分布式MIMO雷达时频偏差下基于多时刻测量数据的目标参数估计方法

周恩吉[①] 文贡坚[*①] 宋海波[②] 陶思瑜[①] 陈柏龄[①]

[①](国防科技大学电子科学学院 长沙 410073)

[②](国防科技大学空天科学学院 长沙 410073)

摘要：该文针对分布式多输入多输出雷达系统中存在的时频同步误差问题，提出了一种基于多时刻测量数据的目标参数与系统时频偏差联合估计方法，突破了传统方法基于单时刻观测与依赖直达波数据的局限，实现了无须直达波的多时刻测量数据融合的高精度参数联合估计。该文采用“闭式解”和“迭代优化”两步策略结合方法，首先利用两阶段加权最小二乘框架构建闭式解，仅使用首尾两个时刻的观测数据获得目标位置、速度及辅助变量的初始估计，该方法显式地对误差项中的二阶分量进行了建模并优化了加权矩阵的构建，有效提高了算法在高误差水平条件下的精确性和鲁棒性；其次，以该闭式解作为初始值，基于多时刻测量数据构建最大似然-最大后验概率目标函数，采用信赖域迭代优化方法进一步优化估计结果，并且实现了时频偏差参数的估计校正。仿真实验表明，所提方法在多种实验误差水平和几何配置下均展现了优于对比方法的性能优势，显著提升了目标定位、测速及时频偏差估计的精度与鲁棒性，具有重要的理论价值与实际应用前景。

关键词：分布式雷达；时频偏差；多时刻测量；目标定位；时延和多普勒频率

中图分类号：TN95 **文献标识码**：A **文章编号**：2095-283X(2025)x-0001-18

DOI: 10.12000/JR25201 **CSTR**: 32380.14.JR25201

引用格式：周恩吉, 文贡坚, 宋海波, 等. 分布式MIMO雷达时频偏差下基于多时刻测量数据的目标参数估计方法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR25201.

Reference format: ZHOU Enji, WEN Gongjian, SONG Haibo, *et al*. Target parameter and time-frequency bias estimation method based on multitemporal measurement data for distributed MIMO radar[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR25201.

Target Parameter and Time-frequency Bias Estimation Method Based on Multitemporal Measurement Data for Distributed MIMO Radar

ZHOU Enji[①] WEN Gongjian[*①] SONG Haibo[②] TAO Siyu[①] CHEN Bailing[①]

[①](*College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha* 410073, *China*)

[②](*College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha* 410073, *China*)

Abstract: This study addresses time-frequency synchronization errors in distributed Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar systems and proposes a joint estimation method for target parameters and system time-frequency biases based on multitemporal measurement data. The method overcomes the limitations of traditional approaches that rely on singletemporal measurement data and direct-path signals, enabling high-

收稿日期：2025-10-11；改回日期：2025-12-17；网络出版：2026-01-13

*通信作者： 文贡坚 wengongjian@sina.com *Corresponding Author: WEN Gongjian, wengongjian@sina.com

基金项目：国家自然科学基金(62501622)，湖南省自然科学基金(2023JJ40680)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62501622), Natural Science Foundation of Hunan Province (2023JJ40680)

责任主编：程子扬 Corresponding Editor: CHENG Ziyang

accuracy joint parameter estimation through multiepoch data fusion without requiring direct-path information. The proposed method adopts a two-step strategy that combines a closed-form solution with iterative optimization. First, a closed-form solution is derived within a two-stage weighted least-squares framework using only the first- and last-epoch observations to obtain initial estimates of the target position, velocity, and auxiliary variables. This stage explicitly models second-order error terms and optimizes the construction of the weighting matrix, significantly improving accuracy and robustness under high-error conditions. Second, using the closed-form estimates as initialization, a maximum likelihood-maximum a posteriori objective function is formulated based on the full multi-epoch measurement data, and a trust-region iterative optimization method is applied to refine the estimates and recover the time-frequency bias parameters. Simulation results show that the proposed method outperforms existing approaches across various error levels and geometric configurations, significantly enhancing the accuracy and robustness of target localization, velocity estimation, and time-frequency bias estimation. These results demonstrate strong theoretical significance and promising practical application potential.

Key words: Distributed radar; Time-frequency bias; Multiepoch measurement; Target localization; Time delay and Doppler frequency

1 引言

分布式多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达系统凭借其空间分集增益与抗干扰能力[1–3]，在目标检测与定位领域展现出显著优势[4–7]。通过分布式部署的发射与接收节点协同工作，系统能够获取目标的多视角观测信息，有效提升目标参数估计精度。然而，实际应用中传感器节点的非理想时钟特性及复杂电磁环境，不可避免地引入时频同步误差[8,9]。这些时频偏差不仅会直接影响时延和多普勒频移测量结果，严重时甚至会导致目标定位失效。而且在单时刻观测框架下，由于缺少时间维度的信息，时频偏差参数和目标的运动参数之间难以有效解耦，造成系统性能的显著下降。因此，在存在时频偏差条件下，如何实现高精度、低复杂度的目标定位与时频偏差参数联合估计，成为分布式MIMO雷达系统亟待解决的关键问题。

针对移动目标的参数(位置与速度)估计，现有方法主要分为直接法和间接法两类。直接法[10–14]利用最大似然估计直接从观测模型求解目标位置与速度。间接法则首先通过预处理步骤估计达到角度(Angle of Arrival, AOA)[15,16]、双站距离(Bistatic Range, BR)与双站距离变化率(Bistatic Range Rate, BRR)；随后基于这些测量值构建线性方程组，并常采用两阶段加权最小二乘[17–19]或者半定规划方法[20–22]实现目标位置与速度的估计。相较于直接法，间接法因其较低的计算复杂度和无须初始估计值等优点而获得广泛应用。因此本研究就是采用双站距离和双站距离变化率的间接法研究。

近年来，分布式MIMO雷达目标定位间接方法的研究主要围绕半定松弛(Semidefinite Relaxation, SDR)和两阶段加权最小二乘(Two-Stage Weighted Least Squares, TSWLS)方法展开。半定松弛方法通过松弛约束条件将非凸优化问题转化为凸优化问题，并通过半定规划求解。而两阶段加权最小二乘方法则通过引入辅助变量构建伪线性方程，在一阶段得到目标参数和辅助变量的初步估计，在二阶段则利用辅助变量和目标参数之间的关系进一步优化目标参数估计。

SDR方法借鉴源定位中的凸松弛思想：文献[21]将基于双站距离的非凸定位问题转化为凸的半定规划问题，并扩展至存在天线误差的情形；文献[22]考虑了发射机位置未知情况下的目标定位问题，先构建了一个联合目标位置、发射机位置的加权最小二乘优化(Weighted Least Squares, WLS)问题，通过半定松弛技术转变为凸优化问题并求解；文献[23]通过将非凸最大似然问题转化为凸优化问题，并利用多项式求根和KKT条件，实现了全局最优解的高效求解，该方法在有无天线误差的情况下均表现优异，且在高噪声环境下仍保持接近克拉美罗下界(Cramér-Rao Lower Bound, CRLB)的性能，具有重要的理论和实际价值；以上研究提出的半定松弛方法都是只使用双站距离作为观测量，无法解决移动目标定位问题。文献[24]在文献[21]的基础上进一步纳入双站距离变化率测量值，解决了移动目标参数估计问题；文献[25]考虑传感器源定位问题，通过利用时延和多普勒频移测量，基于最大似然函数构建半定规划问题，并使用CVX+SDPT3等工具求解，在噪声较大或传感器数量较少时表现优越。文献[26]考虑了信号发射和接收过程中传感器的运动效应，提出了两种目标参数估计器，第1种是闭

式解，其计算效率高，并通过理论证明在小误差区域的高斯噪声环境下能达到克拉美罗下界精度。第2种是基于半正定矩阵的凸优化方案，具有更强的抗噪能力。文献[27]考虑了传播速度未知情况下的源定位问题，通过引入多时刻到达时间差测量以弥补传播速度未知造成的性能下降，提出了约束线性最小二乘法和秩一半正定规划两种方法实现目标参数估计。文献[28]在文献[26,27]的基础上，考虑具有变速运动目标的源定位问题，整合所有历史距离和频率测量数据，实现对信号源位置的实时估算，同样也针对高低信噪比不同的环境提出了两种不同的目标参数估计器。

两阶段加权最小二乘方法的核心框架是：第一阶段构建关于目标位置、速度及辅助变量的伪线性方程组，通过WLS估计获得初始解；第二阶段则利用辅助变量与目标参数间的约束关系建立新的线性方程组，对目标位置与速度进行精化估计。文献[29]考虑了距离变化率观测量，将参考发射机与目标间的距离和距离变化率作为辅助变量，采用两阶段加权最小二乘法进行估计，但未能充分利用所有测量数据。文献[30]解决了数据利用问题，但在非均匀噪声环境下难以达到CRLB。文献[31]通过将所有接收机到目标距离及距离变化率作为一阶段辅助变量构建伪线性方程，并通过理论分析和实验验证证明其在小噪声条件下达到CRLB。文献[32]基于双站距离观测，提出了一种只使用一个辅助变量的闭式解法，实现了最少传感器配置下的目标定位。文献[33]则基于时延、多普勒频移、到达角、角度变化率提出一种单阶段加权最小二乘方法的高效闭式解法，无须引入辅助变量，用于非平稳多基地雷达系统。文献[34]在文献[32]的基础上，进一步考虑了运动目标的情况提出了一种在最小传感器配置下仍能有效工作的两阶段闭式解。第一阶段选择一个参考发射器，将目标到参考发射器的距离和距离变化率作为辅助变量并构建伪线性方程，利用目标位置与辅助参数之间的二次关系构建二次方程并求解，将得到的辅助参数代入伪线性方程求解目标参数。第二阶段将第一阶段得到的目标位置速度代入测量方程构建估计误差的线性模型优化估计结果。文献[35]则引入目标位置和速度的二阶形式作为辅助变量构建伪线性方程，在二阶段利用辅助变量的泰勒展开构建仅与目标参数相关的伪线性方程，通过分离目标位置和速度求解过程降低了中间辅助参数的数量，大大增强了估计的鲁棒性。

然而值得注意的是，上述方法均建立在系统时间与频率完全同步的假设基础上。在实际分布式系统中，由于收发节点时钟之间的偏差、漂移，时频同步误差是不可避免的。针对时钟不同步问题，文献[8]考虑了时钟参数与天线位置不确定性，采用多阶段WLS方法在小噪声条件下达到了目标位置估计的CRLB。文献[9]在文献[8]基础上增加一个WLS估计器用于时钟参数估计，进一步提升了目标定位精度。文献[19]简化了时钟参数模型，提出一种基于混合似然和最大后验估计的自同步定位框架，在弱噪声条件下实现了目标位置估计的CRLB。然而，这些研究主要聚焦于时钟不同步(只存在时间偏差)情况。文献[36]进一步考虑了同时存在时间偏差与频率偏差的目标参数估计问题，基于差分时延和差分频移测量值，针对准同步系统和全异步系统，分别提出了QS-SDP和FA-SDP两种方法。文献[37]利用一个位置和速度均未知且存在时频偏移的非合作移动发射机，对移动目标进行位置与速度的联合估计问题，针对独立同分布高斯误差，推导了可消除时频偏移导致性能下降的定位几何条件，并且提出了移动目标定位的闭式解法，在小误差条件下可达到CRLB。面对同样的问题，文献[38]在文献[22]的基础上，采用了相似的参数估计流程，先构建了一个联合目标位置、速度、发射机位置以及时频偏差的加权最小二乘优化问题，通过半定松弛技术转变为凸优化问题并求解。虽然文献[36–38]这些方法也考虑了时间偏差和频率偏差存在的情况，但是需要引入直接路径的测量值才能实现，无法适应存在路径遮挡的情况。文献[39]无须直达波数据，但在高水平误差下，其忽略二阶误差项导致的误差会在估计过程中累积，造成精度下降。除此之外，以上研究大都是基于单时刻观测数据提出的方法，在误差水平较低情况下拥有不错的性能表现，但也存在明显的阈值效应，即无法应对较高水平误差的情况。

综上所述，目前针对非理想时频同步条件下的参数估计研究仍然存在两个明显的局限，一是对直达波的依赖，这在实际存在非视距环境中往往是难以满足的，限制了其适用性；二是仍然局限于使用单时刻观测模型，在时频偏差存在情况下，单时刻观测数据提供的信息量不足以支撑所有参数的高精度估计，导致算法存在显著“阈值效应”。因此，在存在时间与频率偏差的情况下，开发一种无须直达波数据、能够有效融合多时刻观测数据的移动目标参数和时频偏差参数联合估计方法，对于提升分布式MIMO雷达系统的定位精度具有重要研究意义与应用价值。

本文的主要贡献如下：(1)提出了一种基于多

时刻观测数据的闭式解法，该方法仅使用首尾两个时刻的观测数据进行参数估计，大大减小了计算复杂度，而且该方法显式地对误差项中的二阶分量进行了建模并优化了加权矩阵的构建，有效提高了算法在高误差水平条件下的精确性和鲁棒性。(2)提出了一种基于多时刻观测数据的闭式解与迭代优化结合的估计框架，闭式解为后续迭代优化提供高质量初始值；迭代优化构建了一个最大似然-最大后验概率估计问题，采用信赖域搜索方法进行迭代。通过大量的蒙特卡罗仿真表明，本文方法能高精度有效估计目标位置速度和时频偏差参数，且性能显著优于现有对比方法。

