

单模态涡旋电磁波雷达距离-方位角二维成像方法

汪思源^① 袁航^① 陈怡君*^② 罗迎^①

^①(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

^②(武警工程大学信息工程学院 西安 710086)

摘要: 由于携带轨道角动量(OAM), 涡旋电磁波的波前相位结构呈螺旋状, 其回波包含受贝塞尔函数调制的幅度项和受目标方位角调制的相位项, 基于不同OAM模式可使目标散射点在方位角向得以差异性度量, 从而实现目标方位角向高分辨成像。然而, 现有方法需使用较多OAM模式对目标进行观测, 且不同模式的涡旋回波贝塞尔函数项不一致会导致方位角成像分辨率下降。此外, 贝塞尔函数项受目标散射点俯仰角调制, 使回波俯仰角-方位角信息强耦合, 当目标各散射点俯仰角存在差异时难以对其进行补偿, 导致方位角分辨性能进一步急剧下降。因此, 该文采用单模态涡旋电磁波观测目标, 通过对回波信号进行补偿, 将目标散射点方位角信息从回波相位提取至振幅中获得单模态期望信号, 弱化俯仰角差异对信号幅度项的影响, 从而降低俯仰角差异对方位角成像的影响。同时, 利用其振幅时延分辨散射点方位角, 从而基于单模态期望信号实现目标距离-方位角二维成像。仿真实验表明, 所提方法的方位角分辨率在俯仰角存在差异时仍能接近衍射极限, 且具有较好的鲁棒性。

关键词: 涡旋电磁波雷达; 二维成像; 贝塞尔函数; 均匀圆环阵列; 轨道角动量

中图分类号: TN957

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2026)x-0001-17

DOI: 10.12000/JR25253

CSTR: 32380.14.JR25253

引用格式: 汪思源, 袁航, 陈怡君, 等. 单模态涡旋电磁波雷达距离-方位角二维成像方法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR25253.

Reference format: WANG Siyuan, YUAN Hang, CHEN Yijun, *et al.* Range-azimuth two-dimensional imaging method with single-mode vortex electromagnetic wave radar[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR25253.

Range-azimuth Two-dimensional Imaging Method with Single-mode Vortex Electromagnetic Wave Radar

WANG Siyuan^① YUAN Hang^① CHEN Yijun*^② LUO Ying^①

^①(College of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

^②(College of Information Engineering, Engineering University of PAP, Xi'an 710086, China)

Abstract: Owing to their inherent Orbital Angular Momentum (OAM), vortex electromagnetic waves display a helical wavefront phase structure. Their echoes include an amplitude component modulated by Bessel functions and a phase component modulated by the azimuth angle of the target. By utilizing different OAM modes, the azimuthal scattering points of targets can be measured differentially, enabling high-resolution azimuth imaging. However, current methods require observing targets with multiple OAM modes. The inconsistency of Bessel function terms across modes causes azimuth imaging resolution to degrade. Additionally, the Bessel function term is influenced by the elevation angle of the scattering points, resulting in strong coupling between elevation

收稿日期: 2025-11-28; 改回日期: 2026-03-17; 网络出版: 2026-04-24

*通信作者: 陈怡君 chenijun519@126.com *Corresponding Author: CHEN Yijun, chenijun519@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(62571551)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (62571551)

责任编辑: 郭忠义 Corresponding Editor: GUO Zhongyi

©The Author(s) 2026. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

and azimuth information. When the elevation angles change, compensation becomes challenging, further reducing azimuth resolution. To overcome these issues, this paper uses single-mode vortex electromagnetic waves to observe targets. By compensating the echo signals, the azimuth information of the scattering points is shifted from the phase to the amplitude, producing the desired single-mode signal. This method diminishes the effect of elevation angle variations on the amplitude component, thereby lessening their impact on azimuth imaging. At the same time, the amplitude time-delay is employed to locate the azimuth positions of the scattering points, enabling two-dimensional range-azimuth imaging based on the single-mode signal. Simulation experiments show that the proposed method achieves azimuth resolution close to the diffraction limit even with changing elevation angles, while maintaining strong imaging performance.

Key words: Vortex electromagnetic wave radar; Two-dimensional imaging; Bessel function; Uniform circular array; Orbital Angular Momentum (OAM)

1 引言

随着电磁场中轨道角动量(Orbital Angular Momentum, OAM)的应用与发展, 涡旋电磁波(Vortex Electromagnetic Wave, VEMW)的概念应运而生^[1]。具体而言, OAM对电磁波的调制使其相位波前围绕波束轴呈空间螺旋形结构分布。同时, OAM模态可以取任意整数值, 且不同模态的OAM相互正交, 张成一个无穷维的希尔伯特空间, 为获取目标信息增加了新的维度, 涡旋电磁波雷达成像技术得以逐步发展^[2]。现有研究表明, 无论利用涡旋电磁波独特的波前相位结构与正交特性对目标进行微动特征提取与成像^[3-5], 还是将涡旋电磁波与传统雷达成像技术相结合从而使目标成像性能得以提升^[6-8], 都具有广阔前景。

2013年, 郭桂蓉院士等人^[9]首次将涡旋电磁波应用于雷达成像领域, 通过对多发-多收(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)工作模式下均匀圆环阵列(Uniform Circular Array, UCA)的各阵元相移调制, 依次合成产生了携带不同OAM模态的涡旋电磁波。在此回波信号模型的基础上, 对OAM模态与方位角变量之间的近似对偶关系进行了分析, 并分别利用滤波-傅里叶变换和反向投影(Back Projection, BP)方法实现目标的方位角向成像。2015年, 刘康教授等人^[10]建立了多发-多收和多发-单收(Multiple-Input Single-Output, MISO)两种工作模式的涡旋电磁波成像模型, 利用BP和快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)实现目标方位角向成像。而后, 在文献^[11]中, 利用线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号推导了基于UCA的涡旋电磁波成像方程, 并利用脉冲压缩与FFT对目标进行了距离-方位角二维成像。2018年, 该团队又建立了单发-多收(Single-Input Multiple-Output, SIMO)工作模式下的涡旋电磁波成像模型, 并利用脉冲压缩与BP算法实现了目标二维成像^[12]。

为进一步提高涡旋电磁波雷达方位角向分辨率, 文献^[13]引入稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)进行目标重构。文献^[14]针对雷达系统的相位误差, 提出了一种涡旋雷达两步自校正成像方法。文献^[15]提出了一种改进的后向投影-距离多普勒算法, 实现了目标三维成像。文献^[16]提出了一种具有球谐函数和球谐变换的正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法, 利用观测矩阵的低秩矩阵分解进行高分辨率成像。文献^[17]利用均匀同心圆环阵列(Uniform Concentric Circular Arrays, UCCAs)提出了一种基于倍增器的加速二维交替方向乘法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)的快速、高分辨率方法。

然而, 由于涡旋电磁波雷达目标回波中包含受贝塞尔函数调制的幅度项和受目标方位角调制的相位项, 且现有成像方法中用于观测目标的不同OAM模态的贝塞尔函数不一致, 导致目标方位角向成像分辨率难以达到理论值。同时, 现有成像方法中目标散射点俯仰角的微小差异将引起模态频域的剧烈变化, 进而影响方位角成像性能, 即回波中散射点方位角与其俯仰角存在强耦合关系。当同一距离单元内的多散射点俯仰角存在差异时, 现有涡旋电磁波雷达成像方法的方位角分辨能力将急剧下降。

为解决该问题, 本文提出了一种单模态涡旋电磁波雷达二维成像方法, 以降低俯仰角差异对方位角成像影响。首先, 采用单模态涡旋电磁波信号进行目标观测, 通过构造补偿信号, 将目标散射点方位角信息从回波相位提取至振幅中得到单模态期望信号, 使散射点方位角信息重构从依赖于相位项中模态域的映射转变至依赖于幅度项中贝塞尔函数的曲线变化, 从而基于单模态涡旋电磁波的振幅时延实现散射点方位角分辨。此外, 俯仰角对回波的影响体现在幅度项的贝塞尔函数中, 因此回波振幅对俯仰角差异的敏感性本就小于回波相位, 即所提基于振幅时延的成像方法相较于现有基于相位模态域映射的

成像方法对俯仰角差异具有弱敏感性。同时，基于目标回波和所构造补偿信号得到的单模态期望信号可进一步弱化俯仰角差异对贝塞尔函数曲线变化特性的影响，即进一步降低所提方位角重构方法对俯仰角差异的敏感性。因此，所提二维成像方法在存在俯仰角差异的情况下仍能使方位角分辨率接近衍射极限。仿真实验验证了所提方法的有效性与鲁棒性。

2 现有涡旋电磁波雷达成像模型

现有基于UCA的涡旋电磁波雷达分为3种工作模式：多发-多收、多发-单收和单发-多收。由于各工作模式下的成像机理一致，此处以SIMO工作模式为例，对其成像过程进行介绍。

基于UCA的涡旋电磁波雷达观测模型如图1所示，半径为 a 的圆环阵列上等间隔排列着 N 个阵元，以圆心为原点 O 、垂直于圆环的方向为 Z 轴建立直角坐标系，各阵元方位角 $\phi_n = 2\pi(n-1)/N$, $n = 1, 2, \dots, N$ 。

以SIMO工作模式发射LFM信号，其中原点 O 处的中心阵元为发射阵元，UCA上的 N 个阵元为接收阵元，发射信号可表示为

$$s_T(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \exp(j2\pi f_c t) \exp(j\pi\mu t^2) \quad (1)$$

其中， j 为虚数单位， t 为快时间， $\text{rect}(\cdot)$ 是矩形窗函数， T_p 为脉冲持续时间， f_c 为载频， $\mu = B/T_p$ 为调频率， B 为总带宽。

假设目标包含 M 个散射点， σ_m , r_m , θ_m 和 φ_m 分别代表第 m 个散射点的散射系数、距离、俯仰角和方位角， $m = 1, 2, \dots, M$ 。第 n 个阵元的接收信号为

$$\begin{aligned} s_R(t, n) &= \sum_{m=1}^M \sigma_m \text{rect}\left(\frac{t - 2r_m/c + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c}{T_p}\right) \\ &\cdot \exp(j2\pi f_c (t - 2r_m/c + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp\left(j\pi\mu (t - 2r_m/c + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)^2\right) \end{aligned} \quad (2)$$

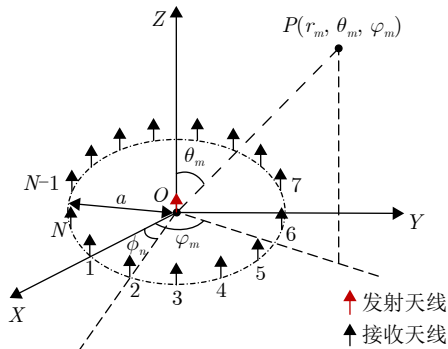


图1 涡旋电磁波雷达观测模型

Fig. 1 Observation model of vortex electromagnetic wave radar

其中， c 为光速。

对各阵元添加递增相位 $\exp(j\alpha\phi_n)$ ，其中 α 为OAM模态，并进行阵元累加，可得涡旋电磁波回波

$$\begin{aligned} s_R^{\text{vortex}}(t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sigma_m \\ &\cdot \text{rect}\left(\frac{t - 2r_m/c + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c}{T_p}\right) \\ &\cdot \exp(j2\pi f_c (t - 2r_m/c + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp\left(j\pi\mu (t - 2r_m/c + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)^2\right) \\ &\cdot \exp(j\alpha\phi_n) \end{aligned} \quad (3)$$

