基于时频参数估计的单星多雷达辐射源合成孔径无源定位方法

张顺生*① 蔡子涵① 刘永旭②
①(电子科技大学电子科学技术研究院 成都 611731)
②(电子信息控制重点实验室 成都 610036)

摘要：基于合成孔径的无源定位方法具有高的定位精度，但对多个发射线性调频信号的雷达辐射源，由于难以分辨多个在时域和频域均混叠的信号，这会引起信号的相位重叠，导致其定位性能显著下降。针对这个问题，该文提出了一种基于时频参数估计的单星多雷达辐射源合成孔径无源定位方法。首先，构建了多个发射线性调频信号的雷达辐射源信号模型，采用短时傅里叶变换(STFT)与DBSCAN联合估计多个雷达辐射源信号的时频参数，通过STFT结合粗估计与精估计的搜索方式实现方位调频率的快速估计，最终通过距离和方位两维聚焦实现多个雷达辐射源的准确定位。在此基础上，推导了该文所提方法的克拉美罗下界(CRLB)。实验结果表明：与改进实值空时子空间数据融合的直接定位法相比，所提方法在信噪比–10 dB下定位精度提高了约10 km；与基于CLEAN的合成孔径多源定位方法相比，所提方法运算时间缩短一半。

关键词：单星合成孔径定位；多雷达辐射源；时频混叠；时频参数估计；短时傅里叶变换-基于密度聚类

中图分类号：TN958 **文献标识码**：A **文章编号**：2095-283X(2025)x-0001-10

DOI: 10.12000/JR25165 **CSTR**: 32380.14.JR25165

引用格式：张顺生, 蔡子涵, 刘永旭. 基于时频参数估计的单星多雷达辐射源合成孔径无源定位方法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR25165.

Reference format: ZHANG Shunsheng, CAI Zihan, and LIU Yongxu. Synthetic aperture passive localization of a single-satellite multi-radar emitter via time-frequency parameter estimation[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR25165.

Synthetic Aperture Passive Localization of a Single-satellite Multi-radar Emitter via Time-frequency Parameter Estimation

ZHANG Shunsheng*① CAI Zihan① LIU Yongxu②
①(*Research Institute of Electronic Science and Technology, University of Science and Technology of China, Chengdu* 611731, *China*)
②(*Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory, Chengdu* 610036, *China*)

Abstract: Passive localization methods based on synthetic aperture imaging offer high positioning accuracy. However, in scenarios involving multiple radar emitters transmitting Linear Frequency-Modulated (LFM) signals, distinguishing signals that are overlapped in the time and frequency domains can be challenging. This phenomenon, known as phase overlap, results in a significant degradation of localization performance. To address this issue, the present paper proposes a single-satellite multi-radar-emitter passive localization method based on synthetic aperture imaging using time-frequency parameter estimation. First, a signal model for multiple radar emitters transmitting LFM signals is constructed. The time-frequency parameters of the multiple radar emitter signals are estimated concurrently via a combination of Short-Time Fourier Transform (STFT)

收稿日期：2025-09-03；改回日期：2025-11-07；网络出版：2025-12-11
*通信作者： 张顺生，zhangss@uestc.edu.cn *Corresponding Author: ZHANG Shunsheng, zhangss@uestc.edu.cn
基金项目：国家部委基金
Foundation Item: The National Ministries Foundation
责任主编：孙光才 Corresponding Editor: SUN Guangcai

and DBSCAN. A rapid approximation of the azimuth chirp rate is attained through a coarse-to-fine search strategy founded upon the use of the STFT. The accurate localization of multiple radar emitters is ultimately realized through the implementation of two-dimensional focusing in the range and azimuth dimensions. The Cramer-Rao lower bound of the proposed method is derived on this basis. The experimental findings demonstrate that the proposed method enhances the localization accuracy by approximately 10 km at a signal-to-noise ratio of −10 dB, in comparison with the enhanced real-valued space-time subspace data fusion-based direct positioning method. Moreover, it reduces the computational time by half relative to the CLEAN-based synthetic aperture multi-source localization approach.