2 测量模型

本文考虑一个包含N_{t}个发射机与N_{s}个接收机的分布式多输入多输出(MIMO)雷达系统，如图1所示，对于一个目标，在短时间内进行K次观测，相邻两次观测时间间隔为T_s。定义发射机T_i在1时刻的位置矢量和速度矢量分别为$\boldsymbol{t}_{i,1}\in\mathbb{R}^3$与$\dot{\boldsymbol{t}}_{i,1}\in\mathbb{R}^3$；接收机$S_j$在1时刻的对应参量记为$\boldsymbol{s}_{j,1}\in\mathbb{R}^3$与$\dot{\boldsymbol{s}}_{j,1}\in\mathbb{R}^3$。由于观测时间较短，因此可以假设发射机、接收机和目标在观测时间内保持匀速直线运动，那么第$k\,(k=1,2,\cdots,K)$次观测时，发射机T_i、接收机S_j和目标的位置和速度矢量可以表示为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{t}_{i,k}=\boldsymbol{t}_{i,1}+(k-1)T_s\dot{\boldsymbol{t}}_{i,1},\quad \dot{\boldsymbol{t}}_{i,k}=\dot{\boldsymbol{t}}_{i,1}\\&\boldsymbol{s}_{j,k}=\boldsymbol{s}_{j,1}+(k-1)T_s\dot{\boldsymbol{s}}_{j,1},\quad \dot{\boldsymbol{s}}_{j,k}=\dot{\boldsymbol{s}}_{j,1}\\&\boldsymbol{u}_{k}=\boldsymbol{u}_{1}+(k-1)T_s\dot{\boldsymbol{u}}_{1},\quad \dot{\boldsymbol{u}}_{k}=\dot{\boldsymbol{u}}_{1}\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

系统采用统一时空基准，参考时刻为t_0，光速为c，载波频率为f_{c}。发射机T_i在1时刻的时间偏差为$\Delta\tau_{i,1}^{t}$，频率偏差为$\Delta f_{i,1}^{t}$，接收机S_j的对应偏差为$\Delta\tau_{j,1}^{s}$和$\Delta f_{j,1}^{s}$。假设在K次观测时间内，发射机和接收机的频率偏差保持不变，时间偏差则随观测时序累积。那么发射机T_i和接收机S_j在第k次观测时的时间偏差模型为

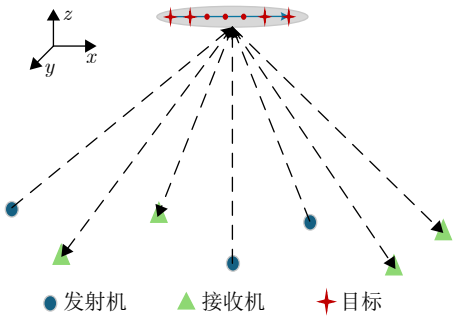


图 1 分布式MIMO雷达多时刻移动目标定位场景示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a distributed MIMO radar multitemporal moving target localization scenario

$$\left.\begin{aligned}\Delta\tau_{i,k}^{t}&=\Delta\tau_{i,1}^{t}+\frac{\Delta f_{i,1}^{t}}{f_{\mathrm{c}}}(k-1)T_s\\\Delta\tau_{j,k}^{s}&=\Delta\tau_{j,1}^{s}+\frac{\Delta f_{j,1}^{s}}{f_{\mathrm{c}}}(k-1)T_s\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

通过如下变换将时频偏差转换至距离域：

$$\left.\begin{aligned}\Delta r_{i,k}^{t}&=\mathrm{c}\Delta\tau_{i,k}^{t},\ \Delta\dot{r}_{i,1}^{t}=\frac{\mathrm{c}\Delta f_{i,1}^{t}}{f_{\mathrm{c}}}\\\Delta r_{j,k}^{s}&=\mathrm{c}\Delta\tau_{j,k}^{s},\ \Delta\dot{r}_{j,1}^{s}=\frac{\mathrm{c}\Delta f_{j,1}^{s}}{f_{\mathrm{c}}}\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

此处$\Delta r\sim\mathcal{N}(0,\sigma_{\Delta r}^{2})$和$\Delta\dot{r}\sim\mathcal{N}(0,\sigma_{\Delta\dot{r}}^{2})$分别表征等效距离偏差和距离变化率偏差。假设1时刻的等效距离偏差$\Delta r_{i,1}^{t}$, $\Delta r_{j,1}^{s}\sim\mathcal{N}(0,\sigma_{\Delta r}^{2})$和距离变化率偏差$\Delta\dot{r}_{i,1}^{t}$, $\Delta\dot{r}_{j,1}^{s}\sim\mathcal{N}(0,\sigma_{\Delta\dot{r}}^{2})$，且各时频偏差相互独立。

发射机T_i至目标再至接收机S_j的信号理论传播时延$\tau_{i,j,k}$与多普勒频移$f_{i,j,k}$定义为

$$\left.\begin{aligned}\tau_{i,j,k}&=\frac{1}{\mathrm{c}}\left(d_{i,k}^{t}+d_{j,k}^{s}\right)\\f_{i,j,k}&=\frac{f_{\mathrm{c}}}{\mathrm{c}}\left(\dot{d}_{i,k}^{t}+\dot{d}_{j,k}^{s}\right)\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

其中，$d_{i,k}^{t}=\|u_k-t_{i,k}\|$为$k$时刻$T_i$到目标的距离；$\dot{d}_{i,k}^{t}=\dfrac{(u_k-t_{i,k})^{\mathrm{T}}(v_k-\dot{t}_{i,k})}{d_{i,k}^{t}}$为对应时刻的距离变化率；$d_{j,k}^{r}$和$\dot{d}_{j,k}^{r}$为接收端的类似参量。

由于实际观测量受时频系统偏差与测量误差影响，因此距离观测值$\tilde{r}_{i,j,k}$与距离变化率观测值$\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}$可以表述为

$$\left.\begin{aligned}\tilde{r}_{i,j,k}&=d_{i,k}^{t}+d_{j,k}^{s}+\Delta r_{i,k}^{t}-\Delta r_{j,k}^{s}+n_{i,j,k}\\\tilde{\dot{r}}_{i,j,k};&=\dot{d}_{i,k}^{t}+\dot{d}_{j,k}^{s}+\Delta\dot{r}_{i,1}^{t}-\Delta\dot{r}_{j,1}^{s}+\dot{n}_{i,j,k}\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

其中，$n_{i,j,k}\sim\mathcal{N}(0,\sigma_r^2)$和$\dot{n}_{i,j,k}\sim\mathcal{N}(0,\sigma_{\dot{r}}^2)$分别为距离测量误差与距离变化率测量误差，且假设各个观测误差之间相互独立。同时为了确保不会存在因误差逐渐增大而出现动目标信号失配的情况，需要对时延测量值$\tilde{\tau}_{i,j,k}=\tilde{r}_{i,j,k}/\mathrm{c}$和多普勒频移测量值$\tilde{f}_{i,j,k}=\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}f_{\mathrm{c}}/\mathrm{c}$进行约束，即时延测量值$\tilde{\tau}_{i,j,k}$不得超过脉冲重复周期$T_{\mathrm{p}}$，多普勒测量值绝对值$||\tilde{f}_{i,j,k}||$不得超过不模糊多普勒范围$f_{\mathrm{P}}/2$，$f_{\mathrm{P}}$是脉冲重复频率。

3 两步策略结合的参数估计方法

本文提出了一种两步策略结合的参数估计方法，第1步通过两阶段加权最小二乘框架提出了关于目标参数的闭式解法；第2步将闭式解法作为初始解，以最大似然-最大后验概率作为目标函数，提出了一种基于信赖域搜索的优化迭代方法。

3.1 闭式解法

选择发射机T_1作为参考节点，定义辅助参数集$\boldsymbol{d}_1=[d_{1,1}^{t},d_{1,K}^{t}]^{\mathrm{T}}$与$\dot{\boldsymbol{d}}_1=[\dot{d}_{1,1}^{t},\dot{d}_{1,K}^{t}]^{\mathrm{T}}$，分别表示参考

发射机在第1时刻和第K时刻到目标的距离及距离变化率，$(\cdot)^{\mathrm{T}}$表示取转置操作。为了降低算法的时间和空间复杂度并且尽可能保持算法参数估计性能，本文提出的闭式解法仅使用第1和第K时刻的观测数据，而在优化迭代阶段使用所有K个时刻的观测数据。

首先，要将问题变为线性式，需要建立参考接收通道距离方程和发射机差分距离方程。由于双站距离真实值与参考发射机到目标距离存在以下关系：

$$r_{1,j,k}=d_{1,k}^{t}+d_{j,k}^{s} \tag{6}$$

$$r_{1,j,k}-r_{i,j,k}=d_{1,k}^{t}-d_{i,k}^{t} \tag{7}$$

经过移相平方后可得

$$\begin{aligned}&r_{1,j,k}^{2}+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{j,k}-2(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{k}\\&\quad-2r_{1,j,k}d_{1,k}^{t}=0\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&(r_{1,j,k}-r_{i,j,k})^{2}+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{i,k}-2(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k})^{\mathrm{T}}\\&\quad\cdot\boldsymbol{u}_{k}-2(r_{1,j,k}-r_{i,j,k})d_{1,k}^{t}=0\end{aligned} \tag{9}$$

将式(8)和式(9)分别对时间求导后可得

$$\begin{aligned}&r_{1,j,k}\dot{r}_{1,j,k}+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{s}}_{j,k}-(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k})^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{u}}_{k}\\&\quad-(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{s}}_{j,k})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{k}-r_{1,j,k}\dot{d}_{1,k}^{t}-\dot{r}_{1,j,k}d_{1,k}^{t}=0\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&(r_{1,j,k}-r_{i,j,k})(\dot{r}_{1,j,k}-\dot{r}_{i,j,k})+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{i,k}\\&\quad-(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k})^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{u}}_{k}-(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{t}}_{i,k})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{k}\\&\quad-(r_{1,j,k}-r_{i,j,k})\dot{d}_{1,k}^{t}-(\dot{r}_{1,j,k}-\dot{r}_{i,j,k})d_{1,k}^{t}=0\end{aligned} \tag{11}$$

实际值$r_{i,j,k}$，$\dot{r}_{i,j,k}$与观测值$\tilde{r}_{i,j,k}$，$\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}$存在以下关系：

$$\tilde{r}_{i,j,k}=r_{i,j,k}+\Delta r_{i,k}^{t}-\Delta r_{j,k}^{s}+n_{i,j,k} \tag{12}$$

$$\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}=\dot{r}_{i,j,k}+\Delta\dot{r}_{i,1}^{t}-\Delta\dot{r}_{j,1}^{s}+\dot{n}_{i,j,k} \tag{13}$$

将$k=1,K$代入式(8)—式(13)，整合为

$$\boldsymbol{b}_{1}-\boldsymbol{G}_{1}\boldsymbol{\theta}_{1}=\boldsymbol{a}_{1}+\boldsymbol{c}_{1} \tag{14}$$

其中，待估参数$\theta_1=[\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{u}}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{d}_1^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{d}}_1^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{a}_1$代表等式的一阶误差项，$\boldsymbol{c}_1$代表等式的二阶误差项。令$l_1=(k-1)N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}+j$，$l_2=(k-1)N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}+(i-1)N_{\mathrm{s}}+j$，$i=2,3,\cdots,N_{\mathrm{t}}$，$j=1,2,\cdots,N_{\mathrm{s}}$，$\boldsymbol{b}_1$的表达式为

$$\boldsymbol{b}_{1}=[\boldsymbol{b}_{11}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{b}_{12}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{b}_{11}$，$\boldsymbol{b}_{12}$依次表示为

$$\left.\begin{aligned}&[\boldsymbol{b}_{11}]_{l_1}=\tilde{r}_{1,j,k}^{2}+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{j,k}\\&[\boldsymbol{b}_{11}]_{l_2}=(\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k})^{2}+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{i,k}\\&[\boldsymbol{b}_{12}]_{l_1}=\tilde{r}_{1,j,k}\tilde{\dot{r}}_{1,j,k}+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{s}}_{j,k}\\&[\boldsymbol{b}_{12}]_{l_2}=(\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k})(\tilde{\dot{r}}_{1,j,k}-\tilde{\dot{r}}_{i,j,k})+\boldsymbol{t}_{1,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}\\&\qquad-\boldsymbol{t}_{i,k}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{i,k}\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$\boldsymbol{G}_1$的表达式为

$$\boldsymbol{G}_{1}=[\boldsymbol{G}_{11}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{G}_{12}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

令$\kappa_1=\dfrac{K-k}{K-1}$，$\kappa_2=\dfrac{k-1}{K-1}$，$\kappa_3=(K-1)T_s$，$\boldsymbol{G}_{11}$，$\boldsymbol{G}_{12}$可以依次表示为

$$\left.\begin{aligned}&[\boldsymbol{G}_{11}]_{l_1,:}=2\left[(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k})^{\mathrm{T}},\kappa_3(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k})^{\mathrm{T}},\right.\\&\qquad\left.\kappa_1\tilde{r}_{1,j,k},\kappa_2\tilde{r}_{1,j,k},\boldsymbol{0}_2^{\mathrm{T}}\right]\\&[\boldsymbol{G}_{11}]_{l_2,:}=2\left[(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k])}^{\mathrm{T}},\kappa_3(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{t}_{i,k})^{\mathrm{T}},\right.\\&\qquad\left.\kappa_1(\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k}),\kappa_2(\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k}),\boldsymbol{0}_2^{\mathrm{T}}\right]\\&[\boldsymbol{G}_{12}]_{l_1,:}=\left[(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{s}}_{j,k})^{\mathrm{T}},(\boldsymbol{t}_{1,k}-\boldsymbol{s}_{j,k}+\kappa_3(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{s}}_{j,k}))^{\mathrm{T}},\right.\\&\qquad\left.\kappa_1\tilde{\dot{r}}_{1,j,k},\kappa_2\tilde{\dot{r}}_{1,j,k},\kappa_1\tilde{r}_{1,j,k},\kappa_2\tilde{r}_{1,j,k}\right]\\&[\boldsymbol{G}_{12}]_{l_2,:}=\left[(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{t}}_{i,k})^{\mathrm{T}},(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{t}}_{i,k}+\kappa_3(\dot{\boldsymbol{t}}_{1,k}-\dot{\boldsymbol{t}}_{i,k}))^{\mathrm{T}},\right.\\&\qquad\kappa_1(\tilde{\dot{r}}_{1,j,k}-\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}),\kappa_2(\tilde{\dot{r}}_{1,j,k}-\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}),\\&\qquad\left.\kappa_1(\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k}),\kappa_2(\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k})\right]\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