对其进行de-chirp处理可得

$$\begin{aligned} s_R^{\text{vortex}}(t') &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sigma_m \text{rect}\left(\frac{t' - \tau_{\Delta m} + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c}{T_p}\right) \\ &\cdot \exp(-j2\pi f_c (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp(-j2\pi\mu t' (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp\left(j\pi\mu (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)^2\right) \\ &\cdot \exp(j\alpha\phi_n) \end{aligned} \quad (4)$$

其中， $\tau_{\Delta m} = 2r_{\Delta m}/c$, $r_{\Delta m} = r_m - r_{\text{ref}}$ 为第 m 个散射点的相对距离， r_{ref} 代表参考距离。对快时间域做傅里叶变换，即对 t' 做傅里叶变换可得

$$\begin{aligned} S_R^{\text{vortex}}(f) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sigma_m T_p \cdot \exp(j\alpha\phi_n) \\ &\cdot \text{sinc}(T_p (f + \mu (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c))) \\ &\cdot \exp(-j2\pi f (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp(-j2\pi f_c (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp\left(j\pi\mu (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)^2\right) \end{aligned} \quad (5)$$

由于 $a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c \ll \tau_{\Delta m}$ ，所得距离像峰值为 $f \approx -\mu\tau_{\Delta m}$ ，从而得到目标的一维距离像。式(5)可改写为

$$\begin{aligned} S_R^{\text{vortex}}(f) &\approx (-j)^{-\alpha} N T_p \sum_{m=1}^M \sigma_m \text{sinc}(T_p (f + \mu\tau_{\Delta m})) \\ &\cdot J_\alpha(ka \sin \theta_m) \exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta m}) \\ &\cdot \exp(j\alpha\varphi_m) \end{aligned} \quad (6)$$

其中， $J_\alpha(\cdot)$ 为第1类 α 阶贝塞尔函数， $k = 2\pi f_c/c$ 为波数。此时，OAM模态 α 与目标散射点方位角 φ_m 构成近似对偶关系，通过对模态域做映射即可获得目标散射点的方位角信息。

由式(6)中的 $J_\alpha(ka \sin \theta_m)$ 项可知, 散射点俯仰角会对回波幅度项中的贝塞尔函数产生影响。散射点俯仰角差异对回波幅度项的影响如图2(a)所示, 其中蓝色曲线代表同一俯仰角下的两散射点涡旋回波叠加后的幅度项, 红色曲线代表俯仰角间距为0.01 rad的两散射点涡旋回波叠加后的幅度项。显然, 俯仰角的微小差异即会对回波幅度产生影响。此外, 现有涡旋电磁波雷达方位角向成像方法是基于回波相位项中的 $\exp(j\alpha\varphi_m)$, 对模式域做映射以获取散射点方位角信息, 如匹配滤波算法是基于参考信号与回波信号在模式频域的一致性实现方位角成像, 而参考信号即使存在微小偏差也会对成像结果产生剧烈扰动。图2(b)所示为俯仰角差异在模式频域中的影响, 其中蓝色曲线代表的回波为同一俯仰角下的两散射点叠加结果, 红色曲线代表的回波为俯仰角间距0.01 rad的两散射点叠加结果。显然, 俯仰角差异在模式频域中的影响相较于对回波幅度项的影响更为剧烈, 即现有涡旋电磁波雷达成像方法中回波俯仰角-方位角信息存在强耦合关系, 导致其方位角成像性能急剧下降。

3 单模态涡旋电磁波雷达成像方法

为解决上述问题, 本节基于单模态OAM, 提出一种降低俯仰角差异对方位角成像影响的涡旋电磁波雷达二维成像方法。一方面, 所提方法将目标散射点方位角信息从回波相位提取至振幅中, 基于信号振幅的时延实现方位角分辨, 从而通过转变方位角重构依赖的信息域来降低其对俯仰角差异的敏感性; 另一方面, 所提方法得到的期望信号可进一步弱化俯仰角差异对贝塞尔函数曲线变化特性的影响, 从而进一步降低所提基于信号幅度项信息的方

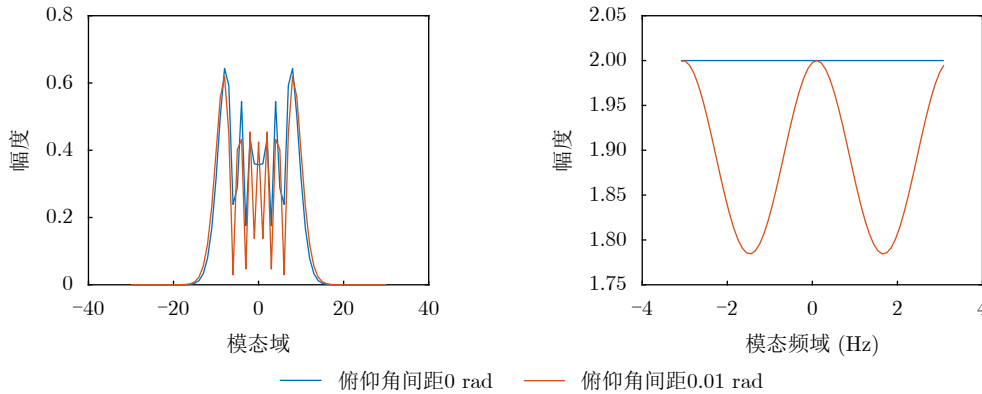
位角成像方法对俯仰角差异的敏感性。此时, 即可降低俯仰角差异对方位角成像的影响。此外, 需要说明的是, 所提成像方法仅需使用单OAM模态, 远低于现有涡旋电磁波雷达成像方法的模态需求度。具体来说, 所提方法同样基于SIMO工作模式, 第 n 个阵元的接收信号如式(2)所示, 对其添加递增相位 $\exp(j\alpha\phi_n)$ 后直接进行de-chirp处理可得

$$\begin{aligned} s'_R(t', n) &= \sum_{m=1}^M \sigma_m \text{rect} \left(\frac{t' - \tau_{\Delta m} + a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c}{T_p} \right) \\ &\cdot \exp(-j2\pi f_c (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp(-j2\pi \mu t' (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp(j\pi \mu (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)^2) \\ &\cdot \exp(j\alpha\phi_n) \end{aligned} \quad (7)$$

对快时间域做傅里叶变换可得一维距离像

$$\begin{aligned} S_R(f, n) &= \sum_{m=1}^M \sigma_m T_p \\ &\cdot \text{sinc}(T_p (f + \mu(\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c))) \\ &\cdot \exp(-j2\pi f (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp(-j2\pi f_c (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)) \\ &\cdot \exp(j\pi \mu (\tau_{\Delta m} - a \sin \theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)^2) \\ &\cdot \exp(j\alpha\phi_n) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 距离像峰值为 $f \approx -\mu\tau_{\Delta m}$, 通过简单换算可得各散射点距离 r_m 。若距离像峰值数 $M' < M$, 即同一距离单元内存在多个散射点, 第 n 个阵元的第 m' ($m' = 1, 2, \dots, M'$)个距离像峰值所在距离单元的信号可表示为



(a) 俯仰角差异对模式域的影响 (b) 俯仰角差异对模式频域的影响
(a) Effect of elevation difference on mode domain (b) Effect of elevation difference on mode frequency domain

图2 俯仰角差异对现有涡旋电磁波雷达成像模型的影响

Fig. 2 Effect of elevation angle difference on existing VEMW radar imaging model

$$\begin{aligned}
& S_R(f_{m'}, n) \\
&= T_p \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} \cdot \exp(j\alpha\phi_n) \\
&\quad \cdot \exp(j2\pi\mu\tau_{\Delta m'} (\tau_{\Delta m'} - a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)) \\
&\quad \cdot \exp(-j2\pi f_c (\tau_{\Delta m'} - a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)) \\
&\quad \cdot \exp(j\pi\mu (\tau_{\Delta m'} - a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)^2) \\
&= T_p \exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta m'}) \exp(j3\pi\mu\tau_{\Delta m'}^2) \exp(j\alpha\phi_n) \\
&\quad \cdot \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} \exp(j2\pi f_c \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c) \\
&\quad \cdot \exp(-j4\pi\mu\tau_{\Delta m'} a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c) \\
&\quad \cdot \exp(j\pi\mu (a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)^2) \quad (9)
\end{aligned}$$

其中， $\tau_{\Delta m'} = 2r_{\Delta m'}/c$ ， $r_{\Delta m'} = r_{m'} - r_{\text{ref}}$ 为第 m' 个散射点的相对距离，第 m' 个距离像峰值所在距离单元内散射点个数为 m'_Q ， $\sigma_{m'_q}$ ， $\theta_{m'_q}$ 和 $\varphi_{m'_q}$ 分别代表第 m'_q 个散射点的散射系数、距离、俯仰角和方位角， $m'_q = 1, 2, \dots, m'_Q$ 。根据实际中的雷达参数及目标尺寸可知，相位项中的 $|-4\pi\mu\tau_{\Delta m'} a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c|$ 和 $|\pi\mu(a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)^2|$ 均远小于 2π ，且由于 $2\mu\tau_{\Delta m'} \ll f_c$ ，这两项也远小于相位项中的 $|2\pi f_c a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c|$ 。而获取目标方位角信息主要依赖于相位项 $\exp(j2\pi f_c a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)$ ，因此 $|2\pi f_c a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c|$ 相位折叠后的值不可以过小(这可通过设置雷达载频进行调控)，从而可对相位项 $\exp(-j4\pi\mu\tau_{\Delta m'} a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)$ 和相位项 $\exp(j\pi\mu(a \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)/c)^2)$ 进行忽略，第 n 个阵元的第 m' 个距离像峰值所在距离单元的信号可近似为

$$\begin{aligned}
S_R(f_{m'}, n) \approx S_f(m') \cdot \exp(j\alpha\phi_n) \cdot \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} \\
\cdot \exp(jka \sin \theta_{m'_q} \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)) \quad (10)
\end{aligned}$$

其中， $S_f(m') = T_p \exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta m'}) \exp(j3\pi\mu\tau_{\Delta m'}^2)$ 。

若按照传统涡旋电磁波成像原理，直接对各阵元信号进行累加，所得信号如式(6)所示，其振幅项 $J_\alpha(ka \sin \theta_{m'_q})$ 为贝塞尔函数形式且包含目标俯仰角信息，相位项 $\exp(j\alpha\varphi_{m'_q})$ 包含目标方位角信息，成像方法为利用相位中模态与方位角映射关系实现方位角重构。然而，一方面，不同模态 α 下的贝塞尔函数不一致将导致从模态域映射至方位角域时信号振幅

随模态变化而变化，严重降低方位角成像性能；另一方面，同一距离单元内不同散射点的俯仰角差异同样会对振幅产生影响，进一步影响方位角成像性能。

因此，本文拟通过构造补偿信号实现两个目的，一是将相位中的方位角信息 $\varphi_{m'_q}$ 提取至振幅中，使成像无需依赖于模态与方位角的映射关系，而是依赖于单模态信号的振幅时延，从而直接消除不同模态振幅不一致对成像的影响；二是通过在振幅中引入其他参数，减小散射点俯仰角 $\theta_{m'_q}$ 在 α 阶贝塞尔函数自变量中的占比，进而减弱散射点俯仰角差异对回波振幅的影响，从而降低其对成像结果的影响。

通过对贝塞尔函数的级数展开形式进行分析，本文考虑到可以利用辅助角公式实现上述目的。首先，将补偿信号设计为与式(10)所示回波相位项第 2 项一致的形式，其表达式为

$$S_{\text{com}}(n) = (-j)^\alpha \exp(jka \sin \theta_T \cos(\varphi_{a'} - \phi_n)) \quad (11)$$

其中，参考俯仰角 θ_T 是基于雷达波束角 θ_T^0 确定的，即 $\theta_T = \theta_T^0 + \theta'_\Delta$ ， θ'_Δ 可考虑设置为两倍雷达波束宽度。 $\varphi_{a'} \in \mathbb{R}^{A' \times 1}$ 为 $[0, 2\pi(A' - 1)/A']$ 的均匀采样的列向量， A' 为采样点个数。