Key words: Single-satellite synthetic aperture passive localization; Multi-radar emitters; Time-frequency aliasing; Time-frequency parameter estimation; STFT-DBSCAN

1 引言

在非合作或对抗环境中，对高价值辐射源的高精度定位与跟踪，已成为技术探索与研究的焦点议题[1,2]。由于卫星侦察平台不受领空和领海限制，星载无源定位系统的应用受到广泛的关注。与多星定位系统相比，单星定位系统部署简单，且无须多个观测平台即可获得辐射源的位置信息，因此具有更高的效费比和灵活性。

传统单星定位主要包括基于多普勒效应的单星无源定位方法和基于角度测量的单星无源定位方法，前者是利用卫星和辐射源之间相对运动产生的多普勒频率来构建定位模型，后者通过测量目标的方位角和俯仰角来建立定位方程。

针对基于多普勒效应的单星定位，文献[3]在补偿多普勒频率二阶导数的基础上，提出了一种精确估计多普勒变化率的方法，提升了多普勒参数的估计精度，实现了单星对辐射源的高精度定位。文献[4]结合多普勒频率与多普勒变化率，提出了一种改进的有约束的不敏卡尔曼滤波方法，实现了单星、单航过、短持续时间辐射源的被动定位。文献[5]提出了一种基于网格搜索与泰勒展开迭代相结合的定位方法，实现了星下点两侧附近辐射源的准确定位。针对基于角度测量的单星定位，文献[6]提出了一种基于准确状态预测模型的仅测角单星无源定轨跟踪方法。虽然这种方法的定轨精度高，但算法的收敛时间需要几百秒以上。文献[7]提出了一种使用双通道干涉仪旋转阵列测量相位差变化率的单星定位方法，实现了对地面辐射源的快速准确定位。

无论基于多普勒效应的单星无源定位方法还是基于角度测量的单星无源定位方法，这些无源定位方法都需要估计定位参数，因此不可避免会出现估计误差并影响定位性能。针对传统定位方法存在的不足，文献[8]提出单站直接定位方法(Direct Position Determination, DPD)。该方法无须估计定位参数，直接对原始信号处理，利用信号中隐藏的目标位置信息，构建仅与目标位置有关的代价函数，通过二维搜索完成辐射源定位。针对低信噪比条件下单星定位精度和分辨率不足的问题，文献[9]提出了一种改进实值空时子空间数据融合的直接定位法，实现了对地表多辐射源的直接定位。文献[10]将多重信号分类方法MUSIC (Multiple Signal Classification)-DPD与地球表面约束结合实现单星直接定位，并通过仿真验证了其定位误差显著低于基于单星测向的定位误差。

单星直接定位技术相较于传统单星定位方法在精度上有所提升，然而其定位代价函数缺少多普勒频率信息，定位性能会受到一定的影响。此外，该方法依赖非相干累积实现高分辨定位，但在低信噪比条件下定位精度显著下降。为克服上述缺陷，学者提出了基于合成孔径技术的改进方案。文献[11]提出一种基于合成孔径的宽带信号成像无源定位方法。从原始信号中构造参考信号进行脉冲压缩，构造不同距离的方位角聚焦函数，通过搜索距离-方位角获取定位成像结果。文献[12]将被动合成孔径引入单星无源定位，通过距离和方位两维聚焦提取距离向调频率和零多普勒时刻，构建定位方程求解辐射源的位置坐标。与直接定位方法相比，该方法通过合成孔径处理能够获得更高的瞬时信噪比与定位精度。针对二进制频移键控(Frequency Shift Keying, 2FSK)信号，文献[13]提出了一种基于方位调频率等值线的长合成孔径被动定位方法。利用方位角聚焦法精确估计方位调频率并构造等值线函数，通过等值线交点确定辐射源位置。文献[14]进一步结合角度估计与二维成像技术实现辐射源定位，文献[15]提出了双平面长合成孔径被动定位方法，基于最小熵准则得到双平面方位调频率估计，建立融合双方位调频率定位等值线函数，等值线交会点为辐射源位置。文献[16]构建了基于合成孔径的高精度无源定位系统，融合单运动天线与极大似然估计算法优化代价函数实现辐射源定位。针对单个未知的宽带信号，然而，上述合成孔径无源定位