$\boldsymbol{a}_1$的表达式为

$$\boldsymbol{a}_{1}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{\gamma}+\boldsymbol{N}\boldsymbol{\eta} \tag{19}$$

其中，γ,η,N,V的表达式为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\gamma}=\left[\Delta r_{1,1}^{t},\Delta r_{2,1}^{t},\cdots,\Delta r_{N_{\mathrm{t}},1}^{t},\Delta r_{1,1}^{s},\Delta r_{2,1}^{s},\cdots,\Delta r_{N_{\mathrm{s}},1}^{s},\right.\\&\left.\Delta\dot{r}_{1,1}^{t},\Delta\dot{r}_{2,1}^{t},\cdots,\Delta\dot{r}_{N_{\mathrm{t}},1}^{t},\Delta\dot{r}_{1,1}^{s},\Delta\dot{r}_{2,1}^{s},\cdots,\Delta\dot{r}_{N_{\mathrm{s}},1}^{s}\right]^{\mathrm{T}}\\&\boldsymbol{\eta}x=[n_{1,1,1},n_{1,2,1},\cdots,n_{N_{\mathrm{t}},N_{\mathrm{s}},1},n_{1,1,2},n_{1,2,2},\cdots,\\&n_{N_{\mathrm{t}},N_{\mathrm{s}},K},\dot{n}_{1,1,1},\dot{n}_{1,2,1},\cdots,\dot{n}_{N_{\mathrm{t}},N_{\mathrm{s}},1},\dot{n}_{1,1,2},\dot{n}_{1,2,2},\cdots,\\&n_{N_{\mathrm{t}},N_{\mathrm{s}},K}]^{\mathrm{T}}\\&\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}2\boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{11}, & 2\boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{12}\\ \boldsymbol{F}\boldsymbol{E}_{11}, & \boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{11}+\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}_{12}\end{bmatrix}\\&\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}2\boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{2}, & \boldsymbol{O}_{M}\\ \boldsymbol{F}\boldsymbol{E}_{2}, & \boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{2}\end{bmatrix}\\&[\boldsymbol{D}]_{l_1,l_1}=\tilde{r}_{1,j,k}-\kappa_1\dot{d}_{1,1}^{t}-\kappa_2\dot{d}_{1,K}^{t}\\&[\boldsymbol{D}]_{l_2,l_2}=\tilde{r}_{1,j,k}-\tilde{r}_{i,j,k}-\kappa_1\dot{d}_{1,1}^{t}-\kappa_2\dot{d}_{1,K}^{t}\\&[\boldsymbol{F}]_{l_1,l_1}=\tilde{\dot{r}}_{1,j,k}-\kappa_1\ddot{d}_{1,1}^{t}-\kappa_2\ddot{d}_{1,K}^{t}\\&[\boldsymbol{F}]_{l_2,l_2}=\tilde{\dot{r}}_{1,j,k}-\tilde{\dot{r}}_{i,j,k}-\kappa_1\ddot{d}_{1,1}^{t}-\boldsymbol{\kappa}_2\ddot{d}_{1,K}^{t}\\&\boldsymbol{E}_{1}=[((\boldsymbol{e}_{N_{\mathrm{t}}}+\boldsymbol{1}_{N_{\mathrm{t}}})*\boldsymbol{e}_{N_{\mathrm{t}}}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{t}}})\otimes\boldsymbol{1}_{N_{\mathrm{s}}},-\boldsymbol{e}_{N_{\mathrm{t}}}\otimes\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{s}}}]\\&\boldsymbol{E}_{11}=\boldsymbol{1}_{K}\otimes\boldsymbol{E}_{1}\\&\boldsymbol{E}_{12}=T_s[0,1,\cdots,K-1]^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{E}_{1}\\&\boldsymbol{E}_{2}=\boldsymbol{I}_{K}\otimes((\boldsymbol{e}_{N_{\mathrm{t}}}+\boldsymbol{1}_{N_{\mathrm{t}}})\boldsymbol{e}_{N_{\mathrm{t}}}^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{s}}})-\boldsymbol{I}_{M}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

其中，$\boldsymbol{e}_{N_{\mathrm{t}}}$是首位元素为1，其余元素为0，且长度为$N_{\mathrm{t}}$的向量。$\boldsymbol{I}_K$表示$k\times k$的单位矩阵，$\boldsymbol{1}_K$表示$k\times1$的全程量。令$l=(k-1)N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}+(i-1)N_{\mathrm{s}}+j$，$M=KN_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}$，那么$c_1$的表达式为

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{c}_1=[\boldsymbol{c}_{11}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{c}_{12}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\\
&[\boldsymbol{c}_{11}]_l=[\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}][\boldsymbol{C}_1]_l[\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\\
&[\boldsymbol{c}_{12}]_l=[\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}][\boldsymbol{C}_1]_{l+M}[\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\\
&[\boldsymbol{C}_1]_{:,:,l}=-\mathrm{diag}\left([\boldsymbol{E}_{11}]_{l,:},[\boldsymbol{E}_{12}]_{l,:},[\boldsymbol{E}_2]_{l,:},\boldsymbol{0}_M^{\mathrm{T}}\right)\\
&[\boldsymbol{C}_{12}]_{:,:,l}=-[[\boldsymbol{E}_{11}]_{l,:},[\boldsymbol{E}_{12}]_{l,:},[\boldsymbol{E}_2]_{l,:},\boldsymbol{0}_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\\
&\qquad\qquad *[\boldsymbol{0}_{N_{\mathrm{t}}+N_{\mathrm{s}}},[\boldsymbol{E}_{12}]_{l,:},\boldsymbol{0}_M^{\mathrm{T}},[\boldsymbol{E}_2]_{l,:}]\\
&[\boldsymbol{C}_1]_{:,:,l+M}=([\boldsymbol{C}_{12}]_{:,:,l}+[\boldsymbol{C}_{12}]_{:,:,l}^{\mathrm{T}})/2
\end{aligned}\right\}\tag{21}$$

那么误差项的期望均值μ_{ϵ_1}和协方差C_{ϵ_1}分别为

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_1}=[\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_1]_{:,:,1}\boldsymbol{\Sigma}),\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_2]_{:,:,1}\boldsymbol{\Sigma}),\cdots,\\
&\qquad\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_1]_{:,:,2M}\boldsymbol{\Sigma})]^{\mathrm{T}}\\
&\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}_{v_1}\\
&[\boldsymbol{C}_{v_1}]_{i,j}=2\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_1]_{:,:,i}\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{C}_1]_{:,:,j}\boldsymbol{\Sigma})
\end{aligned}\right\}\tag{22}$$

其中，$\mathrm{tr}(\cdot)$表示取迹操作，$\mathrm{drag}(\cdot)$表示对角矩阵。$\boldsymbol{C}_{v_1}$是二阶误差项的协方差矩阵，$\boldsymbol{\Sigma}=\mathrm{blkdiag}(\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}},\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}})$是误差向量$[\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$的协方差矩阵，其中$\mathrm{blkdiag}(\cdot)$表示模块对标矩阵。

将待估参数$\boldsymbol{\theta}_1$中的辅助变量$\boldsymbol{d}_1=[d_{1,1}^t,d_{1,K}^t]^{\mathrm{T}}$与$\dot{\boldsymbol{d}}_1=[\dot{d}_{1,1}^t,\dot{d}_{1,K}^t]^{\mathrm{T}}$与目标位置和速度参数视为相互独立的变量，求解得到初始解后，再根据辅助变量与目标位置速度的关系进一步构建等式进行估计。根据广义最小二乘方法，待估参数$\boldsymbol{\theta}_1$的估计值$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1=(\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}^{-1}\boldsymbol{G})^{-1}\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}^{-1}\tilde{\boldsymbol{b}}_1\tag{23}$$

其中，$(\cdot)^{-1}$表示取逆操作。$\tilde{\boldsymbol{b}}_1=\boldsymbol{b}_1-\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_1}$。由于求解误差协方差$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}$需要先得到辅助参数的值，因此可以首先令$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}=\boldsymbol{I}$，得到初步的估计，然后将初步估计的结果代入求解得到误差协方差$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}$，并将其代入式(23)得到新的估计值$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$。估计误差$\Delta\boldsymbol{\theta}_1=\boldsymbol{\theta}_1-\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$的协方差可以由式(14)和式(23)得到

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta\boldsymbol{\theta}_1=(\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}^{-1}\boldsymbol{G}_1)^{-1}\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_1}-\boldsymbol{a}_1-\boldsymbol{c}_1)\\
&\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1}=(\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}^{-1}\boldsymbol{G}_1)^{-1}
\end{aligned}\right\}\tag{24}$$

一阶段得到目标位置、速度和辅助变量的初始估计，由于辅助变量和目标位置速度之间存在依赖关系，因此可以利用依赖关系进一步构建新的线性式优化估计结果。辅助变量与目标位置速度存在以下关系式

$$\begin{aligned}
&[\boldsymbol{\theta}_1]_7^2=(\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{t}_{1,1})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{t}_{1,1})\\
&[\boldsymbol{\theta}_1]_8^2-2\kappa_3[\boldsymbol{\theta}_1]_7[\boldsymbol{\theta}_1]_9=(\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{t}_{1,1})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{t}_{1,1})\\
&\qquad+\kappa_3^2(\dot{\boldsymbol{u}}_1-\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1})^{\mathrm{T}}(\dot{\boldsymbol{u}}_1-\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1})\\
&[\boldsymbol{\theta}_1]_8[\boldsymbol{\theta}_1]_{10}-[\boldsymbol{\theta}_1]_7[\boldsymbol{\theta}_1]_9=\kappa_3(\dot{\boldsymbol{u}}_1-\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1})^{\mathrm{T}}\\
&\qquad(\dot{\boldsymbol{u}}_1-\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1})
\end{aligned}\tag{25}$$

构造新的待估参数$\boldsymbol{\theta}_2=[(\boldsymbol{u}_1\odot\boldsymbol{u}_1)^{\mathrm{T}},(\dot{\boldsymbol{u}}_1\odot\dot{\boldsymbol{u}}_1)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，将新构造的待估参数$\boldsymbol{\theta}_2$、估计值$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$和$\Delta\boldsymbol{\theta}_1=\boldsymbol{\theta}_1-\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$代入式(25)，可以得到以下新的线性等式组

$$\boldsymbol{b}_2-\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{\theta}_2=\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{c}_2\tag{26}$$

其中，$\boldsymbol{b}_2$的表达式为

$$\left.\begin{aligned}
&[\boldsymbol{b}_2]_{1:6}=[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{1:6}\odot[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{1:6}\\
&[\boldsymbol{b}_2]_7=[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_7^2+2\boldsymbol{t}_{1,1}^{\mathrm{T}}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{1:3}-\boldsymbol{t}_{1,1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1,1}\\
&[\boldsymbol{b}_2]_8=[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_8^2-2\kappa_3[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_7[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_9+2\boldsymbol{t}_{1,1}^{\mathrm{T}}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{1:3}\\
&\qquad-\boldsymbol{t}_{1,1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1,1}+\kappa_3^2(2\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1}^{\mathrm{T}}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{4:6}-\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1})\\
&[\boldsymbol{b}_2]_9=[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_8[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{10}-[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_7[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_9+2\kappa_3\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1}^{\mathrm{T}}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{4:6}\\
&\qquad-\kappa_3\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1}
\end{aligned}\right\}\tag{27}$$

$\boldsymbol{G}_2$的表达式为

$$\begin{aligned}
&[\boldsymbol{G}_2]_{1:6,1:6}=\boldsymbol{I}_6\\
&[\boldsymbol{G}_2]_{7:9,:}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{1}_3^{\mathrm{T}}, & \boldsymbol{0}_3^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{1}_3^{\mathrm{T}}, & \kappa_3^2\boldsymbol{1}_3^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{0}_3^{\mathrm{T}}, & \kappa_3\boldsymbol{1}_3^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}
\end{aligned}\tag{28}$$

$\boldsymbol{a}_2$的表达式为

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{a}_2=\boldsymbol{P}\Delta\boldsymbol{\theta}_1\\
&\boldsymbol{P}_{1:6,:}=[2\mathrm{diag}([\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{1:6}),\boldsymbol{O}_{6,4}]\\
&\boldsymbol{P}_{7,:}=[2\boldsymbol{t}_{1,1}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0}_3^{\mathrm{T}},2[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_7,\boldsymbol{0}_3^{\mathrm{T}}]\\
&\boldsymbol{P}_{8,:}=[2\boldsymbol{t}_{1,1},2\kappa_3^2\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1},-2\kappa_3[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_9,2[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_8,-2\kappa_3[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_7,0]\\
&\boldsymbol{P}_{9,:}=[\boldsymbol{0}_3^{\mathrm{T}},2\kappa_3\dot{\boldsymbol{t}}_{1,1},-[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_9,[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{10},-[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_7,[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_8]
\end{aligned}\right\}\tag{29}$$