根据辅助角公式，将 UCA 上所有阵元的 $S_R(f_{m'}, n)$ 分别乘以补偿信号，令 $p_{m'_q T} = \sin^2 \theta_{m'_q} + \sin^2 \theta_T$ ，累加补偿后的各阵元信号可得第 m' 个距离像峰值所在距离单元的期望信号为

$$\begin{aligned}
S_R^{\text{desired}}(f_{m'}) &= \sum_{n=1}^N S_R(f_{m'}, n) \cdot S_{\text{com}}(n) \\
&= S_f(m') \sum_{n=1}^N \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} \exp(jka \sin \theta_{m'_q} \\
&\quad \cdot \cos(\varphi_{m'_q} - \phi_n)) \cdot (-j)^\alpha \\
&\quad \cdot \exp(jka \sin \theta_T \cos(\varphi_{a'} - \phi_n)) \exp(j\alpha\phi_n) \\
&= S_f(m') \sum_{n=1}^N \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} \cdot (-j)^\alpha \exp(j\alpha\phi_n) \\
&\quad \cdot \exp(jka \left(\left(\sin \theta_{m'_q} \cos \varphi_{m'_q} + \sin \theta_T \cos \varphi_{a'} \right) \right. \\
&\quad \left. \cdot \cos \phi_n + \left(\sin \theta_{m'_q} \sin \varphi_{m'_q} + \sin \theta_T \sin \varphi_{a'} \right) \sin \phi_n \right)) \\
&= S_f(m') \sum_{n=1}^N \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} \cdot (-j)^\alpha \exp(j\alpha\phi_n) \\
&\quad \cdot \exp\left(jka \sqrt{p_{m'_q T} + 2 \sin \theta_{m'_q} \sin \theta_T \cos(\varphi_{m'_q} - \varphi_{a'})} \right. \\
&\quad \left. \cdot \cos\left(\phi_n - \arctan \frac{\sin \theta_{m'_q} \sin \varphi_{m'_q} + \sin \theta_T \sin \varphi_{a'}}{\sin \theta_{m'_q} \cos \varphi_{m'_q} + \sin \theta_T \cos \varphi_{a'}}\right)\right) \quad (12)
\end{aligned}$$

进一步, 期望信号可近似为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_R^{\text{desired}}(f_{m'}) & \\ \approx S_f(m') \cdot N \sum_{m'_q=1}^{m'_Q} \sigma_{m'_q} & \\ \cdot J_\alpha \left(ka \sqrt{p_{m'_q T} + 2 \sin \theta_{m'_q} \sin \theta_T \cos(\varphi_{m'_q} - \varphi_{a'})} \right) & \\ \cdot \exp \left(j\alpha \arctan \frac{\sin \theta_{m'_q} \sin \varphi_{m'_q} + \sin \theta_T \sin \varphi_{a'}}{\sin \theta_{m'_q} \cos \varphi_{m'_q} + \sin \theta_T \cos \varphi_{a'}} \right) & \end{aligned} \quad (13)$$

可以看出, 期望信号振幅中的贝塞尔函数项与相位项均与传统涡旋电磁波回波存在较大差异。此时, 所提方法不再考虑回波相位项, 而是直接依靠幅度项的时延实现目标方位角成像, 不仅提高了目标方位角成像性能, 而且可直接利用单模态涡旋电磁波实现成像。具体来说, $\mathbf{S}_R^{\text{desired}}(f_{m'})$ 表现为第 m' 个距离像峰值所在距离单元内多散射点贝塞尔函数的叠加, 各贝塞尔函数的值域可表示为 $[J_\alpha(ka \cdot |\sin \theta_T - \sin \theta_{m'_q}|), J_\alpha(ka \cdot |\sin \theta_T + \sin \theta_{m'_q}|)]$ 。

显然, 所提方法与现有涡旋成像方法的不同之处在于, 将目标散射点方位角信息从相位转化至振幅信息中。当方位角信息位于相位中时, 幅度项中散射点俯仰角差异对相位的映射提取结果影响较大, 如图2(b)所示, 形成俯仰角-方位角强耦合现象。而当方位角信息位于幅度中时, 一方面, 俯仰角差异对回波幅度的影响本就小于回波相位, 如图2(a)所示; 另一方面, 所提方法得到的期望信号中的贝塞尔函数项形式可进一步减弱散射点俯仰角差异对期望信号幅度的影响。图3所示为俯仰角差异对期望信号的影响, 其中设置 $\theta_T = \theta_T^0 + 0.3$, 两散射点的俯仰角均为0.1 rad。蓝色曲线代表两散射

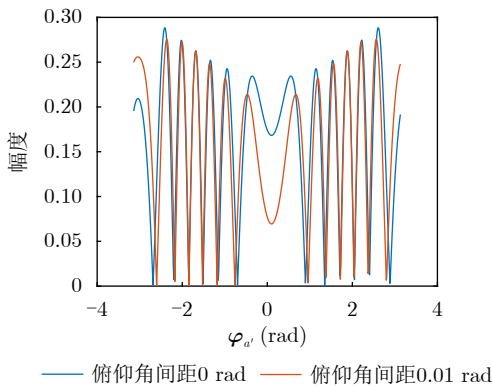


图3 俯仰角差异对所提涡旋电磁波雷达成像方法的影响

Fig. 3 Effect of elevation angle difference on proposed VEMW radar imaging method

点俯仰角相同时其涡旋回波叠加后的期望信号幅度项, 红色曲线代表俯仰角间距为0.01 rad时两散射点涡旋回波叠加后的期望信号幅度项, 可以看出俯仰角差异对信号幅度项曲线特性的影响明显小于图2(a)所示的原涡旋回波信号。综上所述, 所提方法使散射点方位角重构从依赖于相位项中模态域的映射转变至依赖于幅度项中贝塞尔函数的曲线变化, 通过对比图2(b)和图3, 可以看出所提方法对俯仰角差异的敏感性大幅减弱, 从而可以降低俯仰角差异对方位角成像的影响。

需要说明的是, θ_T 的选取相对自由, 其设置准则为: 通过设置 $\theta_T - \theta_{m'_q}$ 大于各散射点俯仰角 $\theta_{m'_q}$ 间的差异, 使期望信号中各散射点的贝塞尔函数项值域趋于一致。因此, 所设置 θ_T 仅需满足 $\theta_\Delta = \theta_T - \theta_T^0$ 远大于各散射点俯仰角 $\theta_{m'_q}$ 间的差异即可, 其具体值对所提方法方位像成像结果影响较小。这也就是前文考虑将 θ_Δ 设置为两倍雷达波束角宽度的原因。

此时, 根据散射点方位角 $\varphi_{m'_q}$ 的不同, 期望信号的振幅在近似相同的变化范围内随 $\varphi_{a'}$ 呈现出不同的时延, 从而为目标散射点方位角分辨提供依据。具体来说, 构造由 E' 个维度为 $A' \times A'$ 的字典 \mathbf{d}_e 构成的字典 \mathbf{D} 。

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_e &= \sum_{n=1}^N \exp(jka \sin \theta_e \cos(\varphi_{a''}^T - \phi_n)) \cdot \mathbf{S}_{\text{com}}(n) \\ &= \sum_{n=1}^N (-j)^\alpha \exp(j\alpha \phi_n) \\ &\quad \cdot \exp(jka \sin \theta_e \cos(\varphi_{a''}^T - \phi_n)) \\ &\quad \cdot \exp(jka \sin \theta_T \cos(\varphi_{a''}^T - \phi_n)) \\ &\approx N \cdot J_\alpha \left(ka \sqrt{p_{eT} + 2 \sin \theta_e \sin \theta_T \cos(\varphi_{a''}^T - \varphi_{a'})} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left(j\alpha \arctan \frac{\sin \theta_e \sin \varphi_{a''}^T + \sin \theta_T \sin \varphi_{a'}}{\sin \theta_e \cos \varphi_{a''}^T + \sin \theta_T \cos \varphi_{a'}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\theta_e \in \theta_T^0 + [-\theta_\Delta, \theta_\Delta]$, θ_Δ 为雷达波束角宽度, $\varphi_{a''} \in \mathbb{R}^{A'' \times 1}$ 为 $[0, 2\pi(A'' - 1)/A'']$ 之间均匀采样的列向量, A'' 为采样点个数, $p_{eT} = \sin^2 \theta_e + \sin^2 \theta_T$ 。

对字典进行相关性分析可以看出, 不同 θ_e 下各字典 \mathbf{d}_e 的列向量相关系数是不同的, 具体来说, 除与自身最邻近的列向量(即第一旁瓣处)外, 不同 θ_e 下字典的列向量相关系数较高的位置有所差异。因此, 可以说本文是通过采取不同 θ_e 下字典进行重构, 从而对除第一旁瓣外的高旁瓣进行修正。

此时, 可将同一距离单元下的多散射点方位角信息估计问题转化为稀疏表示问题, 即

$$\mathbf{S}_R^{\text{desired}}(f_{m'})^T = \mathbf{d}_e^T \boldsymbol{\delta}_e \quad (15)$$

期望信号 $\mathbf{S}_R^{\text{desired}}(f_{m'})$ 即补偿后的观测信号为已知，字典矩阵 \mathbf{d}_e 为已知，信号的稀疏表示 $\boldsymbol{\delta}_e$ 为未知，基于稀疏重构算法如OMP算法可求解得到 $\boldsymbol{\delta}_e$ 。显然，若 $\theta_e \approx \theta_{m'_q}$ ， $\boldsymbol{\delta}_e$ 中不为零元素的位置信息即表征了目标散射点方位角 $\varphi_{m'_q}$ 。

若所构造字典中的 θ_e 与散射点俯仰角 $\theta_{m'_q}$ 之间也存在较大偏差，所得 $\boldsymbol{\delta}_e$ 中的不为零元素位置将极不稳定；反之，若 θ_e 与 $\theta_{m'_q}$ 较为接近，所得 $\boldsymbol{\delta}_e$ 中的不为零元素位置较为稳定。因此，基于式(15)稀疏重构得到字典 \mathbf{D} 中各 \mathbf{d}_e 对应的 $\boldsymbol{\delta}_e$ ，并按照维度 e 进行累加得到

$$\boldsymbol{\delta} = \sum_{e=1}^{E'} \boldsymbol{\delta}_e \quad (16)$$

$\boldsymbol{\delta}$ 中峰值对应为目标第 m' 个距离像峰值所在距离单元内的散射点方位角 $\varphi_{m'_q}$ 。

但上述重构方法仅适用于目标同一距离单元内的各散射点俯仰角差异较大的情况。当目标第 m' 个距离像峰值所在距离单元内的各散射点俯仰角差异较小时，在此差异范围构成的俯仰角区域内的 θ_e 均可与各散射点俯仰角保持较小偏差，最优 θ_e 范围与散射点俯仰角 $\theta_{m'_q}$ 不再是一一对应关系，从而基于该俯仰角区域的字典 \mathbf{d}_e 所得 $\boldsymbol{\delta}_e$ 中均存在相对稳定但不完全一致的不为零元素，其表现在 $\boldsymbol{\delta}$ 中显示为峰值多且密集，即式(16)所示方法不再适

用。因此，需重新设计方位角求解方法。由于散射点俯仰角差异较小，可考虑利用同一字典对各散射点的方位角进行求解。显然，当所得 $\boldsymbol{\delta}_e$ 中不为零元素均取得较大幅值时，对应的字典 \mathbf{d}_e 为最优字典， $\boldsymbol{\delta}_e$ 为最优求解结果，即

$$\boldsymbol{\delta}^{\text{opt}} = \arg \max_{\boldsymbol{\delta}_e} (\mathbf{1}_{A''}^T \boldsymbol{\delta}_e) \quad (17)$$