方法均假设单辐射源场景，未考虑多信号混叠的复杂电磁环境。在实际应用中，单星平台可能接收多个时域和频域均混叠的线性调频信号，若采用文献[11]中的方法从原始数据中选取参考信号并进行脉冲压缩，这会导致出现虚假峰值且引入交叉干扰，进而造成虚假定位。文献[17]提出了一种基于CLEAN的合成孔径多源定位方法，解决多MPSK调制辐射源定位问题，但该方法仅限于解决单频信号。文献[18]提出了一种基于基于霍夫的多停留检测(Multiple-Stay Detector HOUGH, MSD-HOUGH)的星载多信号无源定位方法，在Hough域设置一个多停留检测器抑制多普勒维的伪峰值，建立多普勒合成孔径定位代价函数解决多源定位。

针对此问题，本文提出了一种基于时频参数估计的单星多雷达辐射源合成孔径无源定位方法。首先，构建了多辐射源接收信号模型，引入短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transform, STFT)与基于密度聚类(Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise, DBSCAN)联合估计出雷达辐射源信号的时频参数。其次，利用估计的雷达辐射源信号参数构建距离维参考函数，依次与接收信号进行匹配滤波完成距离维聚焦。随后构建方位匹配滤波器，基于最小熵准则得到准确的方位调频率估计并完成多普勒维聚焦。最后建立融合多普勒频率和方位调频率的目标定位等值线函数，两线交点即为辐射源位置。

2　多雷达辐射源信号模型

基于合成孔径的单星无源定位场景示意图如图1所示。

卫星以速度v平行于地球表面做匀速直线运动，卫星从A飞到B并接收第n个雷达辐射源P_n发射的信号，β_n, R_{0n}表示卫星与第n个雷达辐射源的斜视角和中心斜距。第n个雷达辐射源发射信号的脉冲重复周期为T_{rn}，用$t_{\mathrm{m}}=mT_{rn}$表示慢时间。根据几何关系，卫星到第n个雷达辐射源的瞬时斜距$R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)$可以表示为

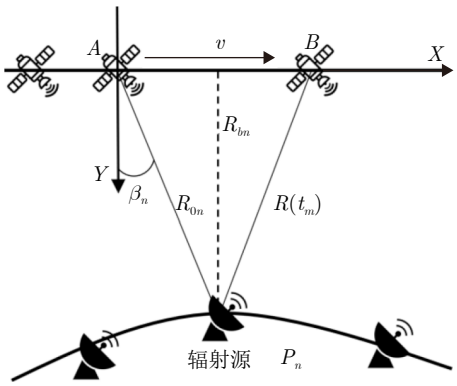


图 1 基于合成孔径的单星无源定位场景

Fig. 1 Single-satellite passive localization scenario based on synthetic aperture

$$R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)=\sqrt{R_{0n}+\left(vt_{\mathrm{m}}\right)^2-2R_{0n}vt_{\mathrm{m}}\sin\beta_n} \tag{1}$$

在$t_{\mathrm{m}}=0$时刻进行泰勒展开，保留二次项以上参数，式(1)可改写为

$$R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)\approx R_{0n}-vt_{\mathrm{m}}\sin\beta_n+\frac{v^2\cos^2\beta_n}{2R_{0n}}t_{\mathrm{m}}^2 \tag{2}$$

设第n个雷达辐射源发射的信号为线性调频信号

$$s_n\left(t_{\mathrm{r}}\right)=\mathrm{rect}\left(\frac{t_{\mathrm{r}}}{T_{\mathrm{pn}}}\right)\exp\left(\mathrm{j}2\pi f_{cn}t_{\mathrm{r}}+\mathrm{j}\pi\gamma_{\mathrm{pn}}t_{\mathrm{r}}^2\right) \tag{3}$$

其中，$\mathrm{rect}\left(t\right)=\begin{cases}1, & |t|\le 1/2\\ 0, & |t|>1/2\end{cases}$，$f_{cn}$, T_{pn}和γ_{pn}分别为第n个雷达辐射源的载频、脉冲宽度和距离向调频率。利用合成孔径雷达原理，整个观测时间可以分为快时间t_{r}和慢时间t_{m}。则卫星接收n个雷达辐射源的信号可以表示为

$$\begin{aligned}s\left(t_{\mathrm{r}},t_{\mathrm{m}}\right)=&\sum_{i=n}^{N}\mathrm{rect}\left(\frac{t_{\mathrm{r}}-\dfrac{R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)}{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{pn}}}\right)\\&\cdot\exp\left\{\mathrm{j}2\pi\left[f_{cn}\left(t_{\mathrm{r}}-\frac{R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)}{\mathrm{c}}\right)\right.\right.\\&\left.\left.+\frac{\gamma_{\mathrm{pn}}}{2}\left(t_{\mathrm{r}}-\frac{R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)}{\mathrm{c}}\right)^2\right]\right\}\end{aligned} \tag{4}$$