$\boldsymbol{c}_2$的表达式为

$$\left.\begin{aligned}
&[\boldsymbol{c}_2]_j=\Delta\boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{C}_2]_{:,:,j}\Delta\boldsymbol{\theta}_1,j=1,2,\cdots,9\\
&[\boldsymbol{C}_2]_{i,i,i}=-1,i=1,2,\cdots,8\\
&[\boldsymbol{C}_2]_{7,9,8}=[\boldsymbol{C}_2]_{9,7,8}=-0.5\\
&[\boldsymbol{C}_2]_{7,9,9}=[\boldsymbol{C}_2]_{9,7,9}=0.5\\
&[\boldsymbol{C}_2]_{8,10,9}=[\boldsymbol{C}_2]_{10.8,9}=-0.5
\end{aligned}\right\}\tag{30}$$

误差项$\epsilon_2=\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{c}_2$的期望均值$\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_2}$和协方差$\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}$分别为

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_2}=[\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_2]_{:,:,1}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1}),\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_2]_{:,:,2}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1}),\cdots,\\
&\qquad\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_2]_{:,:,9}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1})]^{\mathrm{T}}\\
&\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}_{v_2}\\
&[\boldsymbol{C}_{v_2}]_{i,j}=2\mathrm{tr}([\boldsymbol{C}_2]_{:,:,i}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1}[\boldsymbol{C}_2]_{:,:,j}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_1}),\\
&i,j=1,2,\cdots,9
\end{aligned}\right\}\tag{31}$$

根据广义最小二乘方法，待估参数$\boldsymbol{\theta}_2$的估计值$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2=(\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}^{-1}\boldsymbol{G}_2)^{-1}\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}^{-1}\tilde{\boldsymbol{b}}_2\tag{32}$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{b}}_2=\boldsymbol{b}_2-\boldsymbol{u}_{\epsilon_2}$。得到估计值$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$后，可以通过式(33)、式(34)得到目标位置和速度的闭式解估计值

$$\hat{\boldsymbol{u}}_1 = \mathrm{sgn}\left[[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{1:3}\right] \odot \sqrt{[\hat{\boldsymbol{\theta}}_2]_{1:3}} \tag{33}$$

$$\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1 = \mathrm{sgn}\left[[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1]_{4:6}\right] \odot \sqrt{[\hat{\boldsymbol{\theta}}_2]_{4:6}} \tag{34}$$

其中，sgn(·)表示符号函数，开根符号sgn[·]可以防止开根号引起符号模糊。为了更清晰地说明本文提出的闭式解方法，我们给出了闭式解方法的算法流程，如算法1所示。

3.2 迭代优化方法

由于本文提出的闭式解方法将误差项视为高斯分布的，而实际误差项是包含二阶误差的，不满足高斯分布这一条件的，这会在一定程度上造成参数估计性能下降，尤其是在误差水平较高的情况下。除此之外，闭式解也只使用了第1和第K时刻的观测数据进行参数估计，无法实现最优的估计性能，因此本文利用闭式解作为初始输入，基于最大似然最大后验概率提出了一种迭代优化方法。

定义观测向量$\tilde{\boldsymbol{\beta}} = [\tilde{\boldsymbol{r}}_1^{\mathrm{T}}, \tilde{\boldsymbol{r}}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \tilde{\boldsymbol{r}}_K^{\mathrm{T}}, \tilde{\dot{\boldsymbol{r}}}_1^{\mathrm{T}}, \tilde{\dot{\boldsymbol{r}}}_2^{\mathrm{T}} \cdots, \tilde{\dot{\boldsymbol{r}}}_K^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，其中$\tilde{\boldsymbol{r}}_k = [\tilde{r}_{1,1,k}, \tilde{r}_{1,2,k}, \cdots, \tilde{r}_{N_{\mathrm{t}},N_{\mathrm{c}},k}]^{\mathrm{T}}$，$\tilde{\dot{\boldsymbol{r}}}_k = \tilde{\dot{r}}_{1,1,k}, \tilde{\dot{r}}_{1,2,k}, \cdots, \tilde{\dot{r}}_{N_{\mathrm{t}},N_{\mathrm{c}},k}^{\mathrm{T}}$。待估参数$\boldsymbol{\varphi}$包含目标状态$\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}} = [\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}}, \dot{\boldsymbol{u}}_1^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和偏差参数$\gamma$，即$\boldsymbol{\varphi} = [\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。最大似然最大后验估计问题为

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \arg\min_{\boldsymbol{\theta}} &(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) - \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{\gamma})^{\mathrm{T}} \\ &\cdot \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) - \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}\boldsymbol{\gamma}\end{aligned} \tag{35}$$

其中，向量$h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})$和矩阵$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}$定义如下

$$\left.\begin{aligned}&[h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})]_l = d_{i,k}^t(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) + d_{j,k}^s(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) \\ &[h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})]_{l+M} = \dot{d}_{i,k}^t(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) + \dot{d}_{j,k}^s(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) \\ &\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}_1} = \boldsymbol{1}_K \otimes [\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{t}}} \otimes \boldsymbol{1}_{N_{\mathrm{s}}}, -\boldsymbol{1}_{N_{\mathrm{t}}} \otimes \boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{s}}}] \\ &\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}_2} = \mathrm{diag}([0, 1, \cdots, (K-1)T_s]) \otimes \boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}_1} \\ &\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}_1}, & \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}_2} \\ \boldsymbol{O}, & \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}_1}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

为了减小待估参数的数量，即将待估参数从$\boldsymbol{\varphi}$的$6+2(N_{\mathrm{t}}+N_{\mathrm{s}})$维变成$\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}$的6维，需要对求解的问题进行如下变化。定义目标函数$J(\boldsymbol{\varphi})$为

$$\begin{aligned}J(\boldsymbol{\varphi}) = &(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) - \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{\gamma})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) \\ &- \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}\boldsymbol{\gamma}\end{aligned} \tag{37}$$

通过固定$\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}$，最小化$J$关于$\boldsymbol{\gamma}$，得到

$$\boldsymbol{\gamma}^* = (\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}} + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1})^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})) \tag{38}$$

将$\boldsymbol{\gamma}^*$代入式(37)，化简得到等效目标函数

$$J(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) = (\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}}(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})) \tag{39}$$

其中，$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}} = \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1} - \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}} + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}) \cdot \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}$。

基于目标函数式(39)，本文提出了一种信赖域优化迭代方法，该方法在每次迭代中构建一个局部近似模型，并在一个信赖区域内进行下一次参数估计，通过局部近似函数与实际目标函数的一致性来调整信赖域的大小。

首先构建一个局部近似函数，在目标函数$J(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})$中，$\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})$是$\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}$的非线性函数向量，假设第$p$次迭代优化的结果为$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p$，将$\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})$在$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p$处进行泰勒展开

$$\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) = h_{\boldsymbol{u}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p) + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p) \tag{40}$$

令$l = (k-1)N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}} + (i-1)N_{\mathrm{s}} + j$，$H_p$的表达式为

$$\left.\begin{aligned}&[\boldsymbol{H}_p]_{l,1:3} = \frac{(\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{t}_{i,k})^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{t}_{i,k}\|} + \frac{(\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{s}_{j,k})^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{s}_{j,k}\|} \\ &[\boldsymbol{H}_p]_{l,4:6} = kT_s[\boldsymbol{H}_p]_{l,1:3} \\ &[\boldsymbol{H}_p]_{l+M,1:3} = \frac{(\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_k - \dot{\boldsymbol{t}}_{i,k})^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{t}_{i,k}\|} + \frac{(\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_k - \dot{\boldsymbol{s}}_{j,k})^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{s}_{j,k}\|} \\ &\quad - \frac{(\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{t}_{i,k})^{\mathrm{T}}(\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_k - \dot{\boldsymbol{t}}_{i,k})(\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{t}_{i,k})^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{t}_{i,k}\|^3} \\ &\quad - \frac{(\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{s}_{j,k})^{\mathrm{T}}(\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_k - \dot{\boldsymbol{s}}_{j,k})(\hat{\boldsymbol{u}}_k - s_{j,k})^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{s}_{j,k}\|^3} \\ &[\boldsymbol{H}_p]_{l+M,4:6} = [\boldsymbol{H}_p]_{l,1:3} + kT_s[\boldsymbol{H}_p]_{l+M,1:3}\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

将式(40)代入目标函数(39)，可以得到局部近似函数

$$\begin{aligned}m_p(\boldsymbol{\delta}) = &(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p) - \boldsymbol{H}_p\boldsymbol{\delta})^{\mathrm{T}} \\ &\cdot \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}}(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p) - \boldsymbol{H}_p\boldsymbol{\delta})\end{aligned} \tag{42}$$

其中，$\boldsymbol{\delta}_p = \boldsymbol{\theta}_u - \hat{\boldsymbol{\theta}}_u^p$。通过将令$m_p(\boldsymbol{\delta})$关于$\boldsymbol{\delta}$的导数为0，可以得到$\boldsymbol{\delta}$的估计式

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_p = (\boldsymbol{H}_p^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}}\boldsymbol{H}_p)^{-1}\boldsymbol{H}_p^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}}(\tilde{\boldsymbol{\beta}} - h_{\boldsymbol{u}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p)) \tag{43}$$

假设闭式解得到的初始输入参数为$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^0$，初始信赖域半径为$\Delta_0$，参数$\zeta_1, \zeta_2, \lambda_1, \lambda_2$满足$0 < \zeta_2 < \zeta_1 < 1$

算法 1　闭式解算法流程

Alg. 1　Procedure of closed-form solution

输入： $r_1, \dot{r}_1, r_K, \dot{r}_K, \boldsymbol{t}, \dot{\boldsymbol{t}}, \boldsymbol{s}, \dot{\boldsymbol{s}}, T_s, K, \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}$

输出： $\hat{\boldsymbol{u}}_1, \hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1$

1：令$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1} = \boldsymbol{I}$，根据式(23)计算目标位置速度的初始估计$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1^{(1)}$。

2：根据式(22)更新初始估计协方差$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}$。

3：根据式(23)得到加权最小二乘估计$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1^{(2)}$

4：将$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1{}^{(2)}$代入式(31)得到$\boldsymbol{u}_{\epsilon_2}$和$\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}$。

5：根据式(32)得到$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$。

6：根据式(33)和式(34)得到目标位置速度的估计$\hat{\boldsymbol{u}}_1, \hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1$。

和$0<\lambda_2<1<\lambda_1$。第p次迭代优化得到的估计参数和信赖域半径分别为$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0^p$, Δ_p。根据信赖域方法需要确保式(43)得到的$\hat{\boldsymbol{\delta}}_p$不会超过信赖域半径$\Delta_p$，因此可以通过式(44)更新$\hat{\boldsymbol{\delta}}_p$：

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_p=\min(\|\hat{\boldsymbol{\delta}}_p\|,\Delta_p)\frac{\hat{\boldsymbol{\delta}}_p}{\|\hat{\boldsymbol{\delta}}_p\|} \tag{44}$$

通过计算迭代的目标函数实际下降值和局部近似函数的预测下降值，可以得到一致性比率ρ_p为

$$\boldsymbol{\rho}_p=\frac{J(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p)-J(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p+\hat{\boldsymbol{\delta}}_p)}{m_p(\mathbf{0})-m_p(\hat{\boldsymbol{\delta}}_p)} \tag{45}$$

那么第$p+1$次迭代的估计参数$\hat{\boldsymbol{\theta}}_u^{p+1}$和信赖域半径$\Delta_{p+1}$的更新规则如下：

$$\left.\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^{p+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p,\Delta_{p+1}=\lambda_2\Delta_p,\ \text{if}\ \rho_p<\zeta_2\\&\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^{p+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p+\hat{\boldsymbol{\delta}}_p,\Delta_{p+1}=\lambda_1\Delta_p,\ \text{if}\ \rho_p>\zeta_1\\&\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^{p+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p+\hat{\boldsymbol{\delta}}_p,\Delta_{p+1}=\Delta_p,\ \text{if}\ \zeta_2<\rho_p<\boldsymbol{\zeta}_1\end{aligned}\right\} \tag{46}$$

不断重复迭代优化的过程直到目标位置和速度的最终估计$\hat{\boldsymbol{\theta}}_u$收敛，收敛条件为

$$||\hat{\boldsymbol{\delta}}_p||\le\boldsymbol{\delta}_{\min},p\ge p_{\max} \tag{47}$$

为了得到收发机时频偏差相关的参数$\boldsymbol{\gamma}$，将$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}$代入式(38)，可以得到$\boldsymbol{\gamma}$的估计值。为了更好地理解本文所提迭代优化算法，我们给出了伪代码以展示算法的整体流程，如算法2所示。

至此，本文提出的两步策略组合的参数估计方法的理论推导部分已经介绍完毕。图2展示了所提两步策略结合方法的流程框图。闭式解部分为迭代优化部分提供良好初始值，迭代优化部分给出最终的目标参数估计，并将最终的目标参数估计代入式(38)，得到发射机和接收机的时频偏差相关参数。

算法 2 迭代优化算法流程

Alg. 2 Procedure of iterative optimization

输入：$r,\dot{r},\boldsymbol{t},\dot{\boldsymbol{t}},\boldsymbol{s},\dot{\boldsymbol{s}},T_s,K,\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}},\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}},\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^0$