其中， $\mathbf{1}_{A''} \in \mathbb{R}^{A'' \times 1}$ 为全1列向量。

同时，利用峰度系数将 $\boldsymbol{\delta}$ 中的峰值情况进行量化，设置峰度系数阈值 T_{kurtosis} 作为该距离单元内各散射点俯仰角差异大小的判断依据，从而对散射点方位角 $\varphi_{m'_q}$ 的求解方法进行选择。具体来说，在根据各字典 \mathbf{d}_e 重构得到相应的 $\boldsymbol{\delta}_e$ 后，首先按照式(16)计算得到 $\boldsymbol{\delta}$ ，然后计算 $\boldsymbol{\delta}$ 的峰度系数，当该峰度系数大于阈值 T_{kurtosis} 时， $\boldsymbol{\delta}$ 即为方位角重构结果；当该峰度系数小于阈值 T_{kurtosis} 时，按照式(17)重新计算得到方位角重构结果。

此时，目标各散射点的 r_m 和 φ_m 均已获得，即实现目标距离-方位角二维成像。综上所述，所提二维成像方法流程如图4所示。

4 方位角分辨率分析

携带不同模态的传统涡旋电磁波波束指向不一致，因此可照射到目标的OAM模态是有限的，即在固定俯仰角下，涡旋电磁波雷达的可用OAM模态数是有限的。当所有可用模态均被利用且假设贝

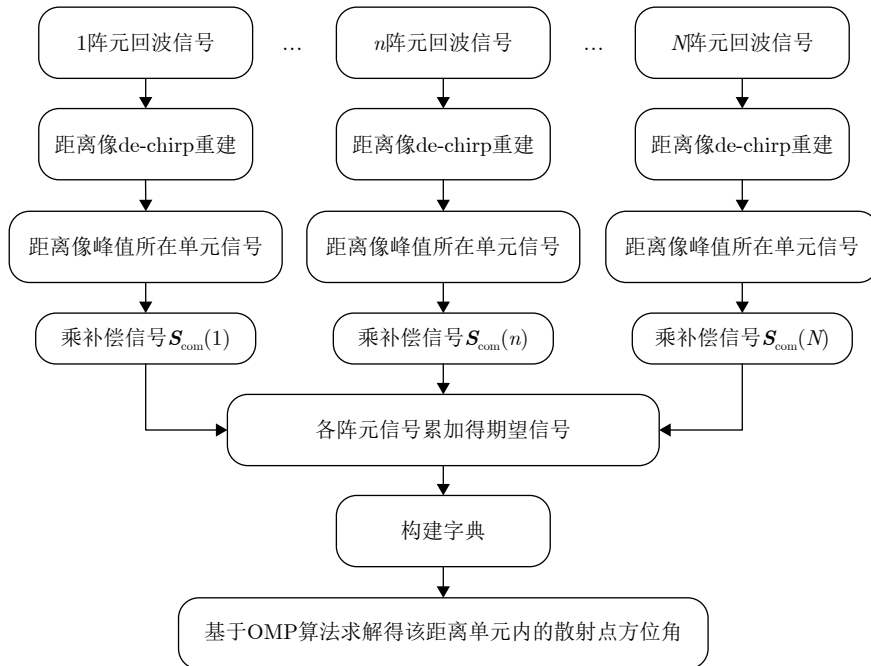


图 4 所提二维成像算法流程图

Fig. 4 Flowchart of the proposed 2-D imaging algorithm

塞尔函数被完全补偿, 可得衍射极限下的方位角分辨率为^[18]

$$\rho_\varphi = \frac{2\pi}{Q} \quad (18)$$

其中, Q 是所发射模态中能够有效照射到目标的模态数目, 即可用模态数。

现有涡旋电磁波雷达方位角向成像方法是基于式(6)所示阵元回波累加后的相位项 $\exp(j\alpha\varphi_m)$, 通过对模态域做映射将其变换至目标方位角域。其中, 阵元回波累加过程可视作从阵元域到其频域(即模态域)的离散傅里叶变换, $\exp(j\alpha\phi_n)$, 即 $\exp(j2\pi\alpha n/N)$, 为离散傅里叶变换基。因此, 根据回波中相位项 $\exp(j2\pi f_c a \sin\theta_m \cos(\varphi_m - \phi_n)/c)$ 的瞬时频率可计算得到频域带宽范围为 $[-ka \sin\theta_m, ka \sin\theta_m]$, 即可用模态的范围为 $|\alpha| \leq ka \sin\theta_m$, 从而得到可用模态数为

$$Q = 2 \lfloor ka \sin\theta_m \rfloor \quad (19)$$

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整。此时, 可将式(18)改写为

$$\rho_\varphi = \frac{c}{2f_c a \sin\theta_m} \quad (20)$$

然而, 由于贝塞尔函数的存在, 不同模态的阵元回波振幅不一致, 现有涡旋电磁波雷达成像算法并不能达到衍射极限下的方位角分辨能力。

此外, 目标散射点俯仰角作为贝塞尔函数的变量之一, 导致涡旋电磁波回波具有俯仰角-方位角强耦合特性。因此, 一方面, 当同一距离单元内的散射点俯仰角存在差异时, 现有涡旋电磁波成像算法的方位角分辨能力将急剧下降。另一方面, 现有距离-方位角二维成像算法均是基于精确已知散射点俯仰角这一假设提出的。而在现实中, 雷达无法精确获取散射点俯仰角, 通常将波束指向近似为目标俯仰角, 导致现有成像方法(压缩感知、BP)所构建的回波字典中的俯仰角不可避免地存在偏差, 也会导致其方位角分辨能力弱化下降。

而所提方法将散射点方位角信息从回波相位提取至振幅中, 直接利用所构造期望信号的振幅时延实现方位角分辨。一方面, 无需对模态域做映射使其变换至目标方位角域, 仅使用单模态即可实现方位角向成像, 大幅减少了所需模态数; 另一方面, 通过弱化散射点俯仰角差异对信号幅度项的影响, 降低了所构造期望信号对俯仰角差异的敏感性, 同时使贝塞尔函数中的目标方位角信息成为影响期望信号振幅的主要变量, 降低了俯仰角差异对方位角成像的影响, 从而在散射点俯仰角存在差异的情况下仍能使方位角分辨率接近衍射极限。

模糊函数通常可以用来描述信号的分辨能力,

其核心思想是将发射信号与其不同延迟做互相关运算。本文借鉴该思想对所提成像方法的方位角分辨率进行分析, 将方位角为零处的散射点回波补偿后获得的期望信号作为计算模糊函数时的发射信号, 将其与不同方位角散射点回波对应的补偿后获得的期望信号(可看作发射信号的不同延迟)做互相关运算, 所得结果即可反映所提方法的方位角分辨率。根据式(12)可知, 在仅考虑方位角成像(即完全忽略目标快时间域)时, 方位角为零处的单散射点 $P(r_P, \theta_P, \varphi_P)$ 的期望信号可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{R(P)}^{\text{desired}} &= (-j)^\alpha \sum_{n=1}^N \exp(jka \sin\theta_P \cos(\varphi_P - \phi_n)) \\ &\quad \cdot \exp(j\alpha\phi_n) \exp(jka \sin\theta_T \cos(\varphi_{a'} - \phi_n)) \\ &= (-j)^\alpha \sum_{n=1}^N \exp(j\alpha\phi_n) \\ &\quad \cdot \exp\left(jka \sqrt{p_{PT} + 2 \sin\theta_P \sin\theta_T \cos(\varphi_P - \varphi_{a'})}\right) \\ &\quad \cdot \cos\left(\phi_n - \arctan \frac{\sin\theta_P \sin\varphi_P + \sin\theta_T \sin\varphi_{a'}}{\sin\theta_P \cos\varphi_P + \sin\theta_T \cos\varphi_{a'}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $p_{PT} = \sin^2\theta_P + \sin^2\theta_T$, φ_P 取值为0。由式(21)可推导出, 不同方位角散射点回波对应的补偿后获得的期望信号, 也就是期望信号对于方位角各延迟可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{R(P)\text{-delay}}^{\text{desired}}(\varphi) &= (-j)^\alpha \sum_{n=1}^N \exp(jka \sin\theta_P \cos(\varphi - \phi_n)) \\ &\quad \cdot \exp(j\alpha\phi_n) \exp(jka \sin\theta_T \cos(\varphi_{a'} - \phi_n)) \\ &= (-j)^\alpha \sum_{n=1}^N \exp(j\alpha\phi_n) \\ &\quad \cdot \exp\left(jka \sqrt{p_{PT} + 2 \sin\theta_P \sin\theta_T \cos(\varphi - \varphi_{a'})}\right) \\ &\quad \cdot \cos\left(\phi_n - \arctan \frac{\sin\theta_P \sin\varphi + \sin\theta_T \sin\varphi_{a'}}{\sin\theta_P \cos\varphi + \sin\theta_T \cos\varphi_{a'}}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\varphi \in [-\pi, \pi)$ 。

对式(21)和式(22)进行互相关运算, 所得模糊函数(即方位角为零处单散射点成像结果)如图5中蓝色曲线所示, 其中设置OAM模态 $\alpha = 1$, 参考俯仰角 $\theta_T = \theta_T^0 + 0.3$, 载频 $f_c = 9$ GHz, 阵列半径 $a = 0.5$ m, 目标俯仰角 $\theta_P = 0.1$ rad。

其次, 同样利用模糊函数对传统涡旋电磁波雷达衍射极限下的方位角成像分辨率进行分析。仅讨论目标方位角成像时, 方位角为零处的单散射点 $P(r_P, \theta_P, \varphi_P)$ 的传统涡旋电磁波回波可表示为

$$s_{R(P)}^{\text{vortex}}(\alpha) = \sum_{n=1}^N \exp(jka \sin \theta_P \cos(\varphi_P - \phi_n)) \cdot \exp(j\alpha\phi_n) \approx (-j)^{-\alpha} N \cdot J_{\alpha}(ka \sin \theta_P) \exp(j\alpha\varphi_P) \quad (23)$$

其中, φ_P 取值为0。

显然, 回波中的贝塞尔函数项将严重影响方位角成像质量, 降低方位角分辨率。因此, 忽略不同模态涡旋电磁波振幅中贝塞尔函数不一致的影响, 衍射极限下的涡旋电磁波雷达回波可表示为

$$s_{R(P)}^{\text{ideal-vortex}}(\alpha) = (-j)^{-\alpha} N \cdot \exp(j\alpha\varphi_P) \quad (24)$$

相应地, 衍射极限下的涡旋电磁波对于方位角各延迟可表示为

$$s_{R(P)\text{-delay}}^{\text{ideal-vortex}}(\alpha, \varphi) = (-j)^{-\alpha} N \cdot \exp(j\alpha\varphi) \quad (25)$$

其中, OAM模态 α 为可用模态。

对式(24)和式(25)进行互相关运算, 所得模糊函数(即方位角为零处单散射点成像结果)如图5中红色曲线所示, 其中载频 $f_c = 9$ GHz, 阵列半径 $a = 0.5$ m, 目标俯仰角 $\theta_P = 0.1$ rad。

可以看出, 所提方法的主瓣宽度与衍射极限下的主瓣宽度基本一致, 但其旁瓣幅度高于衍射极限下的成像结果。与传统涡旋电磁波一致, 所提方法的模糊函数主瓣宽度同样受 $ka \sin \theta_P$ 的影响, 即雷达波数、阵列半径、目标俯仰角, 为进一步量化所提方法的方位角成像分辨率, 对其模糊函数的3 dB带宽(与衍射极限下的3 dB带宽基本一致)进行计算, 得到其随 $ka \sin \theta_P$ 的变化曲线如图6所示。其中, 蓝色曲线为实际变化曲线, 红色曲线为拟合后的曲线。

