\mathcal{R}\left(\kappa^{(q)}\mathrm{grad}^{+}f\left(\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{(q)}\right)\right)=\tilde{\boldsymbol{V}}_{\rm rf}^{(q+1)}\odot\frac{1}{\left|\tilde{\boldsymbol{V}}_{\rm rf}^{(q+1)}\right|} \tag{55}$$

值得注意的是，基于经典的Armijo回溯线搜索和Polak-Ribiere参数，此RCG算法可保证目标函数在每次迭代中单调非增。由于目标函数存在下界0，该算法可以收敛到一个临界点(即该点处的梯度为0)。

3.6 对偶变量的更新

对偶变量$\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{Z}_m$的更新采用梯度上升的方式[22]：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{D}^{t+1}=\boldsymbol{D}^{t}+\boldsymbol{Y}^{t+1}-\boldsymbol{V}_{\rm rf}^{t+1}\boldsymbol{V}_{\rm bb}^{t+1},\\&\boldsymbol{Z}_m^{t+1}=\boldsymbol{Z}_m^{t}+\boldsymbol{G}_m^{t+1}-\left(\boldsymbol{Y}^{t+1}\right)^{\rm H}\boldsymbol{H}_m\boldsymbol{U}_m^{t+1}\end{aligned} \tag{56}$$

注意：在本文中，$(\cdot)^{t+1}$表示$(\cdot)^{t}$在下一迭代点的值，其中t表示迭代次数。

3.7 算法收敛准则

本文所提AirDRN-HBF算法采用交替优化框架进行迭代求解，为保证算法终止的合理性与收敛结果的有效性，设置如下两条收敛准则。

(1) 目标函数收敛：相邻两次迭代的目标函数值(即均方误差MSE)的相对变化小于预设阈值：

$$\frac{\left|\mathrm{MSE}^{(t+1)}-\mathrm{MSE}^{(t)}\right|}{\mathrm{MSE}^{(t)}}\le\epsilon_1 \tag{57}$$

其中，$\mathrm{MSE}^{(t)}$表示第t次迭代时的均方误差值。

(2) 等式约束收敛：引入的两个辅助变量所对应约束的违逆度分别小于预设阈值：

$$\left\|\boldsymbol{Y}^{(t)}-\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{(t)}\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}^{(t)}\right\|_{\mathrm{F}}\le\epsilon_2 \tag{58}$$

$$\left\|\boldsymbol{G}_m^{(t)}-\boldsymbol{Y}^{(t)\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m^{(t)}\boldsymbol{U}_m^{(t)}+\boldsymbol{Z}_m^{(t)}\right\|_{\mathrm{F}}\le\epsilon_{3,m} \tag{59}$$

当上述条件同时满足时，算法终止，并输出当前迭代结果。

3.8 算法总结与复杂度分析

根据上述推导，我们分析了AirDRN混合波束赋形算法的计算复杂度。具体而言，更新$\boldsymbol{W}_m$需要的复杂度为$O(N_{\mathrm{tx}}^3)$。更新$\boldsymbol{U}_m,\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}$需要的复杂度为$O(J^{3.5}N_{\mathrm{tx}}^{3.5}+N_{\mathrm{BCD}}N_{\mathrm{a}}N_{\mathrm{rf}}^2+N_{\mathrm{rf}}^3+N_{\mathrm{a}}N_{\mathrm{rf}}^2)$，其中$N_{\mathrm{BCD}}$表示分块坐标下降(Block Coordinate Descent, BCD)方法的迭代次数。因此，总体复杂度为$O(N_{\mathrm{AO}}(J^{3.5}N_{\mathrm{tx}}^{3.5}+N_{\mathrm{BCD}}N_{\mathrm{a}}N_{\mathrm{rf}}^2+N_{\mathrm{RF}}^3+N_{\mathrm{a}}N_{\mathrm{rf}}^2+N_{\mathrm{tx}}^3))$，其中$N_{\mathrm{AO}}$表示交替优化的迭代次数。整体算法流程如算法1所示。