输出：$\hat{\boldsymbol{u}}_1,\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1$

步骤1：设置初始$\Delta_0,\zeta_1,\zeta_2,\lambda_1,\lambda_2,p=0$。

步骤2：将目标位置速度估计$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p$代入式(41)更新参数$\boldsymbol{H}_p$。

步骤3：根据式(43)和式(44)求解并更新$\hat{\boldsymbol{\delta}}_p$。

步骤4：根据式(45)求解ρ_p，并通过式(46)得到$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^{p+1},\Delta_{p+1}$。

步骤5：根据式(47)判断是否收敛，收敛则执行6，否则令$p=p+1$并重复执行步骤2—步骤4。

步骤6：返回目标位置速度最终估计$[\hat{\boldsymbol{u}}_1^{\mathrm{T}},\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{u}}^p$。

4 性能分析

4.1 克拉美罗下界参数估计性能分析

在贝叶斯估计框架下，联合观测数据$\tilde{\boldsymbol{\beta}}$与时频偏差参数$\boldsymbol{\gamma}$的条件概率密度函数可表示为

$$\begin{aligned}p(\tilde{\boldsymbol{\beta}}|\boldsymbol{\varphi})=&\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{2M}|\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}||\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}|}}\exp\Bigg(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}\boldsymbol{\gamma}\\&-\frac{1}{2}[\tilde{\boldsymbol{\beta}}-h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})-\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{\gamma}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\\&\cdot[\tilde{\boldsymbol{\beta}}-h_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}})-\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{\gamma}]\Bigg)\end{aligned} \tag{48}$$

其中，$\boldsymbol{\varphi}=[\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$为待估计参数向量，包含目标运动状态和系统时频偏差参数。根据克拉美罗定理，参数估计的克拉美罗下界由Fisher信息矩阵的逆给出：

$$\begin{aligned}\mathrm{CRLB}(\boldsymbol{\varphi})=J^{-1}(\boldsymbol{\varphi})&=\mathbb{E}^{-1}\left[-\frac{\partial^2\ln p(\tilde{\boldsymbol{\beta}}|\boldsymbol{\varphi})}{\partial\boldsymbol{\varphi}\partial\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}}\right]\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{G}&\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\\\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{G}&\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}+\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}\end{bmatrix}^{-1}\end{aligned} \tag{49}$$

其中，$\mathbb{E}(\cdot)$表示取期望操作，将$\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}$代入式(41)计算得到$\boldsymbol{G}$：

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) \tag{50}$$

根据分块矩阵求逆引理，可以得到目标参数和时频偏差参数的CRLB分别为

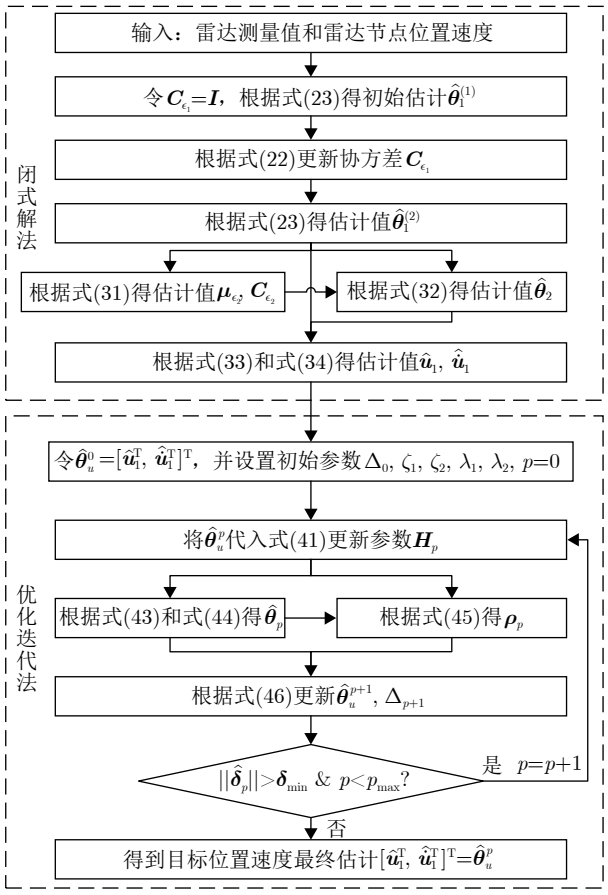


图 2 两步策略组合的参数估计方法流程图

Fig. 2 Flowchart of the parameter estimation method using a two-step strategy

$$\begin{aligned}\mathrm{CRLB}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{u}}) =&[\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{G}-\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\\&(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}+\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1})^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{G}]^{-1}\end{aligned} \tag{51}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{CRLB}(\boldsymbol{\gamma}) =&[\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}+\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}-\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}\\&(\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{G})^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}\boldsymbol{G}]^{-1}\end{aligned} \tag{52}$$

4.2 闭式解方法参数估计性能分析

3.1节给出了闭式解的目标位置和速度估计的表达式，本节将对闭式解方法参数估计性能进行分析。首先，对目标位置速度估计的无偏性进行分析。由于最终的目标位置和速度估计主要是由$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$的估计结果开方得到的，因此需要先得到$\boldsymbol{\theta}_2$的估计误差$\Delta\boldsymbol{\theta}_2$。将$\boldsymbol{\theta}_2=\hat{\boldsymbol{\theta}}_2+\Delta\boldsymbol{\theta}_2$代入式(32)，可以得到

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_2=(\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}^{-1}\boldsymbol{G}_2)^{-1}\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_2}-\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{c}_2) \tag{53}$$

其中，$\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{c}_2$分别是$\Delta\boldsymbol{\theta}_1$的一次项和二次项，$\boldsymbol{\mu}_{\epsilon_2}$是$\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{c}_2$的期望均值，因此可以得到$\mathbb{E}[\Delta\boldsymbol{\theta}_2]=0$，所以本文提出的闭式解是无偏估计。除此之外。还可以得到$\Delta\boldsymbol{\theta}_2$的协方差$\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_2}$：

$$\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_2}=(\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}^{-1}\boldsymbol{G}_2)^{-1} \tag{54}$$

由于目标位置$\boldsymbol{u}_1$和速度$\dot{\boldsymbol{u}}_1$与$\boldsymbol{\theta}_2$的关系为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{u}_1\odot\boldsymbol{u}_1&=[\boldsymbol{\theta}_2]_{1:3}\\\dot{\boldsymbol{u}}_1\odot\dot{\boldsymbol{u}}_1&=[\boldsymbol{\theta}_2]_{4:6}\end{aligned}\right\} \tag{55}$$

将$\boldsymbol{u}_1=\hat{\boldsymbol{u}}_1+\Delta\boldsymbol{u}_1$和$\dot{\boldsymbol{u}}_1=\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1+\Delta\dot{\boldsymbol{u}}_1$代入式(54)并忽略二阶误差，得到$\Delta\boldsymbol{\theta}_2$与$\Delta\boldsymbol{u}_1$, $\Delta\dot{\boldsymbol{u}}_1$的关系为

$$\left.\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{\theta}_2&=\boldsymbol{Y}[\Delta\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}},\Delta\dot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{Y}&=2\mathrm{diag}([\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{u}}_1^{\mathrm{T}}])\end{aligned}\right\} \tag{56}$$

也就是说，目标位置速度的最终估计的协方差为

$$\mathrm{Cov}([\boldsymbol{u}_1;\dot{\boldsymbol{u}}_1])=\boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{C}_{\Delta\boldsymbol{\theta}_2}\boldsymbol{Y}^{-\mathrm{T}} \tag{57}$$

当观测误差n, $\dot{n}$、距离偏差Δr和距离变化率偏差$\Delta\dot{r}$满足以下条件时，即

$$\left.\begin{aligned}&n_{i,j,k}/r_{i,j,k}\approx0,\dot{n}_{i,j,k}/\dot{r}_{i,j,k}\approx0\\&\Delta r_{i,1}^{t}/r_{i,j,1}\approx0,\Delta r_{j,1}^{s}/r_{i,j,1}\approx0\\&\Delta\dot{r}_{i,1}/\dot{r}_{i,j,1}\approx0,\Delta\dot{r}_{j,1}^{s}/\dot{r}_{i,j,1}\approx0\end{aligned}\right\} \tag{58}$$

将各协方差矩阵代入式(57)，此时矩阵$\boldsymbol{C}_{v_1}$, $\boldsymbol{C}_{v_2}$近似为0，可以忽略不计。因此，$\mathrm{Cov}([\boldsymbol{u}_1;\dot{\boldsymbol{u}}_1])$可以写为

$$\begin{aligned}\mathrm{Cov}([\boldsymbol{u}_1;\dot{\boldsymbol{u}}_1]) =&[\bar{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\eta}^{-1}\bar{\boldsymbol{G}}-\bar{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\gamma}^{-1}\bar{\boldsymbol{H}}_{\gamma}\\&(\bar{\boldsymbol{H}}_{\gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\eta}^{-1}\bar{\boldsymbol{H}}_{\gamma}+\boldsymbol{Q}_{\gamma}^{-1})^{-1}\bar{\boldsymbol{H}}_{\gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\eta}^{-1}\bar{\boldsymbol{G}}]^{-1}\end{aligned} \tag{59}$$

其中，$\bar{\boldsymbol{G}}=\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{Y}$, $\bar{\boldsymbol{H}}=\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{V}$。可以发现$\mathrm{Cov}([\boldsymbol{u}_1;\dot{\boldsymbol{u}}_1])$和$\mathrm{CRLB}(\boldsymbol{\theta}_1)$具有一致的形式，且在低误差水平条件下满足$\mathrm{Cov}([\boldsymbol{u}_1;\dot{\boldsymbol{u}}_1])\approx\mathrm{CRLB}(\boldsymbol{\theta}_1)$，即闭式解给出的目标位置和速度估计能够达到CRLB。

4.3 时间复杂度分析

本文提出的参数估计方法包括闭式解法和迭代优化方法，下面分别分析其时间复杂度。

闭式解法的时间复杂度主要来源于第一阶段伪线性方程的构建和求解过程。其中，矩阵$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}$构建过程中时间复杂度主要源于矩阵$\boldsymbol{C}_{v_1}$的构建，矩阵$\boldsymbol{C}_{v_1}$构建的时间复杂度为$O(M^4)$。矩阵$\boldsymbol{C}_{\epsilon_1}$的求逆过程的时间复杂度为$O(M^3)$。计算式(23)得到$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$的时间复杂度为$O(M^2)$。除此之外，闭式解第二阶段构建矩阵$\boldsymbol{G}_2$, $\boldsymbol{C}_{\epsilon_2}$的过程都是常数级别，相比于一阶段时间复杂度可以忽略不计。由于闭式解阶段，本文提出的算法只使用了第1和第K两个时刻的观测数据，因此可以认为$M=2N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}$，所以闭式算法的最终时间复杂度为$O((N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}})^4)$。

迭代优化过程计算$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\theta}_u}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_p$和$\rho_p$的时间复杂度分别都是$O(M^2)$，由于$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}$是对角矩阵，所以计算$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}$的时间复杂度为$O(M)$，所以单次迭代的时间复杂度为$O(M^2)$。假设最大迭代次数为$p_{\max}$，并且由于迭代优化过程使用了所有$K$个时刻的观测数据，即$M=KN_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}}$，因此优化迭代过程的时间复杂度为$O((KN_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}})^2p_{\max})$。

综上所述，本文提出的闭式解结合优化迭代的参数估计方法的总的时间复杂度为$O((N_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}})^4+(KN_{\mathrm{t}}N_{\mathrm{s}})^2p_{\max})$。

5 实验仿真

本文基于多时刻观测数据提出了一种两步策略结合的时频偏差和目标参数联合估计方法，并通过以下5组实验验证所提方法的优越性。第1组实验通过展示不同观测次数和不同观测时长条件下的目标参数估计的性能边界，进一步说明时频同步误差对目标参数估计性能的影响以及多时刻数据融合为参数估计性能带来的增益；第2组实验通过设置不同的测量误差水平，检验所提算法的稳定性和抗干扰能力；第3组实验通过设置不同的时频同步误差水平，检验所提算法的参数估计结果的精确性；第4组实验设置固定的时频同步误差水平并增加蒙特卡罗仿真次数，展示参数估计结果的分布情况并检验优化迭代过程的收敛性；第5组实验在某个坐标范围内随机设置发射机、接收机和目标的位置速度，以检验算法参数估计的鲁棒性。此外，为了说明提出算法的有效性，本文使用了Amiri等人[31]、Jabbari等人[35]、Song等人[39]提出的方法作为对比方法。考虑

本文提出的闭式解法和迭代优化方法都可以单独实现时频偏差和目标参数的联合估计，因此本文将展示“仅闭式解法”、“仅优化迭代法”和“两步策略结合方法”3种方法的参数估计结果，“仅优化迭代法”使用Song等人[39]提出算法的参数估计结果作为输入。

定位和测速估计的均方根误差定义为

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{RMSE}^2(\boldsymbol{u})&=\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\|[\hat{\boldsymbol{u}}_1]_l-\boldsymbol{u}_1\|^2\\ \mathrm{RMSE}^2(\dot{\boldsymbol{u}})&=\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\|[\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1]_l-\dot{\boldsymbol{u}}_1\|^2\end{aligned}\right\}\tag{60}$$

其中，$[\hat{\boldsymbol{u}}_1]_l$和$[\hat{\dot{\boldsymbol{u}}}_1]_l$代表第$l$次蒙特卡罗仿真目标的位置和速度估计值。