根据3 dB带宽拟合曲线, 所提方法的方位角分辨率可近似为

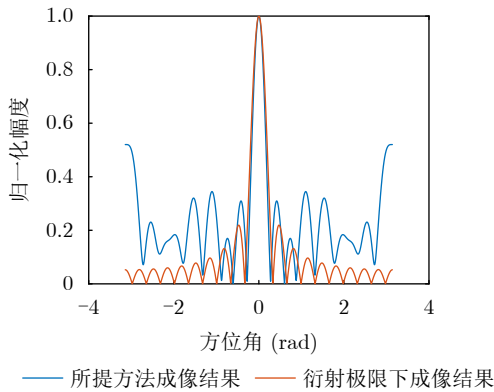


图5 单散射点模糊函数

Fig. 5 Ambiguity function of single scattering point

$$\rho_{\varphi}^{\text{proposed}} \approx \frac{2.4834}{ka \sin \theta_P} \quad (26)$$

需要说明的是, 由于所提方法的较高旁瓣会对成像结果产生影响, 根据模糊函数得到的所提方法方位角分辨率是理论分辨率。

5 仿真实验

本节将通过仿真实验讨论所提算法在目标散射点俯仰角存在差异情况下的方位角分辨率, 以验证其在降低俯仰角差异对方位角成像影响方面的有效性。而后, 对所提算法二维成像分辨能力的优越性及抗噪性进行分析, 并对其在复杂散射点场景下的成像性能进行验证。

设置涡旋电磁波雷达仿真参数如表1所示, 其中各阵元均为全向天线, 加权系数均为1。

5.1 方位角向成像性能分析

由于目标处于雷达波束照射范围内, 可基于雷达波束角 θ_P^0 得到最大可用模态为9, 可用模态数 Q 为18, 并计算出衍射极限下的方位角分辨率 ρ_{φ} 约为0.33 rad。设置同一距离单元的两散射点方位角分别为0 rad和0.4 rad, 所提方法在两散射点俯仰

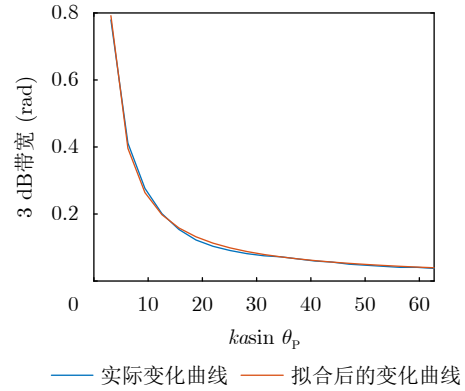


图6 所提方法的方位角分辨率随 $ka \sin \theta_P$ 变化曲线

Fig. 6 Azimuth angle resolution of the proposed method as a function of $ka \sin \theta_P$

表1 涡旋电磁波雷达参数
Tab. 1 Parameters of VEMW radar

参数	数值
载频 f_c	9 GHz
脉冲持续时间 T_P	1 μ s
带宽 B	300 MHz
雷达波束角 θ_P^0	0.1 rad
阵列半径 a	0.5 m
阵元数目 N	60
OAM模态 α	1

角间距分别为0 rad, 0.015 rad和0.030 rad情况下的方位角重构结果如图7中蓝色线条所示。其中, 由于雷达波束角宽度一般为 3° (约为0.05 rad), 设置 $\theta_e \in \theta_T^0 + [-0.05, 0.05]$, 参考俯仰角 $\theta_T = \theta_T^0 + 0.1$, 设置 A' 为512, A'' 为1024, E' 为100, 且经大量仿真实验测试, 设置峰度系数阈值 T_{kurtosis} 为70, 图7(a)和图7(b)所示结果是基于式(17)求解方法所得, 图7(c)所示结果是基于式(16)求解方法所得。作为对比, 通过构建字典并利用OMP重构目标方位角的VEMW成像方法, 下文称为基于OMP (OMP-based)的VEMW方法, 所得重构结果如图7中红色线条所示, 其所用模态为全部可用模态, 即 $[-9, 9]$ 。显然, 所提方法重构出的方位角结果更为准确且相对稳定, 而基于OMP的VEMW方法受俯仰角间距影响较大, 当俯仰角间距为0.030 rad时, 如图7(c)所示, 该方法已失去方位角分辨能力。

需要说明的是, 图7所示方位角重构结果是在字典俯仰角设置为无偏时得到的。然而, 在实际情况中目标的中心俯仰角并不能被精确得知, 因此, 字典俯仰角会存在一定的偏差。为验证字典偏差对

目标方位角重构结果的影响, 设置字典俯仰角偏差为0.01 rad, 所提方法与OMP-based方法所得结果如图8所示。可以看出, 所提方法的方位角重构结果与字典无偏时的重构结果一致, 而基于OMP的VEMW方法仅在散射点俯仰角差异为0的情况下具备方位角分辨能力。图7和图8所示仿真结果可以验证, 所提方法在方位角间隔为0.4 rad时可将同一距离单元的两散射点分离, 且在散射点俯仰角差异和字典俯仰角偏差同时存在的情况下仍能保持分辨能力。

为进一步验证所提方法在散射点俯仰角差异和字典俯仰角偏差同时存在情况下方位角分辨能力的优越性, 设置散射点俯仰角间距为0.015 rad, 字典俯仰角偏差为0.01 rad。当两散射点方位角间距分别为0.5 rad, 0.8 rad和0.9 rad时两种方法的重构结果如图9所示。显然, 所提方法始终可以保持较为准确的重构, 而基于OMP的VEMW方法在方位角间距为0.9 rad时才具有方位角分辨能力。综上所述, 所提方法在仅使用单模态的情况下方位角分辨能力为0.4 rad, 相较于使用全部可用模态(模态范

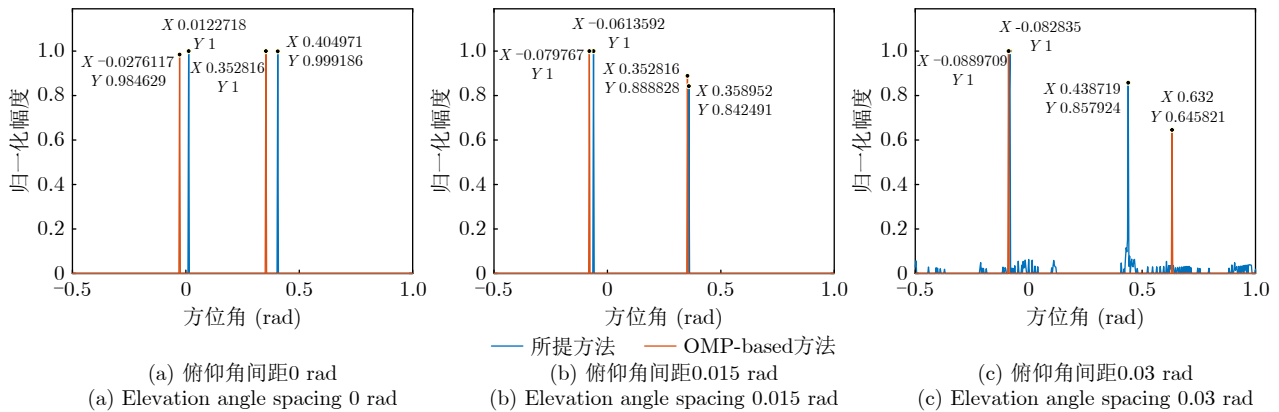


图7 字典俯仰角无偏时的目标方位角重构结果

Fig. 7 Reconstruction results of target azimuth angle when dictionary elevation angle is unbiased

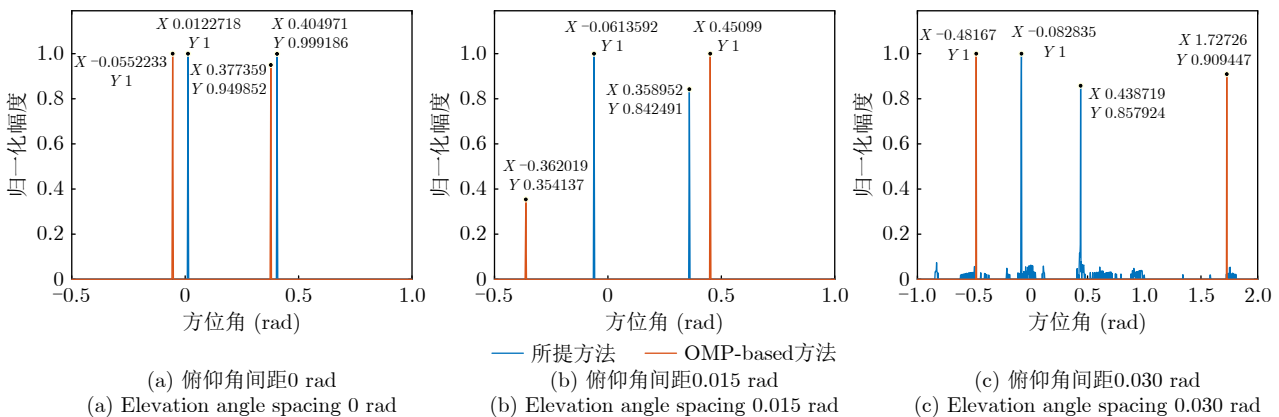


图8 字典俯仰角偏差为0.01 rad时的目标方位角重构结果

Fig. 8 Reconstruction results of target azimuth angle when dictionary elevation angle deviation is 0.01 rad

围为 $[-9, 9]$)的OMP-based VEMW方法, 提升了1.25倍。需要说明的是, 仿真结果显示所提方法的实际方位角分辨能力并未达到第4节所分析的理论分辨率(衍射极限), 这是由于其模糊函数的旁瓣较高。

此外, 为讨论所提方法在降低俯仰角差异对方位角成像影响方面的有效性, 其方位角重构结果随散射点俯仰角间距的变化如图10(a)所示, 其中红色和蓝色星号分别代表方位角为0 rad和0.4 rad的散射点的重构结果。为衡量方位角重构误差, 将均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)作为量化指标, 所得结果如图10(b)所示。可以看出, 所提方法的方位角分辨率受散射点俯仰角间距影响较小, 当散射点俯仰角间距小于0.0336 rad时, 所提方法均能保持较为稳定的高质量重构结果。

进一步, 在雷达载频和圆环阵列半径不变的情况下, 本文所提方法的实际方位角分辨率随目标中心俯仰角(即雷达波束角)的变化情况如图11所示。

可以看出, 所提方法的实际方位角分辨率较为接近衍射极限, 且其随目标俯仰角的变化趋势与理论推导结果基本一致。此外, 经大量仿真验证, 在目标散射点俯仰角差异不超过0.03 rad的情况下, 所提方法均可达到图11所示的实际方位角分辨率。

需要说明的是, 相较于OMP-based方法, 所提方法的算法复杂度更高。经计算, OMP-based方法的方位角成像总复杂度为 $O(Q \times N \times A'')$, 而所提方法的方位角成像总复杂度为 $O(E' \times N \times A' \times A'')$ 。但由于所提方法的最外层循环(即分别基于各小字典 \mathbf{d}_e 的稀疏恢复)之间并没有相关性, 可进行并行计算, 从而提高运算效率。

5.2 OAM模态选择

此外, 选取不同的OAM模态进行调制也会对所提方法的成像效果产生影响。首先, 从模糊函数的角度进行分析, 如图12所示, 红色曲线为传统涡旋电磁波在衍射极限下的成像结果, 蓝色曲线为不