4 仿真结果

本节给出若干数值算例与仿真结果，以评估本文中所提算法的性能。

4.1 参数设置

本文设置待计算函数的数量为$K=5$，传感器数量为$M=5$，每个传感器配置$N_{\mathrm{s}}=16$根天线，其中，在未特殊说明的情况下，$N_{\mathrm{tx}}=10$根用于发射$N_{\mathrm{rx}}=6$根用于接收。FC配置$N_{\mathrm{a}}=16$根天线和$N_{\mathrm{rf}}=4$条射频链。此外，发射功率为$P_m=1$ mW, $\forall m$。对于雷达噪声，我们考虑感兴趣区域内存在一个目标(角度为$+10^\circ$)和$J=2$个干扰源，在未说明的情况下，杂波的噪声为10 dB，入射方向设置为$-30^\circ,+30^\circ$。雷达信道噪声功率设为$\sigma_{\mathrm{r}}^2=-20$ dB。此外，目标和干扰源的雷达散射截面积分别设为10 dB和20 dB。

第m个传感器的信道矩阵建模为几何信道模型[17]：

$$\boldsymbol{H}_u=\sqrt{\frac{1}{N_{\mathrm{path}}}}\sum_{l=1}^{N_{\mathrm{path}}}\aleph_u^l\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}\left(\phi_{u,l}^r\right)\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}\left(\phi_{u,l}^t\right)$$

其中，$\aleph_u^l\sim\mathcal{CN}(0,1)$表示发射机与第$u$个用户之间的第$l$条路径的复增益，对应的到达角$\phi_{u,l}^r$与离开角$\phi_{u,l}^t$假设在$[0,2\pi)$内均匀分布。

4.2 结果分析

图3展示了所提AirDRN-HBF算法的收敛性能。图3(a)展示了迭代优化过程中SINR与发射功率的变化趋势。在迭代初期，SINR迅速衰减并收敛至约束阈值；发射功率在迭代全程紧贴可行域上边界震荡，最终收敛于功率上限。该现象表明，优化问题的最优解位于可行域的约束边界，属于边界最优解。这是带约束优化典型特征：为最大化目标性能，算法会充分利用功率资源，同时满足SINR最低门限约束。图3(b)绘制了等式约束残差(即辅助变量引入的两个等式约束的违逆度，对应文中式(58)和式(59))随迭代次数的变化。两条残差曲线均随迭代单调递减，在迭代次数达到约20次时，残差值均降至预设阈值10^{-3}以下。该结果验证了交替优化过程中辅助变量与原始变量之间的一致性，也表明

算法 1 AirDRN-HBF算法

Alg. 1 AirDRN-HBF algorithm

1. **输入**：系统参数。
2. 当算法未收敛时，执行以下循环：
3. 通过求解式(34)更新数字接收滤波矩阵$\{\boldsymbol{w}_m\}^{t+1}$。
4. 通过求解式(36)更新矩阵$\{\boldsymbol{G}_m\}^{t+1}$。
5. 通过求解式(38)更新矩阵$\{\boldsymbol{Y}\}^{t+1}$。
6. 通过求解问题(42)更新矩阵$\{\boldsymbol{U}_m\}^{t+1}$。
7. 通过求解式(46)更新$\{\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}\}^{t+1}$。
8. 设置初始参数：$\{\boldsymbol{Y}\}^{t+1}$, $\boldsymbol{D}^t$；初始化：$\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}\in\mathcal{M}_c$, $\mathrm{grad}^+f\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{(0)}\right)=-\mathrm{grad}f\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{(0)}\right)$。
9. 当算法未收敛时，执行以下循环：
10. 通过Armijo准则确定$\kappa^{(q)}$。
11. 通过式(55)更新$\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{(q+1)}$。
12. 通过式(53)更新$\tau^{(q+1)}$。
13. 通过式(52)更新$\mathrm{grad}^+f\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{(q+1)}\right)$。
14. 结束循环 **输出**：$\{\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}\}^{t+1}=\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{q+1}$
15. 计算中间变量$\boldsymbol{D}^{t+1}$和$\boldsymbol{Z}^{t+1}$
16. 结束循环
17. 收敛后，将最终迭代结果赋值为输出变量：

$\{\boldsymbol{w}_m\}^l=\{\boldsymbol{w}_m\}^{t+1}$,$\{\boldsymbol{U}_m\}^l=\{\boldsymbol{U}_m\}^{t+1}$, $\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}^l=\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}^{t+1}$, $\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^l=\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^{t+1}$