距离和距离变化率偏差估计的均方根误差定义为

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{RMSE}^2(\Delta r)&=\frac{1}{L(N_\mathrm{t}+N_\mathrm{s})}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i}^{N_\mathrm{t}}(\Delta\hat{r}_{i,1}^{t}-\Delta r_{i,1}^{t})\right.\\&\quad\left.+\sum_{j}^{N_\mathrm{s}}(\Delta\hat{r}_{j,1}^{s}-\Delta r_{j,1}^{s})\right]\\ \mathrm{RMSE}^2(\Delta\dot{r})&=\frac{1}{L(N_\mathrm{t}+N_\mathrm{s})}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i}^{N_\mathrm{t}}(\Delta\hat{\dot{r}}_{i,1}^{t}-\Delta\dot{r}_{i,1}^{t})\right.\\&\quad\left.+\sum_{j}^{N_\mathrm{s}}(\Delta\hat{\dot{r}}_{j,1}^{s}-\Delta\dot{r}_{j,1}^{s})\right]\end{aligned}\right\}\tag{61}$$

其中，$\Delta\hat{r}_l$和$\Delta\hat{\dot{r}}_l$分别代表第l次蒙特卡罗仿真的距离和距离变化率偏差估计值。

实验1设置了8台发射机($N_\mathrm{t}=8$)和8台接收机($N_\mathrm{s}=8$)。发射机和接收机的位置、速度如表1所示，其中$R_0=2000$ m。一个移动目标的初始坐标为$\boldsymbol{u}_1=[-350,-400,500]^\mathrm{T}$ m，初始速度为$\dot{\boldsymbol{u}}_1=[-40,35,25]^\mathrm{T}$ m/s。迭代优化部分的参数设置为：$\Delta_0=40$, $\zeta_1=0.25$, $\zeta_2=0.75$, $\lambda_1=0.25$, $\lambda_2=2$，且后续所有实验中迭代优化部分的参数设置与实验1一致。

测量误差协方差矩阵$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}$和时频同步误差协方差矩阵$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}$分别设置为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\eta}}&=\begin{bmatrix}\sigma_1^2\boldsymbol{I}_M, & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O}, & \left(\frac{\sigma_1}{10}\right)^2\boldsymbol{I}_M\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\gamma}}&=\begin{bmatrix}\left(\frac{\mathrm{c}\sigma_0}{10^9}\right)^2\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{t}+\boldsymbol{N}_\mathrm{s}}, & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O}, & \left(\frac{\mathrm{c}\sigma_0}{10f_\mathrm{c}}\right)^2\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{N}_\mathrm{t}+N_\mathrm{s}}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\tag{62}$$

其中，$\boldsymbol{O}$表示全o矩阵，σ_0表示时频同步误差水平，σ_1表示测量误差水平，σ_0和σ_1分别表征了时频同步精度和测量精度的大小。

实验1将展示两种不同观测条件下的目标参数估计性能边界。第1种观测条件是固定总的观测时长为4 s，观测次数K设置为1～8次；第2种观测条件是固定观测次数$K=4$次，总的观测时长设置为0.5～4.0 s，间隔0.5 s。除此之外，为了展示不同时频同步误差条件下，多数据融合处理带来的性能增益，该组实验的时频同步误差水平σ_0设置为110～

表 1 发射机和接收机位置速度表

Tab. 1 Positions and velocities of transmitters and receivers

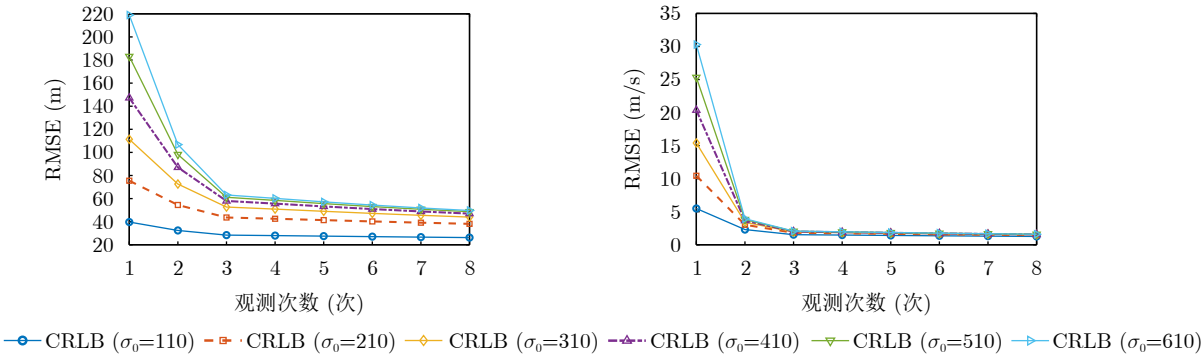
节点	$x_{i,0}^t$ (m)	$y_{i,0}^t$ (m)	$z_{i,0}^t$ (m)	$\dot{x}_{i,0}^t$ (m/s)	$\dot{y}_{i,0}^t$ (m/s)	$\dot{z}_{i,0}^t$ (m/s)
T_1	0	0	200	0	20	10
T_2	$R_0\cos(\pi/3)/2$	$-R_0$	350	–20	–40	40
T_3	R_0	$-R_0\cos(\pi/6)$	600	40	10	–20
T_4	$R_0\cos(\pi/4)$	$R_0/2$	50	–40	–20	–10
T_5	$-R_0$	$-R_0\cos(\pi/4)$	50	30	–10	30
T_6	$-R_0\cos(\pi/6)$	$-R_0/2$	350	50	–30	0
T_7	$R_0/2$	$R_0\cos(\pi/3)$	200	–10	0	–30
T_8	$-R_0/2$	R_0	600	10	40	20
S_1	$-R_0$	$-R_0/2$	600	–20	20	–20
S_2	$-R_0\cos(\pi/3)$	0	400	0	–30	30
S_3	$R_0/2$	$-R_0$	350	30	20	20
S_4	$-R_0/2$	$R_0/2$	50	10	0	40
S_5	$R_0\cos(\pi/6)$	$R_0\cos(\pi/4)$	600	–10	–10	–30
S_6	0	$-R_0\cos(\pi/3)$	400	40	20	–10
S_7	$-R_0\cos(\pi/4)$	$R_0\cos(\pi/6)$	50	30	–30	10
S_8	R_0	R_0	350	–40	10	0

610，间隔为100，测量误差水平σ_1设置为10。第1种观测条件下的目标参数估计性能边界如图3所示，第2种观测条件下的目标参数估计性能边界如图4所示。

根据实验1的结果，我们可以得出以下分析：在单次观测条件下，时频同步误差对目标参数估计性能有显著影响。从图3可以看出，随着时频同步误差σ_0不断增大，单次观测的位置和速度性能边界均出现明显恶化的情况，这是由于时频误差引入了额外的系统偏差，导致观测模型失真，从而影响了估计的准确性与可靠性。而在多次观测条件下，通过多数据融合处理，目标参数估计精度得到明显改善。随着观测次数的增加，位置和速度的估计性能边界逐渐收敛，说明多时刻数据的融合有效抑制了时频同步误差的影响，提升了估计的稳定性和精度。值得注意的是，当时频同步误差水平较高时(如$\sigma_0 = 610$)，增加观测次数所带来的性能改善更为显著。这说明在时频同步误差较大的情况下，多时刻数据融合具有更强的误差补偿能力，能够有效缓解系统偏差对估计结果的不利影响。此外，实验结果表明，在条件允许的情况下，适当延长总的观测时长也能够有效提升目标参数估计精度。在固定观测次数的条件下，随着总观测时长的增加，系统有更多机会获取目标的动态信息，从而提高了估计的准确度，尤其是在时频同步误差较大的场景下，延长观测时间与增加观测次数具有协同增强的效果。

实验2将展示算法性能随测量误差水平σ_1变化的情况。其中，测量误差水平σ_1设置为10～100，间隔为10，时频同步误差水平σ_0设置为450，观测次数$K = 2$，观测时间间隔$T_s = 2$ s，发射机、接收机和目标的位置速度与实验1保持一致。蒙特卡罗仿真实验次数为10000次。算法的定位和测速性能如图5所示，算法的时频偏差估计性能如图6所示。

对比方法中，文献[31]中的方法得到的参数误差较大且随测量误差变化起伏波动较大，说明在本实验条件下该方法性能下降严重。文献[35]的方法得到的参数估计误差随测量误差变化波动较小，说明该方法稳定性能较好，同样也说明在本组实验条件下，目标参数和时频偏差参数估计误差的主要来源是时频同步误差水平σ_0。文献[39]的方法得到的

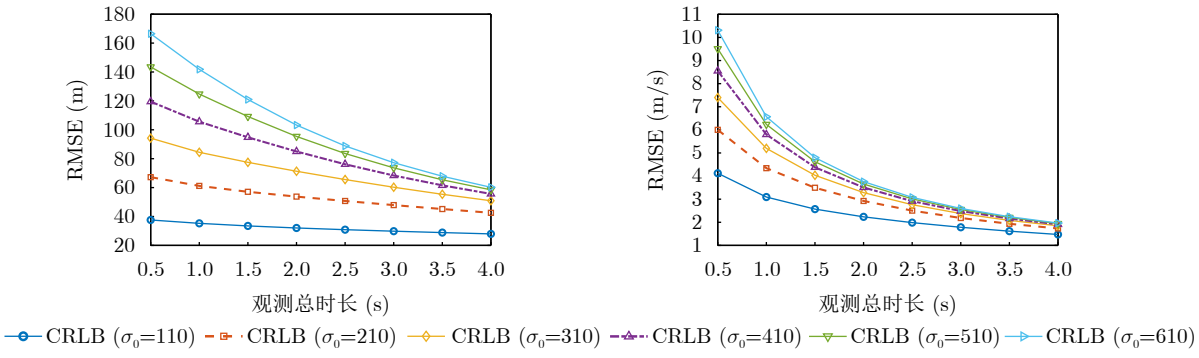


(a) 位置估计性能边界
(a) Position estimation performance bound

(b) 速度估计性能边界
(b) Velocity estimation performance bound

图 3 目标参数估计性能边界与观测次数的关系图

Fig. 3 Graph of target parameter estimation performance bound versus number of observations



(a) 位置估计性能边界
(a) Position estimation performance bound

(b) 速度估计性能边界
(b) Velocity estimation performance bound

图 4 目标参数估计性能边界与观测总时长的关系图

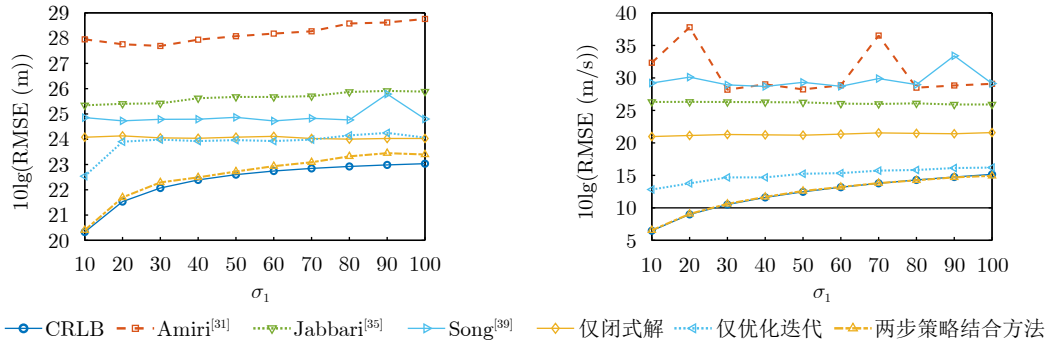
Fig. 4 Graph of target parameter estimation performance bound versus total observation duration

目标位置速度参数估计误差随测量误差变化波动较小，但是时频偏差估计误差随测量误差变化波动较大。本文提出的闭式解法在实验测量误差范围内表现非常稳定，在目标位置速度和时频偏差参数估计误差方面均优于其他对比的闭式解方法，展现了良好的稳定性和抗干扰能力。通过对比仅优化迭代方法和两步策略结合方法可以发现仅优化迭代方法的估计精度(尤其在目标位置速度方面)由于受到初始解的影响，性能稍逊于两步策略结合方法，同样地，也说明了本文提出的两步策略结合方法具有良好的稳定性和抗干扰能力。

实验3中，时频同步误差水平σ_0从10到610匀速增长，间隔为60。测量误差水平σ_1设置为10。观测次数$K=2$，观测时间间隔$T_s=2$ s。蒙特卡罗仿真实验次数为10000次。算法的定位和测速性能如图7所示，时频偏差估计性能如图8所示。

对比方法中，文献[31]、文献[35]的方法都存在较大的参数估计误差，这是因为这两种方法都没有考虑到发射机和接收机存在系统时频偏差。文献[39]中的方法在低误差水平条件下表现尚可，但是当误差水平超过某个界限时，其估计误差迅速上升，这可能是由于该方法建模时忽略了二阶误差项，导致其在高误差水平下误差急剧上升。本文提出的闭式解在误差水平较小情况下参数估计精度可以接近CRLB，验证了其在小误差水平条件下CRLB可达性。随着误差水平的不断增大，闭式解法的估计误差逐渐偏离CRLB，这可能是由于误差水平增大，误差项的整体分布不再近似于高斯分布，造成广义加权最小二乘估计的误差增大。尽管如此，本文提出的闭式解方法仍然能保持较稳定的性能，且在实验误差水平下均优于对比的闭式解方法，尤其是在目标的速度估计和频率偏差估计方面拥有巨大优势。通过对比有无迭代优化方法的参数估计结果可以发现，仅使用迭代优化方法在低水平误差条件下表现尚可，但由于初始输入精度不足，迭代优化过程容易陷入局部最优，其算法存在明显阈值效应，即性能在高水平同步误差条件下估计误差明显增大。相比之下，本文提出的两步策略结合方法通过闭式解提供高质量初始值，再通过迭代优化补偿非线性误差，有效克服了单一方法的局限性，实现了鲁棒、高效的高精度估计。