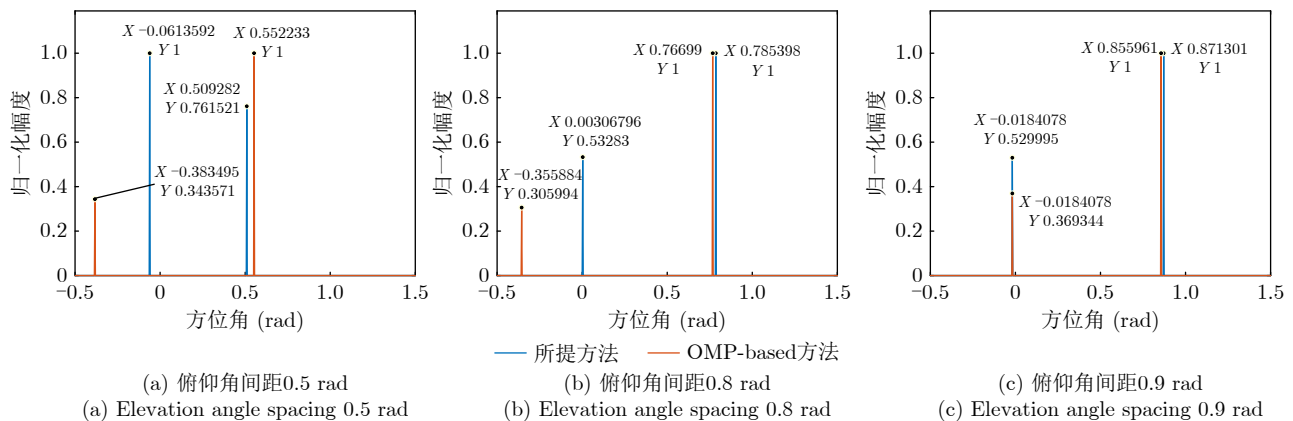


图9 不同方位角间距时的目标方位角重构结果(两散射点俯仰角间距0.015 rad, 字典俯仰角偏差0.01 rad)

Fig. 9 Reconstruction results of target azimuth angle with different azimuth angle spacing (scattering point elevation angle spacing 0.015 rad, dictionary elevation angle deviation 0.01 rad)

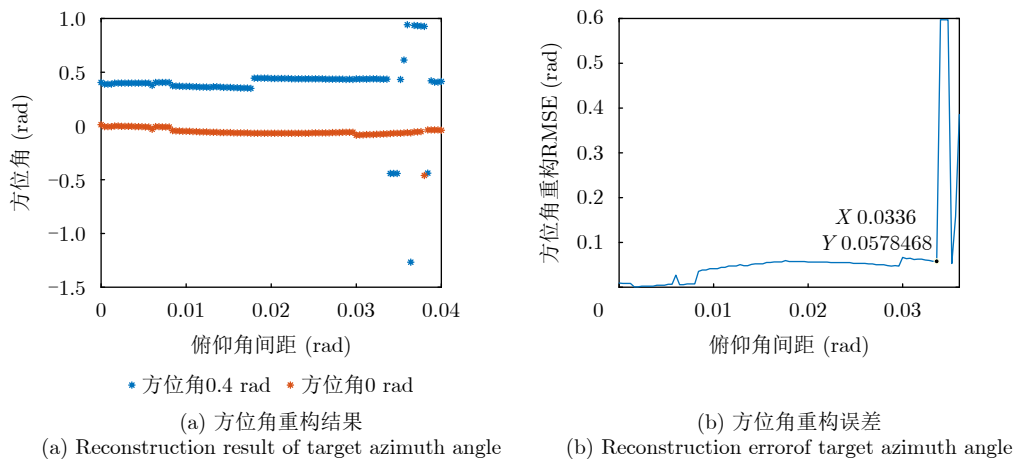


图10 所提方法方位角重构结果随散射点俯仰角间距变化

Fig. 10 Reconstruction results of target azimuth angle by proposed method varying with elevation angle spacing

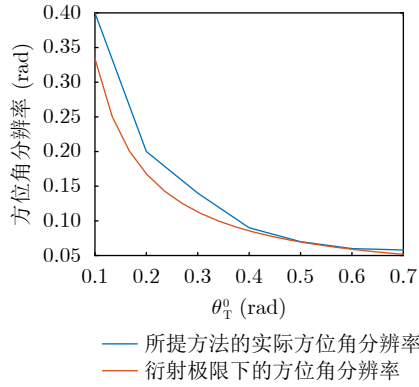


图 11 所提方法的实际方位角分辨率随雷达波束角 θ_T^0 的变化
 Fig. 11 The variation of the actual azimuth resolution of the proposed method with the radar beam angle θ_T^0

同OAM模态(模态0至模态7)下所提方法的成像结果(负数模态的模糊函数和与其对应的正数模态的模糊函数相同)。可以看出,不同模态下所提方法的成像结果的主瓣宽度基本一致,双数模态(包括模态0)的主瓣宽度比单数模态的主瓣宽度略窄一些,但模态1、模态3和模态5的旁瓣幅度远低于其余模态,且相对来说,模态1的旁瓣最低。综上所述,从模糊函数的角度而言,模态1最优。

其次,基于本文所提后续方位角重构算法,从两散射点方位角成像结果的角度进行验证。与原文一致,设置同一距离单元的两散射点方位角分别为0 rad和0.4 rad。当字典俯仰角偏差为0.01 rad时,两散射点俯仰角间距分别为0.015 rad和0.030 rad情

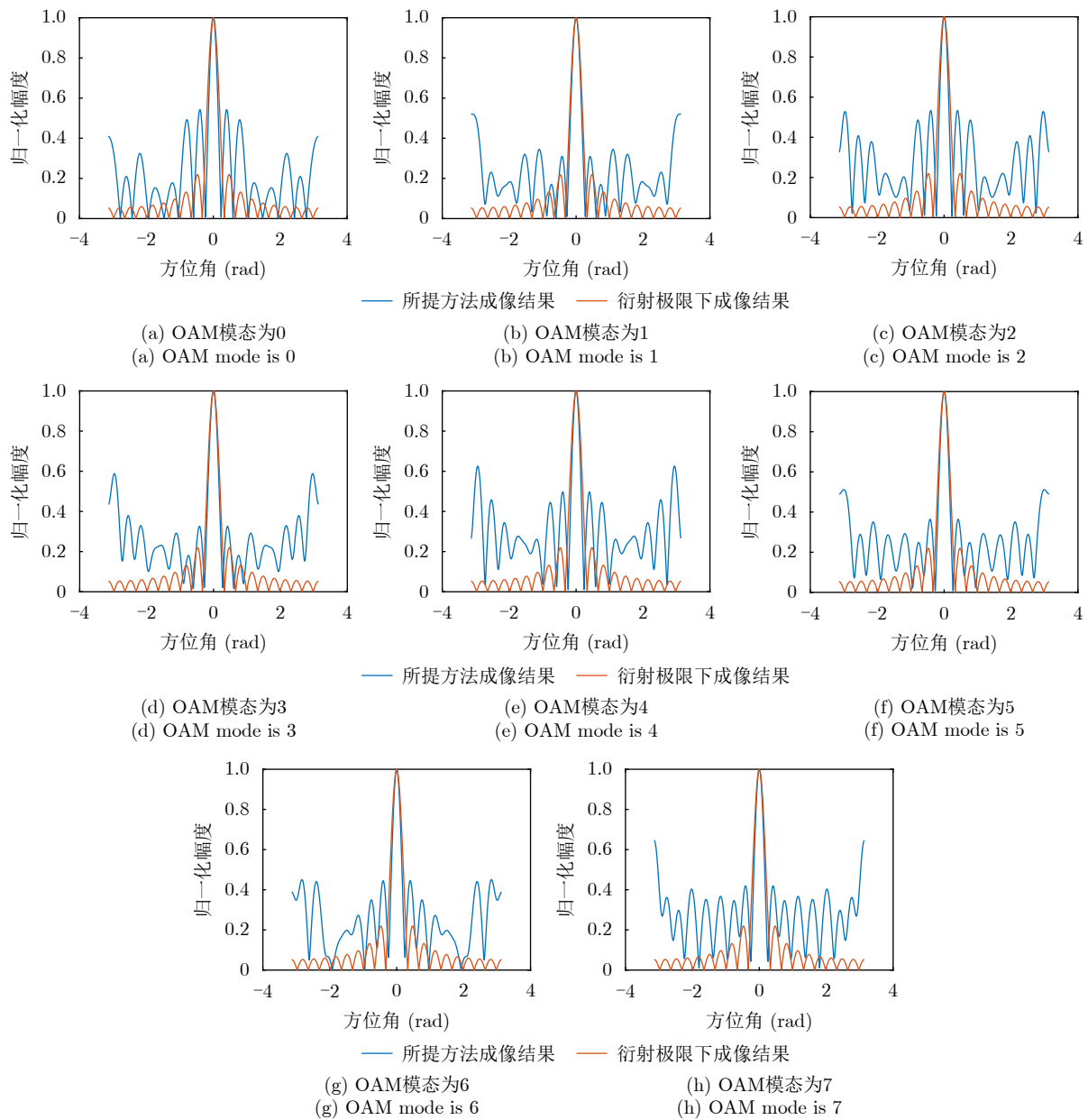


图 12 不同OAM模态下的成像结果
 Fig. 12 Ambiguity functions under different OAM modes

况下的方位角重构结果如图13(a)和图13(b)所示。可以看出，在字典俯仰角偏差为0.01 rad的情况下，当俯仰角间距为0.015 rad时，除模态4外各模态均可实现方位角精确重构，这与模糊函数中模态4的旁瓣最高相对应。而当俯仰角间距增加至0.03 rad时，模态1、模态3和模态5仍能实现两散射点的方位角精确重构，其余模态则仅能精准重构出其中一个散射点；此外，模态1的重构结果相对于模态3和模态5的重构结果更加精确。综上所述，模态1的方位角重构结果最优，与图12中从模糊函数角度对各模态的分析结果相符合。

5.3 距离-方位角二维成像性能分析

设置4散射点分别为 $P_1(800\text{ m}, 0.1\text{ rad}, 0\text{ rad})$, $P_2(800\text{ m}, 0.15\text{ rad}, 0.4\text{ rad})$, $P_3(801.5\text{ m}, 0.1\text{ rad}, 0\text{ rad})$, $P_4(801.5\text{ m}, 0.15\text{ rad}, 0.4\text{ rad})$ ，当字典俯仰角偏差为0.01 rad时，所提方法的距离-方位角二维成像结果如图14(a)所示。作为对比，基于OMP的VEMW成像方法和基于BP (BP-based)的VEMW

成像方法^[9]所得二维成像结果分别如图14(b)和图14(c)所示。其中，三者的距离向成像方法均为时域de-chirp重建。显然，所提方法可实现目标较为准确的重构，现有方法则失去散射点重构能力。

为进一步解释现有涡旋电磁波雷达成像方法性能下降原因，将所有散射点的俯仰角设置为一致，字典俯仰角设置为无偏，当方位角间距为0.4 rad时，OMP-based方法所得结果如图15(a)所示，可实现散射点准确重构，图15(d)所示为BP-based方法成像结果，仍不能实现散射点的有效分辨。将方位角间距扩展至0.5 rad时，如图15(b)和图15(e)所示，OMP-based方法和BP-based方法均可实现目标散射点较为准确的重构。然而，在该方位角间距情况下，若设置散射点俯仰角间距为0.015 rad，字典俯仰角偏差为0.01 rad，OMP-based方法和BP-based方法所得二维成像结果分别如图15(c)和图15(f)所示，其方位角向重构误差急剧增大，不能实现准确重构。