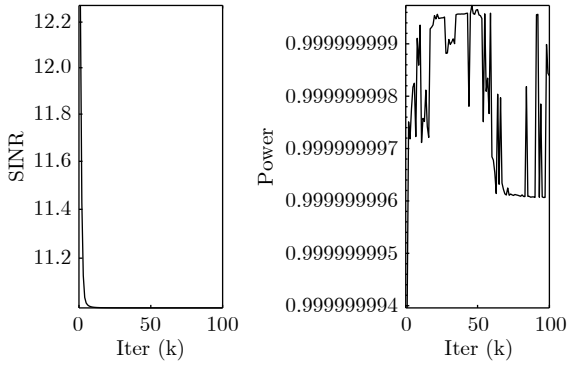
18. **输出**：$\{\boldsymbol{w}_m\}^l$, $\{\boldsymbol{U}_m\}^l$, $\boldsymbol{V}_{\mathrm{bb}}^l$, $\boldsymbol{V}_{\mathrm{rf}}^l$

算法严格收敛至可行域内的稳定点。综合图3(a)与图3(b)，所提算法具有快速收敛特性，且在保证约束精度的同时，MSE能够稳定收敛，从而证实了本文所设计交替优化框架的有效性与可靠性。

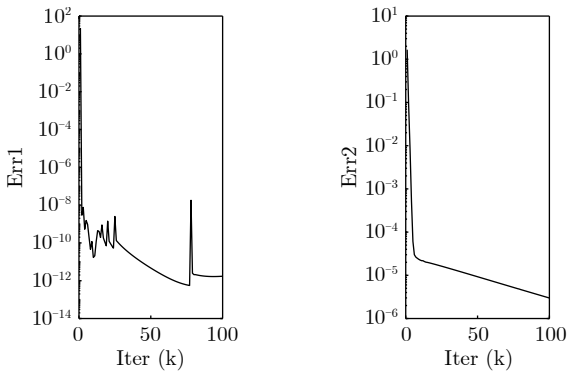
图4给出了各传感器的AirComp MSE随迭代次数的变化曲线。在仿真中，假设噪声功率为–20 dB。结果表明，对于不同的K, SINR和N_{tx}，AirComp MSE在迭代初期出现短暂上升后，均能快速收敛并趋于稳定。以上结果验证了所提交替优化算法的收敛性，揭示了系统MSE与SINR之间的内在权衡关系，同时揭示了在相同的约束条件下，N_{tx}的减小，N_{rx}的增加会放宽SINR约束，导致MSE的降低。

图5展示了不同反射系数和信噪比下的接收方向图。可以看到，所有方向图在杂波入射方向均形成了明显的深度零陷，这直接验证了所设计的接收矩阵在抑制杂波干扰方面的有效性。进一步分析可知，在信噪比相同的情况下，反射系数越大，零陷深度越深，系统杂波抑制能力越强；在反射系数相同的情况下，信噪比越大，零陷深度也越深，杂波抑制效果越显著。上述结果充分证明了接收矩阵优化设计的必要性与有效性。

图6展示了不同工作模式及信干噪比(SINR)条件下检测概率随虚警概率变化的比较结果。在仿真中，假设噪声功率为–30 dB。可以看出，在相同SINR和虚警概率($P_{\mathrm{d}}=10^{-4}$)条件下，所提AirDRN架构的检测概率始终高于传统TDD模式，表明多节点协同感知能够有效提升系统的目标检测能力。当SINR分别为7 dB和10 dB时，所提AirDRN架构的检测性能相较于传统TDD模式分别提升约3.17倍和1.52倍。上述结果验证了所提AirDRN架构在协同目标检测方面的有效性，并表明空中计算能够在降