实验4中，时频同步误差水平σ_0设置为250，蒙

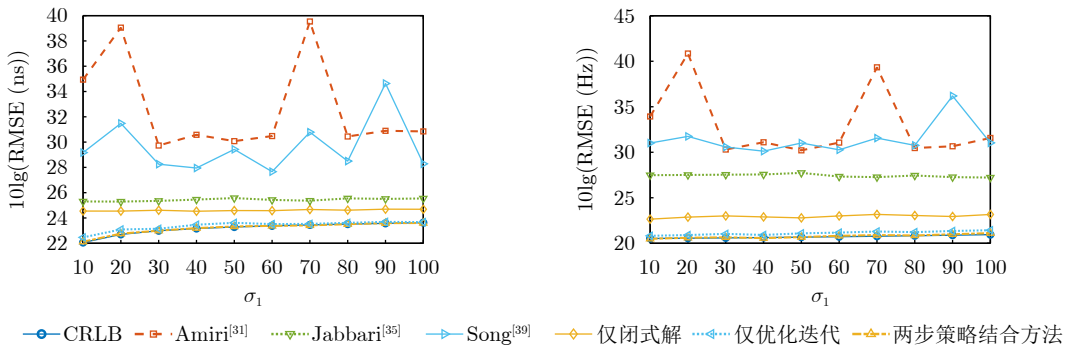


(a) 位置估计均方根误差和CRLB
(a) RMSEs of position estimates and CRLB

(b) 速度估计均方根误差和CRLB
(b) RMSEs of velocity estimates and CRLB

图 5 目标参数估计误差与测量误差水平的关系图

Fig. 5 Graph of target parameter estimation error versus measurement error level



(a) 时间偏差估计均方根误差和CRLB
(a) RMSEs of time offset estimates and CRLB

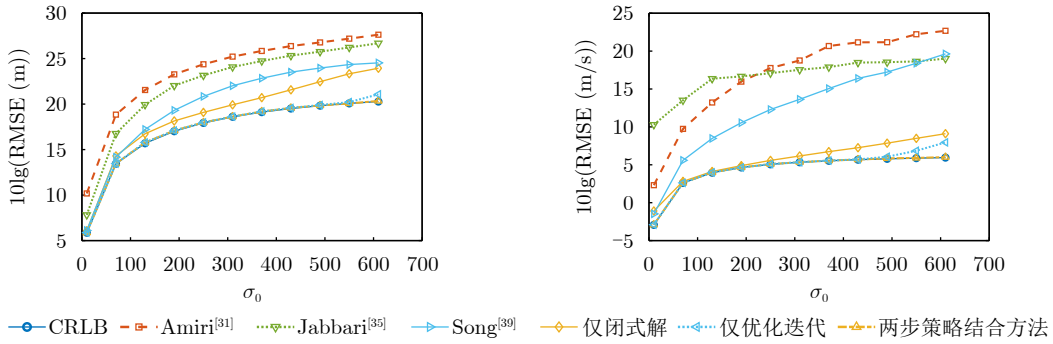
(b) 频率偏差估计均方根误差和CRLB
(b) RMSEs of frequency offset estimates and CRLB

图 6 时频参数估计误差与测量误差水平的关系图

Fig. 6 Graph of time-frequency parameter estimation error versus measurement error level

特卡罗仿真实验次数为10000次，其他参数设置与实验3保持一致。为了说明优化迭代方法的收敛性，本文展示了目标参数估计的分布以及相邻两次迭代过程中参数估计的差距。图9分别展示了目标位置、速度估计误差的概率累积分布情况。图10展示了在10000次仿真实验中迭代次数最多的一次实验，目标位置和速度参数在两次迭代估计结果之间的差距。概率累积分布图能够清晰反映误差落在某一区域内的概率，是评估算法统计稳定性的直接工具。从图9可以看出，仅优化迭代方法和两步策略组合方法的累积分布曲线几乎完全重合，且最为陡峭和靠近纵轴。这说明大部分实验的估计误差都集中在一个较小的范围内，说明迭代优化方法具有高稳定性和高精度的特点。同理，比较本文提出的闭式解和其他对比方法的概率累积分布图，本文提出的闭式解方法在目标参数估计方面也具有高稳定性和高精度的特点。图10展示的相邻两次迭代估计之间的差距曲线图是评估算法收敛性能的重要指标。从图中可以看出两种不同初始输入的迭代优化过程都展现了良好的收敛性，通常经过10～20次迭代后，相邻迭代差就降到较低水平，随后保持稳定状态，这说明算法已经收敛至稳定点。且由于两步策略结合方法拥有较好的初始输入，大大减少了参数空间搜索范围，因此两次迭代之间的差距更小，收敛速度也更快。总的来说，结果显示，在整个优化过程中，相邻迭代差并没有出现发散和剧烈震荡的情况，这说明本文在迭代过程中采用的基于信赖域迭代搜索的策略是有效的，保证了收敛过程的稳定性和可靠性。

实验5中，发射机、接收机和目标的位置速度参数在如表2所示的范围内均匀分布。其他参数设置与实验3保持一致。算法的定位和测试性能如图11所示，时频偏差估计性能如图12所示。从图11、图12中可以发现，文献[31,35]中的方法参数估计性能较差，不同之处在于文献[35]中的算法估计误差随误差水平增长的变化较小，比文献[31]算法展现了更高的鲁棒性。文献[39]中的算法估计误差在达到某个临界点后突然迅速上升，表现出明显的“阈值效应”，同时也说明在较高误差水平环境下，该方法对于传感器和目标空间几何分布的鲁

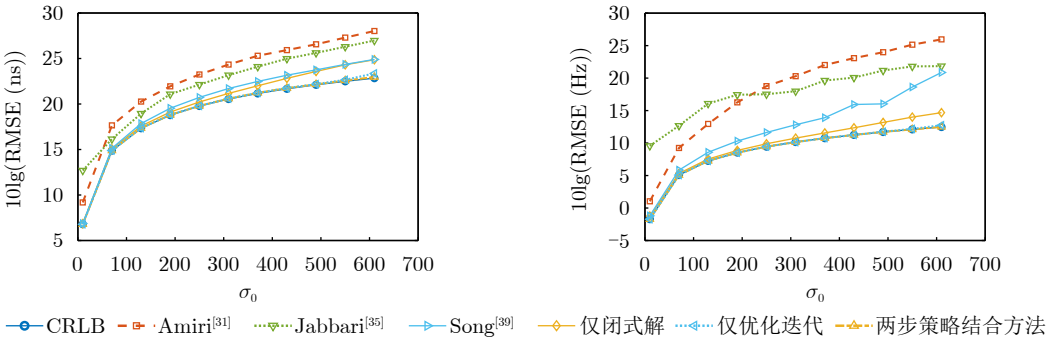


(a) 位置估计均方根误差和CRLB
(a) RMSEs of position estimates and CRLB

(b) 速度估计的均方根误差和CRLB
(b) RMSEs of velocity estimates and CRLB

图 7 目标参数估计误差与时频同步误差水平的关系图

Fig. 7 Graph of target parameter estimation error versus time-frequency synchronization error level

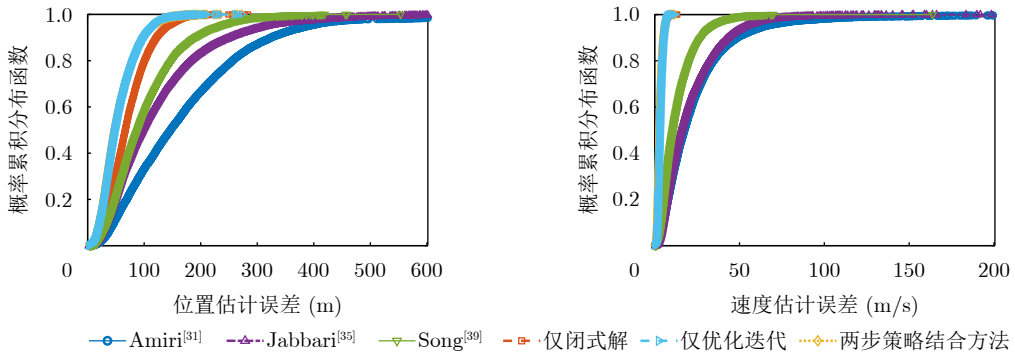


(a) 时间偏差估计均方根误差和CRLB
(a) RMSEs of time offset estimates and CRLB

(b) 频率偏差估计均方根误差和CRLB
(b) RMSEs of frequency offset estimates and CRLB

图 8 时频参数估计误差与时频同步误差水平的关系图

Fig. 8 Graph of time-frequency parameter estimation error versus time-frequency synchronization error level

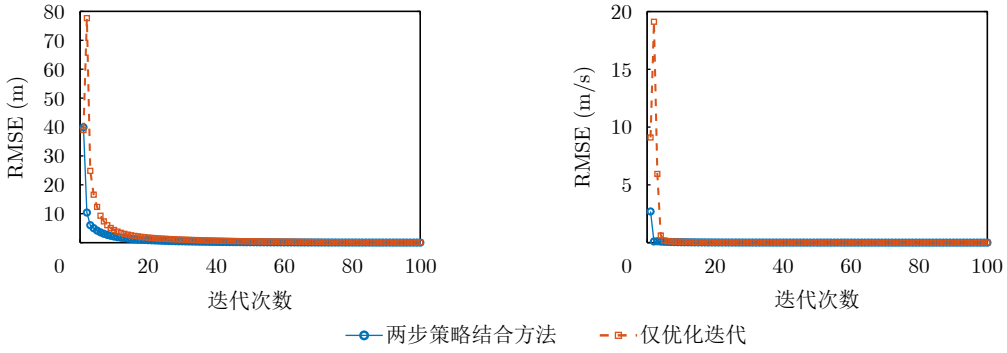


(a) 目标位置估计误差概率累积分布图
(a) Cumulative distribution graph of target position estimation error probability

(b) 目标速度估计误差概率累积分布图
(b) Cumulative distribution graph of target velocity estimation error probability

图 9 目标参数估计误差概率累积分布图

Fig. 9 Cumulative distribution graph of target parameter estimation error probability



(a) 目标位置收敛曲线
(a) Target position convergence curve

(b) 目标速度收敛曲线
(b) Target velocity convergence curve

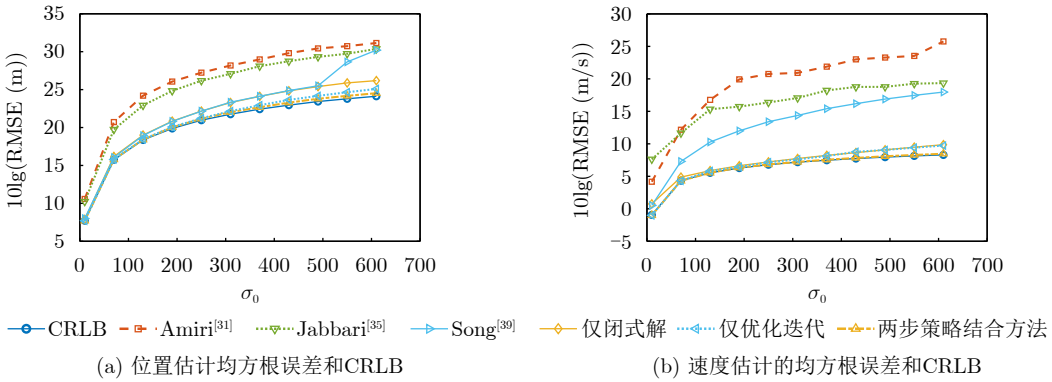
图 10 目标参数收敛曲线

Fig. 10 Target parameter convergence curve

表 2 雷达节点与目标位置速度参数设置

Tab. 2 Radar node and target position and velocity parameter settings

节点类型	边界类型	位置x,y (m)	位置z (m)	速度$\dot{x},\dot{y},\dot{z}$ (m/s)
雷达节点	下边界	$-R_0$	0	–20
	上边界	R_0	500	20
目标	下边界	$-R_0$	500	–20
	上边界	R_0	1000	20

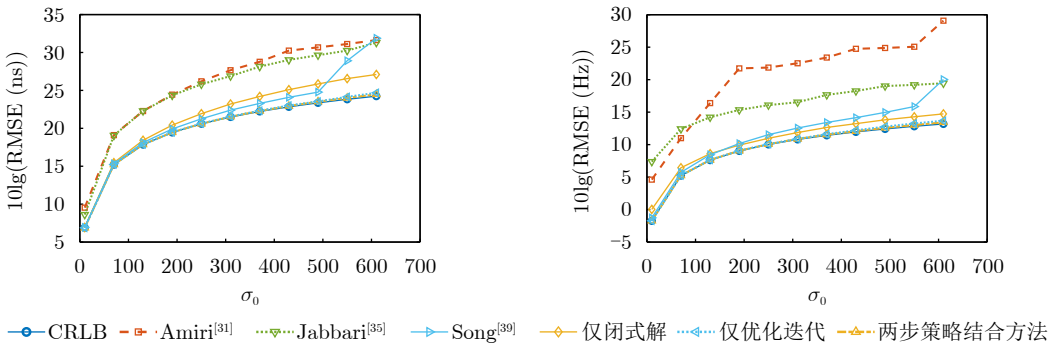


(a) 位置估计均方根误差和CRLB
(a) RMSEs of position estimates and CRLB

(b) 速度估计的均方根误差和CRLB
(b) RMSEs of velocity estimates and CRLB

图 11 雷达节点几何分布条件下目标参数估计误差

Fig. 11 Target parameter estimation error under geometric distribution of radar nodes