此外，为验证所提方法的抗噪性和鲁棒性，对

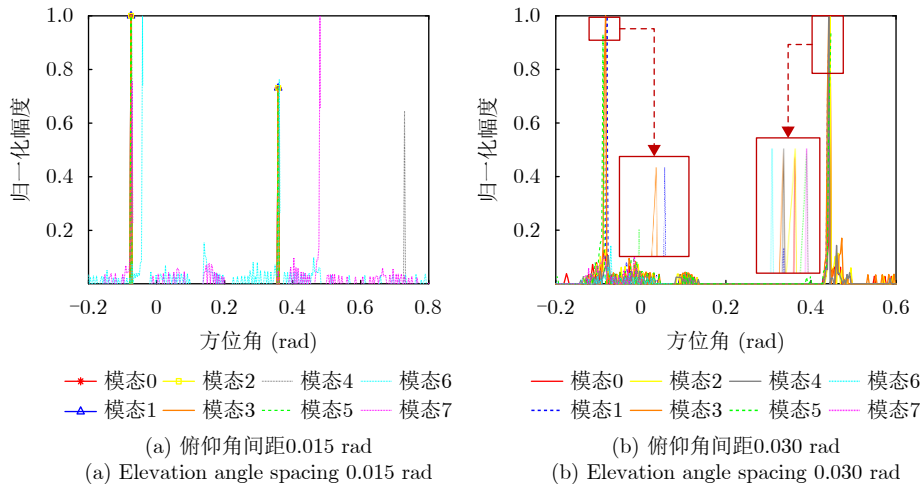


图 13 不同OAM模态下的方位角重构结果

Fig. 13 Reconstruction results of target azimuth angle under different OAM modes

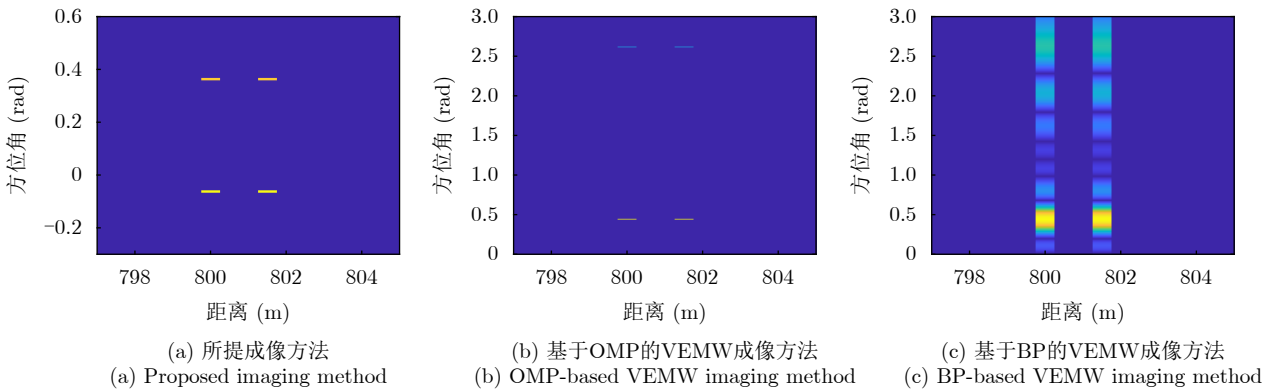


图 14 二维成像结果(散射点俯仰角间距0.015 rad, 字典俯仰角偏差0.01 rad)

Fig. 14 2-D imaging results (scattering point elevation angle spacing 0.015 rad, dictionary elevation angle deviation 0.01 rad)

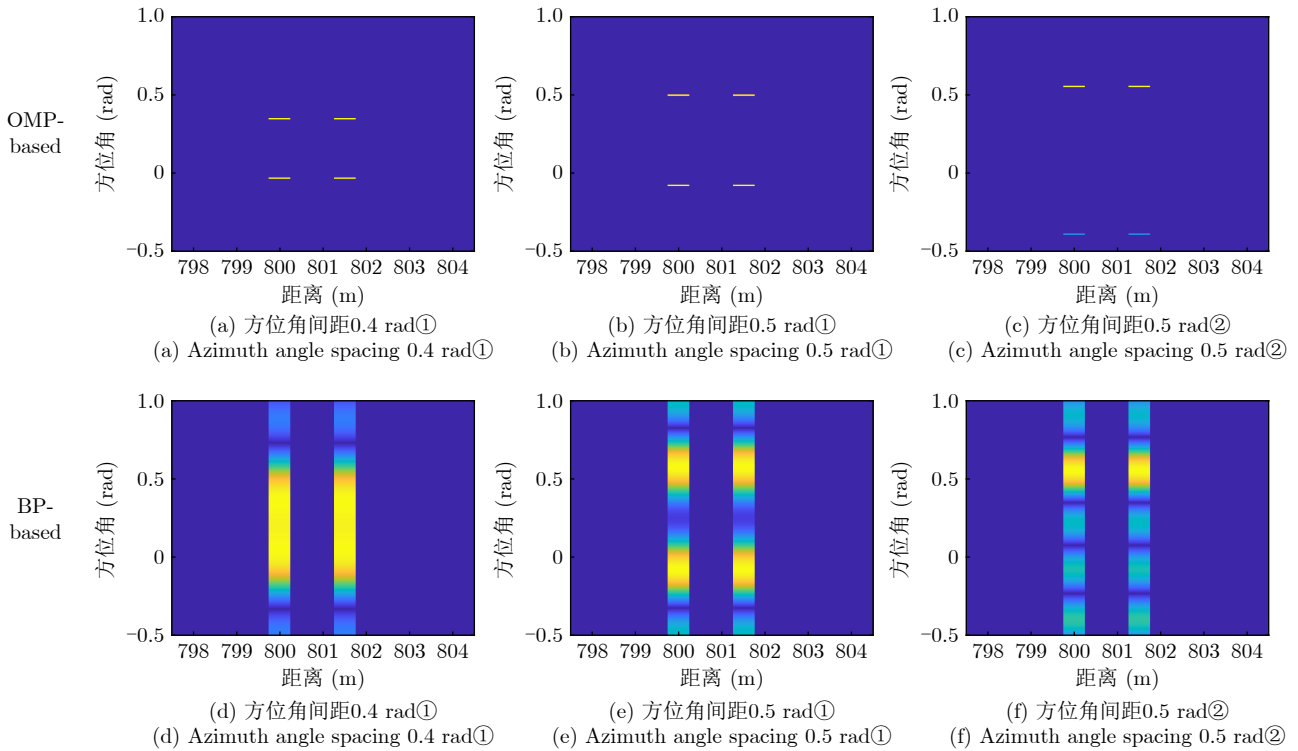


图 15 二维成像结果(①散射点俯仰角一致, 字典俯仰角无偏; ②散射点俯仰角间距0.015 rad, 字典俯仰角偏差0.01 rad)

Fig. 15 2-D imaging results (① Scattering point elevation angles are consistent, dictionary elevation angle is unbiased;

② Scattering point elevation angle spacing 0.015 rad, dictionary elevation angle deviation 0.01 rad)

目标回波叠加不同信噪比(Signal Noise Ratio, SNR)的加性高斯白噪声, 并将RMSE作为量化指标衡量二维成像结果的准确度。所提方法的成像结果RMSE随信噪比变化曲线如图16所示。可以看出, 所提方法具有较好的抗噪性, 当信噪比大于-16 dB时, 二维成像结果基本保持一致, 由于散射点方位角间距设置为0.4 rad, 可判断信噪比大于-16 dB时, 所提方法的方位角分辨能力均可保持0.4 rad; 而当信噪比为-18 dB时, 所提方法仍具备较好的成像性能。

进一步, 为分析所提方法在复杂散射点场景下

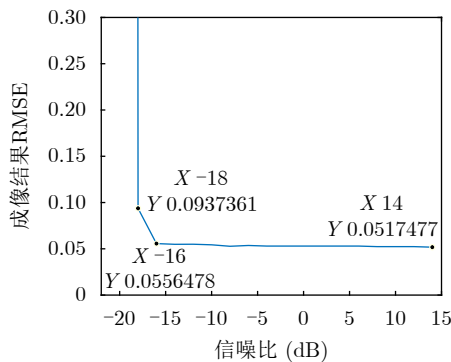


图 16 所提方法二维成像结果RMSE随信噪比变化

Fig. 16 RMSE of 2-D imaging result by proposed method varying with SNR

的成像性能, 设计飞机模型的散射点分布在: 距离区间[800, 810] m, 俯仰角区间[0.10, 0.12] rad, 方位角区间[-0.3, 1.3] rad, 设置参考俯仰角 $\theta_T = \theta_T^0 + 0.3$ 。其理想成像结果如图17(a)所示, 所提方法、基于OMP的VEMW方法和基于BP的VEMW方法在字典俯仰角偏差为0.01 rad时所得成像结果分别如图17(b)、图17(c)和图17(d)所示。显然, 所提方法可实现目标精确重构, OMP-based方法和BP-based方法则基本失效。当所有散射点俯仰角均设置为0.1 rad、字典俯仰角设置为无偏时, 基于OMP的VEMW方法和基于BP的VEMW方法所得成像结果如图18所示。从图18(a)可以看出, OMP-based方法可基本重构出目标模型, 但仍存在少量散射点偏移; 而BP-based方法, 如图18(b)所示, 可大致重构出目标轮廓, 但散射点方位角向散焦较为严重。从而验证了所提算法在复杂散射点场景下仍能保持优越的成像性能。

在飞机模型散射点分布的基础上, 对目标回波分别叠加信噪比为-10 dB、-5 dB和15 dB的加性高斯白噪声, 所提方法的成像结果如图19所示。可以看出, 当信噪比为-5 dB和15 dB时, 所提方法均能实现目标的精确重构; 而当信噪比为-10 dB时, 所提方法可基本实现目标重构, 但部分散射点存在偏移。

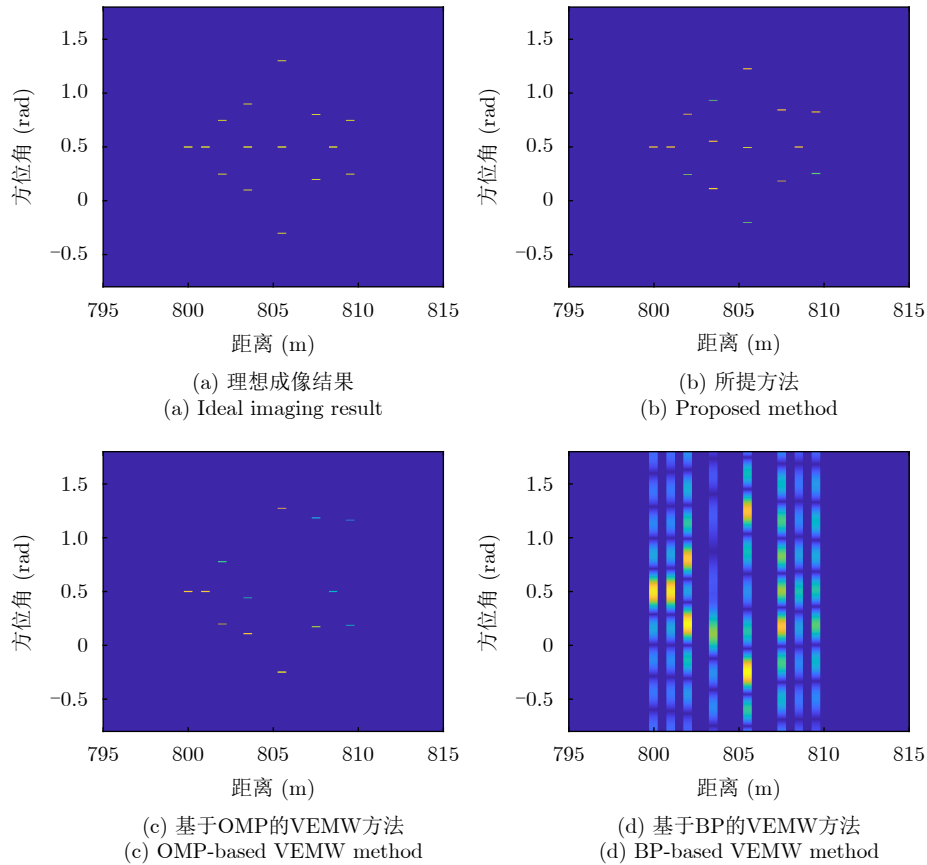


图 17 二维成像结果(字典俯仰角偏差0.01 rad)