其中，c为电磁波传播速度。

3　存在问题分析

假设接收3个雷达辐射源信号$s\left(t\right)=s_1\left(t\right)+s_2\left(t\right)+s_3\left(t\right)$，在时域和频域混叠在一起。

对时频混叠信号进行自相关运算：

$$R_{xx}=\int_{-\infty}^{\infty}s\left(t\right)s^*\left(t-\tau\right)\mathrm{d}t \tag{5}$$

可以得到

$$\begin{aligned}R_{xx}\left(\tau\right)&=R_{11}\left(\tau\right)+R_{22}\left(\tau\right)+R_{33}\left(\tau\right)\\&=+R_{12}\left(\tau\right)+R_{13}\left(\tau\right)+R_{21}\left(\tau\right)\\&=+R_{23}\left(\tau\right)+R_{31}\left(\tau\right)+R_{32}\left(\tau\right)\end{aligned} \tag{6}$$

其中，$R_{11}\left(\tau\right)$, $R_{22}\left(\tau\right)$, $R_{33}\left(\tau\right)$是各个信号与自己自相关的结果，其余项为交叉项。

在$\tau=0$时，会产生$s_{\mathrm{sum}}(\tau)=R_{11}\left(\tau\right)+R_{22}\left(\tau\right)+R_{33}\left(\tau\right)$ 3个信号合成的新的信号：

$$\begin{aligned}&s_{\mathrm{sum}}(\tau)\\&=R_{11}\left(\tau\right)\exp\left(-\mathrm{j}2\pi R_1+\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}1}t_{\mathrm{m}}-\mathrm{j}\pi\kappa_{\mathrm{a}1}t_{\mathrm{m}}^2\right)\\&\quad+R_{22}\left(\tau\right)\exp\left(-\mathrm{j}2\pi R_2+\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}2}t_{\mathrm{m}}-\mathrm{j}\pi\kappa_{\mathrm{a}2}t_{\mathrm{m}}^2\right)\\&\quad+R_{33}\left(\tau\right)\exp\left(-\mathrm{j}2\pi R_3+\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}3}t_{\mathrm{m}}-\mathrm{j}\pi\kappa_{\mathrm{a}3}t_{\mathrm{m}}^2\right)\end{aligned} \tag{7}$$

此时对$s_{\mathrm{sum}}(\tau)$构建最小熵函数时$\hat{\kappa}_{\mathrm{a}}=\arg\min_{\kappa_{\mathrm{a}}}\mathcal{H}\left|\mathcal{F}\left\{S_{\kappa_{\mathrm{a}}n}\left(t_{\mathrm{r}},t_{\mathrm{m}}\right)\exp\left(\mathrm{j}\pi\kappa_{\mathrm{a}}t_{\mathrm{m}}^{2}\right)\right\}\right|$得出的$\hat{\kappa}_{\mathrm{a}}$不是其中某个信号$\hat{\kappa}_{\mathrm{a}}$。此时对得到的参数进行定位，就会得到错误的位置信息。

4 所提多雷达辐射源定位方法

4.1 联合短时傅里叶变换与DBSCAN的时频参数估计

针对多雷达辐射源信号在时域和频域混叠的问题，文献[11]从原始数据中选取参考信号并进行脉冲压缩，此时在0时刻产生了多个信号叠加的峰值，在后续定位算法中由于虚假峰值的重叠导致多普勒域相位重叠会引起其他参数估计精度导致定位不准。为此，本文提出联合短时傅里叶变换与DBSCAN的时频参数估计方法[19]。

首先，利用STFT对接收信号进行时频分析，如图2所示。由于不同辐射源信号的到达时间存在差异，在时频域中信号因到达时延不同而分离。随后，对图2的时频图进行灰度处理，对处理后的图像进行边缘提取，如图3所示，此时信号的时宽和带宽分别为直角坐标系下在x轴和y轴的投影。