(a) 约束条件曲线
(a) Convergence curve of the objective function



(b) 残差收敛曲线
(b) Convergence curves of the residuals

图 3 所提AirDRN-HBF算法的收敛性能

Fig. 3 Convergence performance of the proposed AirDRN-HBF algorithm

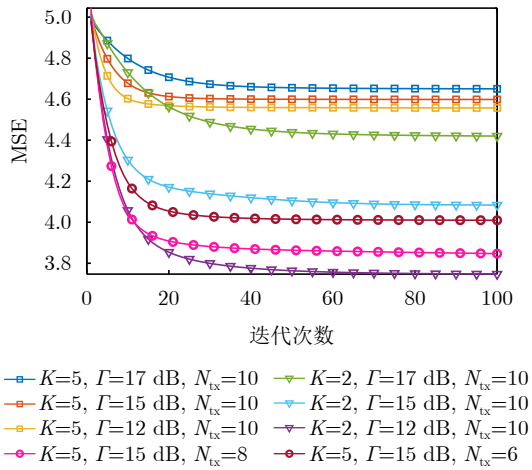


图 4 不同参数下的收敛曲线对比

Fig. 4 Comparison of convergence curves under different parameter settings

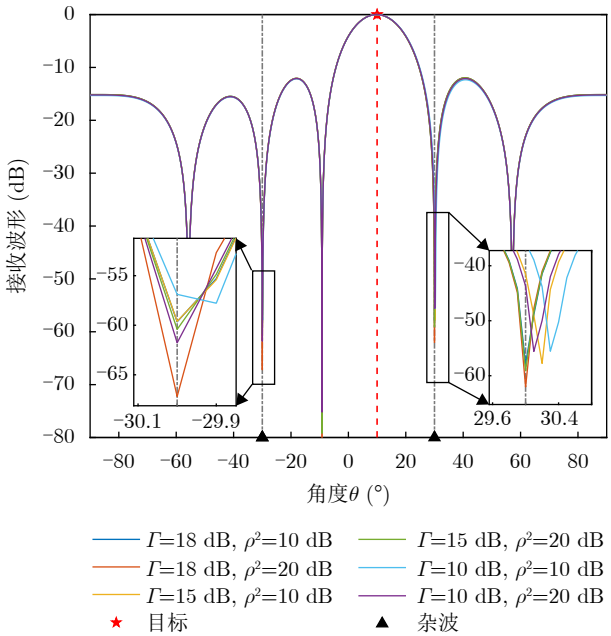


图 5 不同参数下接收方向图对比

Fig. 5 Comparison of receive beampatterns under different parameter settings

低传统数据回传开销的同时，实现多雷达节点感知信息的高效融合。

图7绘制了不同波束赋形方案的AirComp MSE随网络规模的变化关系。在仿真中，假设噪声功率为–20 dB。可以观察到，所有方案中， AirComp MSE均随传感器数量单调上升。值得注意的是，所提AirDRN-HBF方案得到的AirComp的MSE曲线与AirDRN全数字波束赋形方案的曲线高度接近，而采用1条射频链的AirDRN-HBF方案的性能略高。以上结果验证了所提出的AirDRN-HBF设计的有效性。

5 结语

针对传统分布式雷达网络数据融合依赖有线回程、硬件成本高昂的问题，本文提出了一种基于空中计算与联合波束赋形的AirDRN新架构。该架构创新性地利用无线信道的信号叠加特性，在FC直接对多雷达节点的感知数据进行空中聚合，从而避免了复杂的专用回程链路，显著降低了系统硬件成本与传输开销。本文的核心创新在于从理论上建立了AirComp聚合精度与分布式雷达检测性能之间的直接数学关联——通过将AirComp的聚合对象定义为检测的充分统计量，使AirComp的计算MSE成为检测概率的单调函数，从而为利用空中计算实现感知融合提供了严谨的理论基础。

研究中，本文首先推导了适用于分布式雷达的协同检测器，揭示其判决变量具有天然的累积求和形式，这一特性与AirComp的线性叠加机制高度契合。在此基础上，构建了以最小化AirComp计算MSE为目标，同时满足雷达SINR与发射功率约束的联合波束赋形优化问题，并设计了高效的交替优化求解算法。

仿真结果表明，所提算法能快速收敛，在有效保证雷达检测概率的同时，显著降低了数据聚合的硬件开销与计算误差，验证了AirDRN在实现高精度感知与高效率通信融合方面的可行性与优越性，为下一代低成本、高性能分布式智能感知系统提供了新的设计思路。