Fig. 17 2-D imaging results (dictionary elevation angle deviation 0.01 rad)

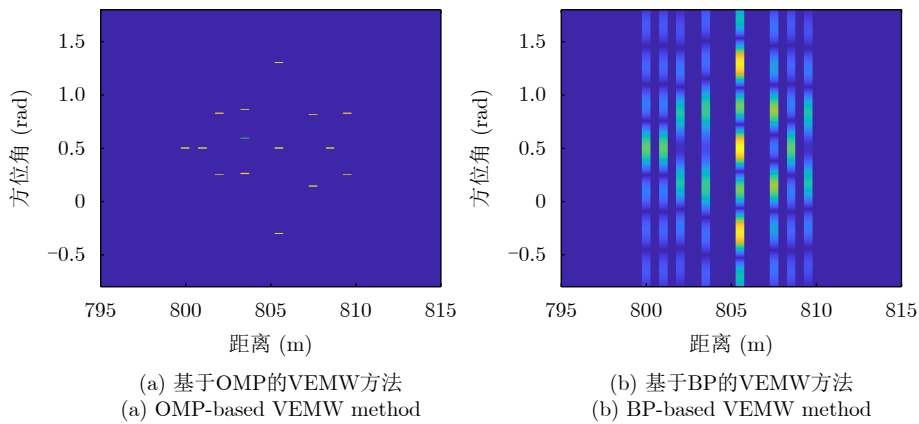


图 18 二维成像结果(散射点俯仰角一致, 字典俯仰角无偏)

Fig. 18 2-D imaging results (scattering point elevation angles are consistent; dictionary elevation angle is unbiased)

6 结语

涡旋电磁波雷达目标回波中俯仰角-方位角信息强耦合, 导致其方位角成像性能受俯仰角差异影响较大。本文通过对回波信号进行补偿, 将目标散射点方位角信息从回波相位提取至振幅中, 获得了单模态期望信号, 并基于单模态期望信号实现了目标距离-方位角二维成像, 大幅降低目标成像所需模态数, 且在散射点俯仰角存在差异和字典俯仰

角存在偏差的情况下仍能使方位角分辨率接近衍射极限。

然而, 本文所提方法成像理念与主流涡旋电磁波雷达成像方法存在一定区别, 下一步可继续深入研究单模态期望信号性质, 与压缩感知领域先进算法相结合, 进一步提高目标成像性能。此外, 由于本文所采用的OMP算法需满足的稀疏变换矩阵相干性限制, 当同一距离单元内不同方位角的散射点

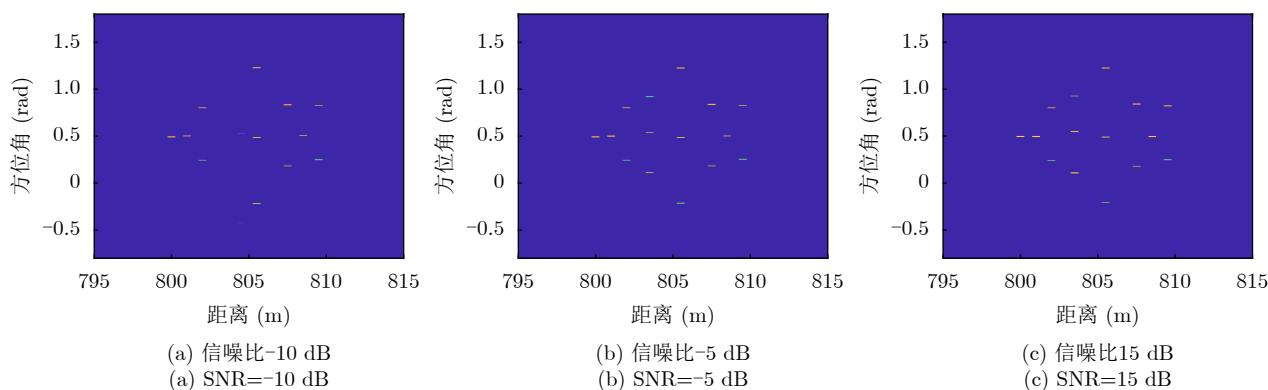


图 19 不同信噪比下所提方法的二维成像结果

Fig. 19 2-D imaging results by proposed method with different SNR

过多时, 将会导致在第一旁瓣位置出现虚假散射点, 后续可考虑通过改变稀疏恢复算法或基于期望信号重新设计方位角重构流程来解决该问题。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参 考 文 献

- [1] THIDÉ B, THEN H, SJÖHOLM J, *et al.* Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(8): 087701. doi: [10.1103/PhysRevLett.99.087701](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.087701).
- [2] 郭忠义, 王运来, 汪彦哲, 等. 涡旋雷达成像技术研究进展[J]. *雷达学报*, 2021, 10(5): 665–679. doi: [10.12000/JR21075](https://doi.org/10.12000/JR21075).
GUO Zhongyi, WANG Yunlai, WANG Yanzhe, *et al.* Research advances in vortex radar imaging technology[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(5): 665–679. doi: [10.12000/JR21075](https://doi.org/10.12000/JR21075).
- [3] 袁航, 何其芳, 罗迎, 等. 涡旋电磁波雷达平动旋转目标三维微动参数提取方法[J]. *雷达学报*, 2023, 12(4): 804–816. doi: [10.12000/JR23065](https://doi.org/10.12000/JR23065).
YUAN Hang, HE Qifang, LUO Ying, *et al.* Three-dimensional micro-motion parameters extraction of translational rotating targets based on vortex electromagnetic wave radar[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(4): 804–816. doi: [10.12000/JR23065](https://doi.org/10.12000/JR23065).
- [4] YUAN Hang, LUO Ying, CHEN Yijun, *et al.* Three-dimensional micromotion parameter extraction of smooth-symmetrical cone in monostatic radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2025, 61(2): 5272–5283. doi: [10.1109/TAES.2024.3521930](https://doi.org/10.1109/TAES.2024.3521930).
- [5] YUAN Tiezhu, WANG Hongqiang, QIN Yuliang, *et al.* Electromagnetic vortex imaging using uniform concentric circular arrays[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 1024–1027. doi: [10.1109/LAWP.2015.2490169](https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2490169).
- [6] WANG Jianqiu, LIU Kang, CHENG Yongqiang, *et al.* Vortex SAR imaging method based on OAM beams design[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2019, 19(24): 11873–11879. doi: [10.1109/JSEN.2019.2937976](https://doi.org/10.1109/JSEN.2019.2937976).
- [7] SHU Gaofeng, WANG Nan, WANG Wentao, *et al.* A novel vortex synthetic aperture radar imaging system: Decreasing the pulse repetition frequency without increasing the antenna aperture[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5203014. doi: [10.1109/TGRS.2021.3053650](https://doi.org/10.1109/TGRS.2021.3053650).
- [8] BU Xiangxi, ZHANG Zhou, CHEN Longyong, *et al.* Implementation of vortex electromagnetic waves high-resolution synthetic aperture radar imaging[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2018, 17(5): 764–767. doi: [10.1109/LAWP.2018.2814980](https://doi.org/10.1109/LAWP.2018.2814980).
- [9] 郭桂蓉, 胡卫东, 杜小勇. 基于电磁涡旋的雷达目标成像[J]. *国防科技大学学报*, 2013, 35(6): 71–76. doi: [10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013).
GUO Guirong, HU Weidong, and DU Xiaoyong. Electromagnetic vortex based radar target imaging[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2013, 35(6): 71–76. doi: [10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013).
- [10] LIU Kang, CHENG Yongqiang, YANG Zhaocheng, *et al.* Orbital-angular-momentum-based electromagnetic vortex imaging[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14: 711–714. doi: [10.1109/LAWP.2014.2376970](https://doi.org/10.1109/LAWP.2014.2376970).
- [11] LIU Kang, CHENG Yongqiang, LI Xiang, *et al.* Study on the theory and method of vortex-electromagnetic-wave-based radar imaging[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2016, 10(9): 961–968. doi: [10.1049/iet-map.2015.0842](https://doi.org/10.1049/iet-map.2015.0842).
- [12] LIU Kang, CHENG Yongqiang, LI Xiang, *et al.* Passive OAM-based radar imaging with single-in-multiple-out mode[J]. *IEEE Microwave and Wireless Components*

- Letters*, 2018, 28(9): 840–842. doi: [10.1109/LMWC.2018.2852146](https://doi.org/10.1109/LMWC.2018.2852146).
- [13] LIU Kang, LI Xiang, GAO Yue, *et al.* High-resolution electromagnetic vortex imaging based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(21): 6918–6927. doi: [10.1109/JSEN.2017.2754554](https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2754554).
- [14] 屈海友, 程迪, 陈畅, 等. 涡旋雷达高分辨率稀疏自校正相位误差成像[J]. 雷达学报, 2021, 10(5): 699–717. doi: [10.12000/JR21094](https://doi.org/10.12000/JR21094).
QU Haiyou, CHENG Di, CHEN Chang, *et al.* High-resolution sparse self-calibration imaging for vortex radar with phase error[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(5): 699–717. doi: [10.12000/JR21094](https://doi.org/10.12000/JR21094).
- [15] 潘浩然, 马晖, 胡敦法, 等. 基于涡旋电磁波新体制的雷达前视三维成像[J]. 雷达学报(中英文), 2024, 13(5): 1109–1122. doi: [10.12000/JR24123](https://doi.org/10.12000/JR24123).
PAN Haoran, MA Hui, HU Dunfa, *et al.* Novel forward-looking three-dimensional imaging based on vortex electromagnetic wave radar[J]. *Journal of Radars*, 2024, 13(5): 1109–1122. doi: [10.12000/JR24123](https://doi.org/10.12000/JR24123).
- [16] JIANG Ting, HU Jun, LUO Siqi, *et al.* A fast and super-resolution method of vortex-based imaging[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2023, 22(9): 2225–2229. doi: [10.1109/LAWP.2023.3281617](https://doi.org/10.1109/LAWP.2023.3281617).
- [17] YANG Ting, SHI Hongyin, GUO Jianwen, *et al.* A fast and high-resolution imaging method for electromagnetic vortex radar using uniform concentric circular arrays[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2025, 73(5): 3004–3015. doi: [10.1109/TMTT.2024.3484164](https://doi.org/10.1109/TMTT.2024.3484164).
- [18] 王建秋, 刘康, 王煜, 等. 涡旋电磁波雷达成像分辨率研究[J]. 雷达学报, 2021, 10(5): 680–690. doi: [10.12000/JR21054](https://doi.org/10.12000/JR21054).
WANG Jianqiu, LIU Kang, WANG Yu, *et al.* Resolution analysis of vortex electromagnetic radar imaging[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(5): 680–690. doi: [10.12000/JR21054](https://doi.org/10.12000/JR21054).

作者简介

汪思源, 博士生, 主要研究方向为雷达信号处理、雷达成像。
袁航, 讲师, 主要研究方向为雷达成像及微多普勒效应。

陈怡君, 副教授, 主要研究方向为雷达成像、雷达目标识别。
罗迎, 教授, 主要研究方向为雷达成像、雷达目标识别。

(责任编辑: 于青)