在DBSCAN算法中，epsilon(邻域半径)和minPts(最小邻域点数)设置对信号时频参数的估计精度有重要影响。如图3所示，从图中可以看出数据点形成了6条密集的线段，其中两两平行的线段是其中一个信号的两侧边缘。minPts起始值一般设置为4，逐渐增加minPts，当minPts增加到6时点都归到一条直线。观察任意一条点带内部，找到距离最远的但仍属于同一簇的两个点之间的距离，这个距离为epsilon下限。观察任意两条点带之间最接近的两个点，估算它们之间的距离，这个距离为epsilon上限。本文根据计算的epsilon上下限，将其设置为4。

在得到二值化图像后对图像由式(8)使用DBSCAN找到领域点。

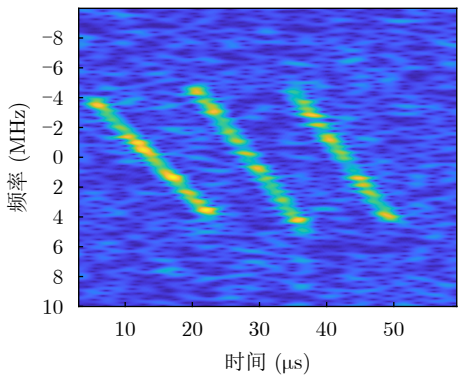


图 2 多LFM信号的时频分布

Fig. 2 Time-frequency distribution of multiple LFM signals

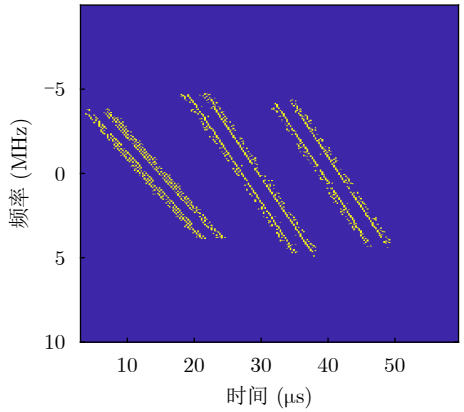


图 3 边缘提取

Fig. 3 Edge extraction

$$d(p_i,p_j)=\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}<\epsilon,\\ |\{p_j\mid d(p_i,p_j)<\epsilon\}|\geq\mathrm{minPts} \tag{8}$$

根据式(8)找到的邻域点拟合直线如式(9)所示其中，start与end为直线起始点。

$$\begin{bmatrix}x_1&1\\x_2&1\\\vdots&\vdots\\x_n&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_n\end{bmatrix},$$

$$\hat{a}=\frac{n\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2},\ \hat{b}=\frac{\sum y_i-\hat{a}\sum x_i}{n},,$$

$$\mathrm{start}=(x_{\min},\hat{a}y_{\min}+\hat{b}),\mathrm{end}=(x_{\max},\hat{a}y_{\max}+\hat{b}) \tag{9}$$

随后计算时宽带宽，如式(10)所示

$$\begin{cases}B_{Pn}=\left(y_{\mathrm{st}}-y_{\mathrm{ed}}\right)\Delta f\\T_{Pn}=\left(x_{\mathrm{st}}-x_{\mathrm{ed}}\right)\Delta\tau\end{cases} \tag{10}$$

其中，$\Delta f,\Delta\tau$为时频图中单位频率和单位时间。x_{st}和y_{st}为起始点横纵坐标，x_{ed}和y_{ed}为终止点横纵坐标。

为提升参数的估计精度，本文采用粗估计与精估计相结合的策略。首先，通过DBSCAN获取信号的初始参数，作为粗估计结果。随后，以粗估计值为中心构建搜索区间，利用距离维匹配滤波器进行遍历搜索，选择瞬时信噪比最大的参数作为精估计结果。

4.2 合成孔径定位

基于单个LFM信号的时频参数估计结果构造参考信号，通过距离维匹配滤波可得

$$S_{rn}\left(t_{\mathrm{r}},t_{\mathrm{m}}\right)=A_{pn}\mathrm{sinc}\left(\pi B_{pn}\left(t_{\mathrm{r}}-\frac{R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)}{\mathrm{c}}\right)\right)\\ \cdot\exp\left(-\mathrm{j}2\pi\frac{R_n\left(t_{\mathrm{m}}\right)}{\lambda}\right) \tag{11}$$