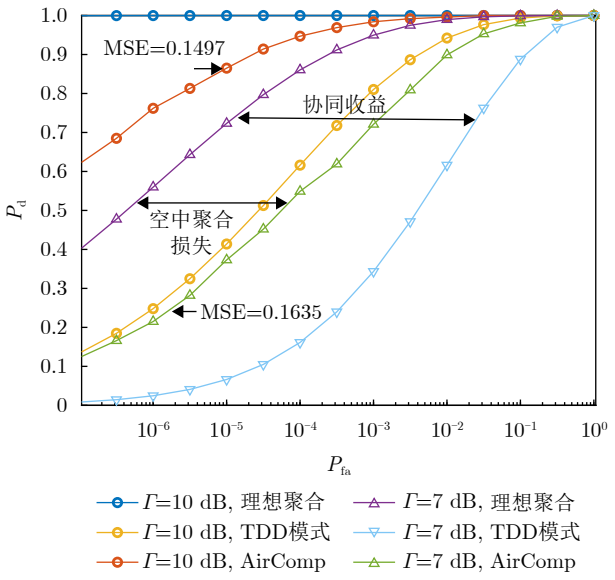


图 6 不同工作模式下的检测概率对比

Fig. 6 Comparison of detection performance under different operating modes

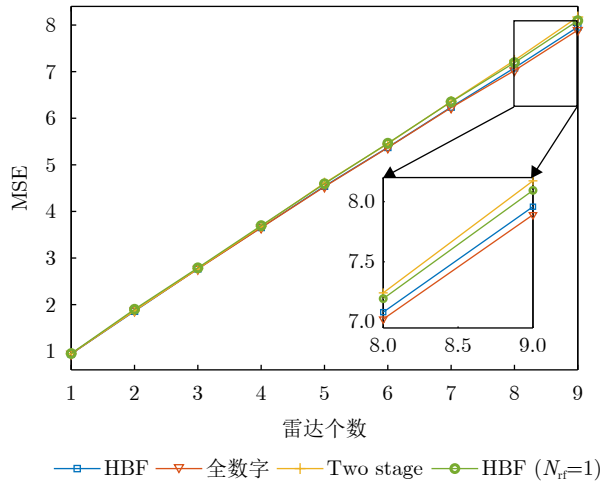


图 7 不同波束赋形方案的MSE对比

Fig. 7 Comparison of MSEs for different beamforming schemes

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参 考 文 献

[1] GOGINENI S and NEHORAI A. Polarimetric MIMO radar with distributed antennas for target detection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1689–1697. doi: 10.1109/TSP.2009.2036472.

[2] HAIMOVICH A M, BLUM R S, and CIMINI L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116–129. doi: 10.1109/MSP.2008.4408448.

[3] 程子扬, 何子述, 王智磊, 等. 分布式MIMO雷达目标检测性能分析[J]. 雷达学报, 2017, 6(1): 81–89. doi: 10.12000/JR16147.

CHENG Ziyang, HE Zishu, WANG Zhilei, *et al*. Detection performance analysis for distributed MIMO radar[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(1): 81–89. doi: 10.12000/JR16147.

[4] 何子述, 程子扬, 李军, 等. 集中式MIMO雷达研究综述[J]. 雷达学报, 2022, 11(5): 805–829. doi: 10.12000/JR22128.

HE Zishu, CHENG Ziyang, LI Jun, *et al*. A survey of

collocated MIMO radar[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(5): 805–829. doi: 10.12000/JR22128.

[5] MENG Kaitao, MASOUROS C, PETROPULU A P, *et al*. Cooperative ISAC networks: Opportunities and challenges[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2025, 32(3): 212–219. doi: 10.1109/MWC.008.2400151.

[6] SHI Chenguang, WANG Yijie, SALOUS S, *et al*. Joint transmit resource management and waveform selection strategy for target tracking in distributed phased array radar network[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(4): 2762–2778. doi: 10.1109/TAES.2021.3138869.

[7] 杨诗兴, 张国鑫, 梁雲飞, 等. 动平台分布式雷达系统动目标低比特数据检测算法[J]. 雷达学报(中英文), 2024, 13(3): 584–600. doi: 10.12000/JR23240.
YANG Shixing, ZHANG Guoxin, LIANG Yunfei, *et al*. Moving targets detection with low-bit quantization in distributed radar on moving platforms[J]. *Journal of Radars*, 2024, 13(3): 584–600. doi: 10.12000/JR23240.

[8] ASHRAF M, TAN Bo, MOLTCHANOV D, *et al*. Joint optimization of radar and communications performance in 6G cellular systems[J]. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2023, 7(1): 522–536. doi: 10.1109/TGCN.2023.3234258.

[9] NAZER B and GASTPAR M. Computation over multiple-access channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(10): 3498–3516. doi: 10.1109/TIT.2007.904785.

[10] ŞAHIN A and YANG Rui. A survey on over-the-air computation[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2023, 25(3): 1877–1908. doi: 10.1109/COMST.2023.3264649.

[11] 曹晓雯, 莫小鹏, 许杰. 面向边缘智能的空中计算[J]. 中兴通讯技术, 2020, 26(4): 31–37. doi: 10.12142/ZTETJ.202004007.
CAO Xiaowen, MO Xiaopeng, and XU Jie. Over-the-air computation for edge intelligence[J]. *ZTE Technology Journal*, 2020, 26(4): 31–37. doi: 10.12142/ZTETJ.202004007.

[12] 谈玲, 许海, 刘玉风, 等. 基于多无人机的空中计算网络资源分配算法[J]. 电子学报, 2023, 51(11): 3070–3078. doi: 10.12263/DZXB.20230513.
TAN Ling, XU Hai, LIU Yufeng, *et al*. Resource allocation algorithm of AirComp network based on multiple UAVs[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2023, 51(11): 3070–3078. doi: 10.12263/DZXB.20230513.