(a) 时间偏差估计均方根误差和CRLB
(a) RMSEs of time offset estimates and CRLB

(b) 频率偏差估计均方根误差和CRLB
(b) RMSEs of frequency offset estimates and CRLB

图 12 雷达节点几何分布条件下时频参数估计误差

Fig. 12 Time-frequency parameter estimation error under geometric distribution of radar nodes

棒性较差。本文提出的闭式解方法通过建模二阶误差项优化整体误差的均值和协方差结构，有效抑制了估计误差的快速增长，在实验误差水平范围内均保持稳定性能，未出现因空间几何分布导致的估计失效现象。相比于“仅闭式解”法和“仅迭代优化”方法，将二者结合的“两步策略结合”方法估计精度更高，随着误差水平增长更接近CRLB。综上所述，本组实验通过随机生成发射机、接收机和目标的位置速度进行实验，大量的仿真实验结果表明，本文提出的闭式解方法、迭代优化方法在不同布局下均能保持稳定的估计性能，未出现性能退化现象，验证了提出方法对于传感器和目标空间几何分布的鲁棒性。

除此之外，我们还记录了仿真实验中各个算法运行的时间数据以评估不同算法运行的时效性。表3展示的数据是通过10000次蒙特卡罗仿真的运行时间求平均得到的，运行算法的硬件设备为英特尔酷睿处理器i7-9750H 2.6 GHz。通过对比不同算法运行时间，可以发现文献[31,35,39]中提出的算法运行时间较短，原因在于这些方法没有充分考虑系统时频偏差以及使用多时刻数据求解，因此时间复杂度较低，但是代价就是精度较差，无法适应高误差水平环境。本文提出的闭式解方法时间复杂度主要来源于误差协方差矩阵的构建和求逆，通过增加计算复杂度换来了一定的精度优势。“两步策略结合”综合了闭式解和优化迭代两个阶段，虽然总运行时间最高，但其在各种误差水平条件下均能保持接近CRLB的估计精度，体现了精度与计算开销的平衡。

表 3　不同算法的CPU运行时间

Tab. 3　CPU running time of different algorithms

算法	平均单次运行时间(s)
Amiri[31]	0.0083
Jabbari[35]	0.0092
Song[39]	0.0061
仅闭式解	0.7260
仅迭代优化	0.3159
两步策略结合	0.9982

6　总结与展望

本文系统研究了分布式MIMO雷达在时频同步误差下的目标参数估计问题，提出了一种结合闭式解与迭代优化的两步估计策略。该方法通过多时刻观测数据增强信息量，克服了单时刻数据在时频偏差下的估计局限性。闭式解阶段通过伪线性建模与广义最小二乘实现高效初估；优化阶段则通过信赖域搜索进一步提升估计精度，尤其在高误差水平环境下表现优越。仿真结果表明，所提方法在位置、速度及时频偏差估计方面均优于现有方法，且具有良好的收敛性与鲁棒性。该研究为分布式雷达系统在非理想同步条件下的高精度目标定位提供了有效解决方案，具有重要的理论价值与实际应用前景。

展望未来工作，后续研究仍然有许多富有挑战性的方向值得深入探索：

(1)扩展应用场景。当前研究聚焦单目标场景，后续研究可致力于探索多目标场景下的参数估计问题，由于存在时频同步误差，许多数据依赖于可靠时延或者多普勒测量进行数据关联的方法性能会受到明显的影响，如何解决非理想同步条件下数据关联问题是解决多目标场景参数估计问题的关键一步。

(2) 深化系统模型。本文假设目标在观测时间内为匀速运动，且频率偏差在观测期内保持不变。未来可以进一步研究更复杂的目标运动模型和时频偏差模型，以便更真实地反映实际中的目标运动情况和时频同步情况。

(3) 优化算法效率。尽管本文方法在精度上表现优异，但是其计算复杂度仍然有优化空间，探索更简化与高效的优化策略，降低计算开销，提升算法实时性同样也是一个极有实用价值的研究方向。

(4) 推进实测验证。目前该领域的大量研究尚处于理论推导和实验仿真阶段，未来的关键一步是如何利用真实的分布式MIMO雷达系统获取实测数据进一步检验算法性能，推动该项技术从理论研究真正走向工程实践。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参 考 文 献

[1] FISHLER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, *et al*. Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823–838. doi: 10.1109/TSP.2005.862813.

[2] KRIEGER G. MIMO-SAR: Opportunities and pitfalls[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(5): 2628–2645. doi: 10.1109/TGRS.2013.2263934.

[3] WANG Wenqin. MIMO SAR OFDM chirp waveform diversity design with random matrix modulation[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(3): 1615–1625. doi: 10.1109/TGRS.2014.2346478.

[4] LIANG Yuanyuan, WEN Gongjian, ZHU Lingxiao, *et al*. Target detection performance of distributed MIMO radar systems under nonideal conditions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(2): 1951–1969. doi: 10.1109/TAES.2023.3344553.

[5] CHEN Ruilin, GUO Shisheng, CHEN Jiahui, *et al*. Low-complexity multitarget detection and localization method for distributed MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Radar Systems*, 2025, 3: 599–614. doi: 10.1109/TRS.2025.3554198.

[6] MA Cong, CAO Fengting, YANG Yue, *et al*. Distributed microwave photonic MIMO radar with accurate target position estimation[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2023, 71(4): 1711–1719. doi: 10.1109/TMTT.2022.3218287.

[7] ZHANG Guoxin, YI Wei, VARSHNEY P K, *et al*. Direct target localization with quantized measurements in noncoherent distributed MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 5103618. doi: 10.1109/TGRS.2023.3267499.

[8] AMIRI R, KAZEMI S A R, BEHNIA F, *et al*. Efficient elliptic localization in the presence of antenna position uncertainties and clock parameter imperfections[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(10): 9797–9805. doi: 10.1109/TVT.2019.2933406.

[9] KAZEMI S A R, AMIRI R, and BEHNIA F. Efficient joint localization and synchronization in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 1200–1204. doi: 10.1109/LSP.2020.3007033.

[10] LUO Shuai, WANG Yuexian, WANG Ling, *et al*. Direction finding for bistatic MIMO radar using a sparse moving array with sensor position errors[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, 11(9): 1840–1844. doi: 10.1109/LWC.2022.3184114.

[11] BAR-SHALOM O and WEISS A J. Direct positioning of stationary targets using MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(10): 2345–2358. doi: 10.1016/j.sigpro.2011.04.019.

[12] HE Qian, BLUM R S, and HAIMOVICH A M. Noncoherent MIMO radar for location and velocity estimation: More antennas means better performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(7): 3661–3680. doi: 10.1109/TSP.2010.2044613.

[13] NIU Ruixin, BLUM R S, VARSHNEY P K, *et al*. Target localization and tracking in noncoherent multiple-input multiple-output radar systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(2): 1466–1489. doi: 10.1109/TAES.2012.6178073.

[14] WEISS A J. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2513–2521. doi: 10.1109/TSP.2011.2128311.

[15] ALAMDARI E, BEHNIA F, and AMIRI R. Conical localization from angle measurements: An approximate convex solution[J]. *IEEE Sensors Letters*, 2022, 6(5): 7001404. doi: 10.1109/LSENS.2022.3163186.

[16] WANG Gang, XIANG Peng, and HO K C. Bias reduced semidefinite relaxation method for 3-D moving object localization using AOA[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(11): 7377–7392. doi: 10.1109/TWC.2023.3250420.

[17] SHI Zhanglei, WANG Hao, LEUNG C S, *et al*. Robust MIMO radar target localization based on Lagrange programming neural network[J]. *Signal Processing*, 2020, 174: 107574. doi: 10.1016/j.sigpro.2020.107574.

[18] SUN Ting, DONG Chunxi, MAO Yu, *et al*. Moving target localization in multiple-input multiple-output radar systems without the prior knowledge of measurement noise powers[J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(9): 1957–1960. doi: 10.1109/LCOMM.2020.3001950.

[19] SONG Haibo, WEN Gongjian, LIANG Yuanyuan, *et al*. Target localization and clock refinement in distributed MIMO radar systems with time synchronization errors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69:

3088–3103. doi: 10.1109/TSP.2021.3081038.

[20] ZHENG Zhi, ZHANG Hongwang, and WANG Wenqin. Target localization in distributed MIMO radars via improved semidefinite relaxation[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358(10): 5588–5598. doi: 10.1016/j.jfranklin.2021.04.035.

[21] SUN Bin, CHEN Haowen, WEI Xizhang, *et al*. Semidefinite relaxation method for target localization by MIMO radar using bistatic ranges[J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2014, 10(8): 1–6. doi: 10.1155/2014/984812.

[22] ZHENG Ruichao, WANG Gang, and HO K C. Accurate semidefinite relaxation method for elliptic localization with unknown transmitter position[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(4): 2746–2760. doi: 10.1109/TWC.2020.3044217.

[23] AMIRI R, BEHNIA F, and SADR M A M. Exact solution for elliptic localization in distributed MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(2): 1075–1086. doi: 10.1109/TVT.2017.2762631.

[24] AMIRI R, BEHNIA F, and MALEKI SADR M A. Positioning in MIMO radars based on constrained least squares estimation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(10): 2222–2225. doi: 10.1109/LCOMM.2017.2724541.

[25] QI Qinke, LI Youming, and GUO Qiang. A convex relaxation algorithm for source localization considering sensor motion in wireless sensor networks[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(6): 1867–1871. doi: 10.1109/LCOMM.2021.3062668.

[26] JIA Tianyi, HO K C, WANG Haiyan, *et al*. Effect of sensor motion on time delay and Doppler shift localization: Analysis and solution[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(22): 5881–5895. doi: 10.1109/TSP.2019.2946025.

[27] QI Hengnian, WU Xiaoping, XIONG Naixue, *et al*. A source prediction system for dynamic networks based on TDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2021, 8(3): 2388–2401. doi: 10.1109/TNSE.2021.3092175.

[28] MENG Xiangpei, LI Youming, WU Zhenqian, *et al*. A semidefinite relaxation approach for mobile target localization based on TOA and Doppler frequency shift measurements[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(14): 16051–16057. doi: 10.1109/JSEN.2023.3272565.

[29] HO K C and XU Wenwei. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2453–2463. doi: 10.1109/TSP.2004.831921.

[30] YANG H and CHUN J. An improved algebraic solution for moving target localization in noncoherent MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(1): 258–270. doi: 10.1109/TSP.2015.2477803.

[31] AMIRI R, BEHNIA F, and MALEKI SADR M A. Efficient positioning in MIMO radars with widely separated antennas[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(7): 1569–1572. doi: 10.1109/LCOMM.2017.2688373.

[32] NOROOZI A, AMIRI R, NAYEBI M M, *et al*. Efficient closed-form solution for moving target localization in MIMO radars with minimum number of antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 2545–2557. doi: 10.1109/TSP.2020.2986163.

[33] KAZEMI S A R, AMIRI R, and BEHNIA F. Efficient closed-form solution for 3-D hybrid localization in multistatic radars[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 3886–3895. doi: 10.1109/TAES.2021.3082664.

[34] NOROOZI A, SEBT M A, HOSSEINI S M, *et al*. Closed-form solution for elliptic localization in distributed MIMO radar systems with minimum number of sensors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(4): 3123–3133. doi: 10.1109/TAES.2020.2965668.

[35] JABBARI M R, TABAN M R, and GAZOR S. A robust TSWLS localization of moving target in widely separated MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(2): 897–906. doi: 10.1109/TAES.2022.3194112.

[36] WU Xiaoping, MAO Xiaoting, and QI Hengnian. Semidefinite relaxation for moving target localization in asynchronous MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2024, 72(2): 1075–1089. doi: 10.1109/TCOMM.2023.3326492.

[37] ZHANG Yang and HO K C. Multistatic moving object localization by a moving transmitter of unknown location and offset[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 4438–4453. doi: 10.1109/TSP.2020.3008752.

[38] ZHENG Ruichao, WANG Gang, HO K C, *et al*. Semidefinite relaxation method for moving object localization using a stationary transmitter at unknown position[C]. ICASSP 2022 - 2022 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Singapore, Singapore, 2022: 5128–5132. doi: 10.1109/ICASSP43922.2022.9746393.

[39] SONG Haibo, YUAN Fu, WANG Jie, *et al*. An algebraic solution for moving target localization in distributed MIMO radar systems with clock synchronization errors[C]. Proceedings Volume 13091, Fifteenth International Conference on Signal Processing Systems (ICSPS 2023), Xi'an, China, 2023. doi: 10.1117/12.3023350.

作 者 简 介

周恩吉，硕士生，主要研究方向为分布式雷达目标参数估计。

文贡坚，博士，教授，主要研究方向为雷达信号处理、目标检测和参数估计理论、多源图像目标识别与测量等。

宋海波，博士，讲师，主要研究方向为雷达信号处理、目标检测和参数估计理论。

陶思瑜，硕士生，主要研究方向为分布式雷达目标参数估计。

陈柏龄，博士生，主要研究方向为分布式雷达目标参数估计。

(责任编辑：于青)