其中，A_{pn}为复幅度。将式(2)代入式(11)得到辐射源信号在时域的表达式：

$$S_{\kappa_a n}(t_r,t_m)=A_{pn}\mathrm{sinc}\left(\pi B_{pn}\left(t_r-\frac{R_n(t_m)}{c}\right)\right)\cdot\exp\left(-\mathrm{j}2\pi R_{0n}+\mathrm{j}2\pi f_d t_m-\mathrm{j}\pi\kappa_a t_m^2\right) \tag{12}$$

其中，$f_d=-\dfrac{v\sin\beta_n}{\lambda}$为多普勒频率，$\kappa_a=\dfrac{v^2\cos^2\beta_n}{\lambda R_{0n}}$为方位调频率。由式(12)可知：多普勒域信号近似为线性调频信号。为精确估计$\hat{\kappa}_a$，采用以下两步策略。(1)粗估计。利用STFT与DBSCAN变换联合估计$\hat{\kappa}_a$的初始范围。在3.1节方法可以得到信号时宽和带宽，因此可以获得信号调频率，在多普勒维即可获得方位调频率粗估计值，以粗估计值为遍历中心划分初始搜索范围。(2)精搜索。在初始范围内遍历搜索，采用最小熵准则实现方位维聚焦：

$$\hat{\kappa}_a=\arg\min_{\kappa_a}\mathcal{H}\left|\mathcal{F}\left\{S_{\kappa_a n}(t_r,t_m)\exp\left(\mathrm{j}\pi\kappa_a t_m^2\right)\right\}\right| \tag{13}$$

其中，$\mathcal{H}$表示图像熵，$\mathcal{F}$为傅里叶变换。当图像熵最小时，$\hat{\kappa}_a$接近真实值。此时，多普勒频率$\hat{f}_d$可通过式(14)估计：

$$\hat{f}_d=\frac{\mathrm{PRF}}{N_d}k+N_{am}\cdot\mathrm{PRF} \tag{14}$$

其中，PRF为脉冲重复频率，N_d为多普勒维采样点数，k为聚焦后的多普勒坐标，N_{am}为多普勒模糊数。其中，多普勒模糊数可以根据卫星导航设备提供的卫星速度、斜视角等信息粗估计载频f_{dc}，再利用侦察接收机通过信号分选估计的PRF计算得到：

$$\begin{cases}f_{dc}=N_{am}\mathrm{PRF}+f_{\mathrm{residual}}\\ N_{am}=\mathrm{round}\left(\dfrac{f_{dc}}{\mathrm{PRF}}\right)\end{cases} \tag{15}$$

其中，f_{residual}是PRF周期内的剩余频率，具体的PRF估计可参考文献[20]。

根据辐射源潜在位置划分经度和纬度网格，计算每个网格点的f_d与κ_a的理论值：

$$\begin{cases}f_d=\dfrac{2}{\lambda}(\boldsymbol{v}_s\cdot\boldsymbol{u}_g)\\ \kappa_a=\dfrac{2}{\lambda R}(\boldsymbol{a}_s\cdot\boldsymbol{u}_g)\end{cases} \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{u}_g$为网格点方向矢量，$\boldsymbol{v}_s$，$\boldsymbol{a}s$分别为卫星的速度和加速度矢量。于是，构造每个网格点的代价函数为

$$Q=\arg\min\left|\left\|f_d-\hat{f}_d\right\|+\left\|\kappa_a-\hat{\kappa}_a\right\|\right| \tag{17}$$

当Q最小时，搜索的网格点即为目标辐射源的地理位置。

4.3 多雷达辐射源合成孔径无源定位方法流程

综上，所提多雷达辐射源合成孔径无源定位流程如图4所示，包括时频参数估计和多辐射源定位两个阶段。时频参数估计采用联合短时傅里叶变换与DBSCAN获取信号的时宽与带宽，为距离维脉冲压缩提供了参考函数。多辐射源定位通过方位维聚焦得到方位调频率和多普勒频率，利用二者的等值线交点确定辐射源的位置。