[13] LI Xiaoyang, ZHU Guangxu, GONG Yi, *et al*. Wirelessly powered data aggregation for IoT via over-the-air function computation: Beamforming and power control[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(7): 3437–3452. doi: 10.1109/TWC.2019.2914046.

[14] ZHAI Xiongfei, HAN Guojun, CAI Yunlong, *et al*. Beamforming design based on two-stage stochastic optimization for RIS-assisted over-the-air computation systems[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2022, 9(7): 5474–5488. doi: 10.1109/JIOT.2021.3108894.

[15] LI Xiaoyang, LIU Fan, ZHOU Ziqin, *et al*. Integrated sensing, communication, and computation over-the-air: MIMO beamforming design[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(8): 5383–5398. doi: 10.1109/TWC.2022.3233795.

[16] DONG Kai, VOROBYOV S A, YU Hao, *et al*. Beamforming design for integrated sensing, over-the-air computation, and communication in internet of robotic things[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(20): 32478–32489. doi: 10.1109/JIOT.2024.3433390.

[17] SOHRABI F and YU Wei. Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale antenna arrays[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3): 501–513. doi: 10.1109/JSTSP.2016.2520912.

[18] WANG Zihuan, LI Ming, LIU Qian, *et al*. Hybrid precoder and combiner design with low-resolution phase shifters in mmWave MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2018, 12(2): 256–269. doi: 10.1109/JSTSP.2018.2819129.

[19] WANG Bowen, LI Hongyu, LIU Fan, *et al*. Cooperative integrated sensing and communication networks: Analysis and distributed design[EB/OL]. arXiv:2407.13401, 2024[2026-09-03]. https://arxiv.org/abs/2407.13401.

[20] DENG Weicao, LI Min, ZHAO Mingmin, *et al*. CSI transfer from sub-6G to mmWave: Reduced-overhead multi-user hybrid beamforming[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2025, 43(3): 973–987. doi: 10.1109/JSAC.2025.3536539.

[21] BOYD S, PARIKH N, CHU E, *et al*. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2011, 3(1): 1–122. doi: 10.1561/2200000016.

[22] CHENG Ziyang, HE Zishu, and LIAO Bin. Hybrid beamforming design for OFDM dual-function radar-communication system[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1455–1467. doi: 10.1109/JSTSP.2021.3118276.

[23] CHENG Ziyang, HE Zishu, and LIAO Bin. Hybrid beamforming for multi-carrier dual-function radar-communication system[J]. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 2021, 7(3): 1002–1015. doi: 10.1109/TCCN.2021.3063110.

[24] LI Rencang. Rayleigh Quotient Based Optimization Methods for Eigenvalue Problems[M]. BAI Zhaojun, GAO

Weiguo, and SU Yangfeng. Matrix Functions and Matrix Equations. Singapore: World Scientific, 2015: 76–108.

[25] BOYD S and VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 127–272.

[26] SUN Ying, BABU P, and PALOMAR D P. Majorization-minimization algorithms in signal processing, communications, and machine learning[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(3): 794–816. doi: 10.1109/TSP.2016.2601299.

[27] GRANT M C and BOYD S P. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.2[EB/OL]. https://cvxr.com/cvx/, 2020.

[28] BOUMAL N. An Introduction to Optimization on Smooth Manifolds[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2023: 51–78.

[29] ABSIL P A, MAHONY R, and SEPULCHRE R. Optimization Algorithms on Matrix Manifolds[M]. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2008: 53–90.

[30] UDRIŞTE C. Convex Functions and Optimization Methods on Riemannian Manifolds[M]. Dordrecht, The Netherlands: Springer, 1994: 56–107. doi: 10.1007/978-94-015-8390-9.

[31] CHENG Ziyang and LIAO Bin. QoS-aware hybrid beamforming and DOA estimation in multi-carrier dual-function radar-communication systems[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1890–1905. doi: 10.1109/JSAC.2022.3155529.

作 者 简 介

程子扬，研究员，主要研究方向为MIMO雷达信号处理、雷达通信一体化设计等。

谭思源，硕士，主要研究方向为雷达波形设计、雷达通信一体化。

冉长坤，硕士，主要研究方向为新体制阵列雷达信号处理与智能化抗干扰等。

何子述，教授，主要研究方向为新体制雷达系统、雷达信号处理等。

(责任编辑：于青)