5 算法分析

5.1 计算复杂度分析

本文所提方法的计算复杂度分为两个部分：时频参数估计和多辐射源定位。在时频参数估计中，短时傅里叶变换的运算量约为$O(NM\lg M)$，其中M为距离维每段信号长度，N为信号分段数；DBSCAN变换的运算次数为$O\left(N_{\mathrm{edge}}^2\right)$，其中$N_{\mathrm{edge}}$

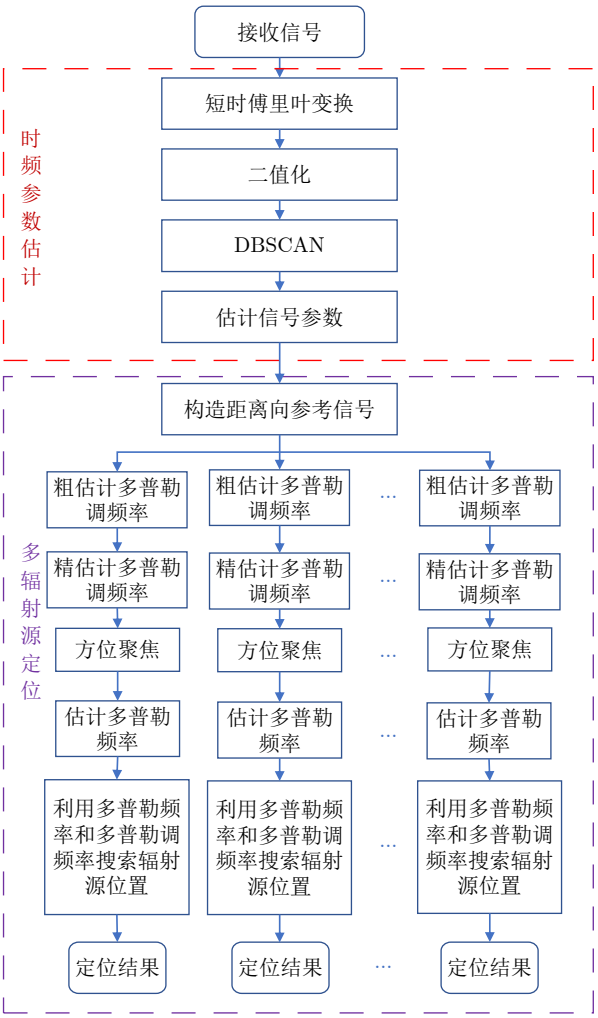


图 4 所提多雷达辐射源合成孔径无源定位流程

Fig. 4 The proposed synthetic aperture-based passive localization workflow for multi-radar emitters

为边缘点数。在多辐射源定位中，方位调频率的运算次数约为$O\left(\left(2N_{\mathrm{d}}+N_{\mathrm{d}}\lg N_{\mathrm{d}}\right)N_{\kappa_{\mathrm{a}}}\right)$，其中$N_{\kappa_{\mathrm{a}}}$为调频率估计的次数；若设置$L_N\times L_E$个网格，此时网格搜索的运算次数约为$O\left(L_N\times L_E\right)$，则辐射源定位的计算量约为

$$O\left(\begin{array}{l}NM\lg M+N_{\mathrm{edge}}^2\\+\left(2N_{\mathrm{d}}+N_{\mathrm{d}}\lg N_{\mathrm{d}}\right)N_{\kappa_{\mathrm{a}}}\\+L_NL_E\left(L_N\times L_E\right)\\+NM\lg M+N\lg N\end{array}\right)$$

根据基于CLEAN的合成孔径多源定位方法的实现流程，其计算量可表示为

$$O\left(\begin{array}{l}NM\lg M+N_{\mathrm{edge}}^2\\+\left(2N_{\mathrm{d}}+N_{\mathrm{d}}\lg N_{\mathrm{d}}\right)N_{\kappa_{\mathrm{a}}}\\+L_NL_E\left(L_N\times L_E\right)\\+\left(NM\lg M+N\lg N\right)N_{\mathrm{signal}}\end{array}\right)$$

其中，N_{signal}为辐射源个数。

为验证所提方法的运算效率，信号长度固定为2000点，设置两个运行时间对比实验：蒙特卡罗实验的次数为500次。

(1) 固定距离向采样点数、积累脉冲数及搜索范围4°×4°，则所提方法与文献[17]方法的运行时间随搜索分辨率的变化关系如图5所示。

(2) 固定距离向采样点数、积累脉冲数及搜索分辨率0.005°，则所提方法与文献[17]方法的运行时间随搜索范围的变化关系如图6所示。

可以看出：本文所提方法的平均运行时间优于基于CLEAN的合成孔径多源定位方法。

5.2 克拉美罗下界

本节推导高程已知(高程为0 km)情况下辐射源位置定位误差的克拉美罗下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)。

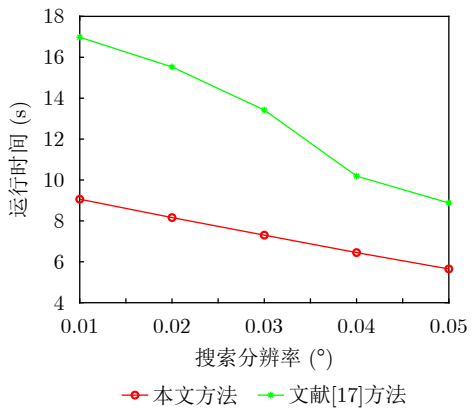


图 5 不同定位方法的运行时间与搜索分辨率的变化关系

Fig. 5 The relationship between the running time and search resolution of different positioning methods

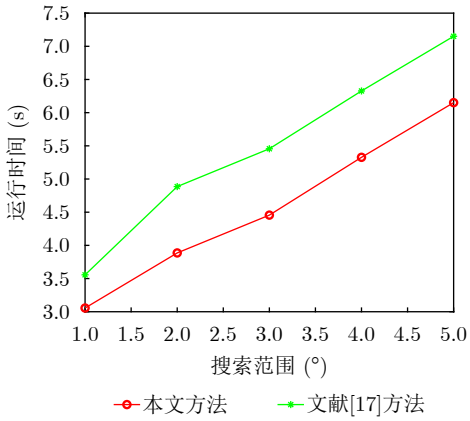


图 6 不同定位方法的运行时间与搜索范围的变化关系

Fig. 6 The relationship between the running time and search range of different positioning methods

FIM信息矩阵元素为

$$\boldsymbol{I}_{kl}=\frac{2}{\sigma^2}\mathrm{Re}\left\{\sum_{m=1}^{M}\frac{\partial\mu_m}{\partial\theta_k}\frac{\partial\mu_m^*}{\partial\theta_l}\right\},\quad\boldsymbol{\theta}=[B,L]^{\mathrm{T}}\tag{18}$$

其中，$\mu_m=A\exp(-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}t_{\mathrm{m}}-\mathrm{j}\pi\gamma_i t_{\mathrm{m}}^2)$，$A$为幅度。

计算关于(B,L)偏导数：

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mu_m}{\partial B}&=\mu_m\cdot\left(-\mathrm{j}2\pi t_{\mathrm{m}}\frac{\partial f_{\mathrm{d}}}{\partial B}-\mathrm{j}\pi t_{\mathrm{m}}^2\frac{\partial\kappa_{\mathrm{a}}}{\partial B}\right)\\\frac{\partial\mu_m}{\partial L}&=\mu_m\cdot\left(-\mathrm{j}2\pi t_{\mathrm{m}}\frac{\partial f_{\mathrm{d}}}{\partial L}-\mathrm{j}\pi t_{\mathrm{m}}^2\frac{\partial\kappa_{\mathrm{a}}}{\partial L}\right)\end{aligned}\tag{19}$$

$$\frac{\partial f_{\mathrm{d}}}{\partial B}=-\frac{2\|\boldsymbol{v}\|}{\lambda}\cos\beta\frac{\dfrac{\partial(\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v})}{\partial B}\|r\|-(\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v})\dfrac{\partial\|\boldsymbol{r}\|}{\partial B}}{\|\boldsymbol{r}\|^2\|\boldsymbol{v}\|\sin\beta}\tag{20}$$

$$\frac{\partial\kappa_{\mathrm{a}}}{\partial B}=\frac{2\|\boldsymbol{v}\|^2}{\lambda}\left[\frac{2\cos\beta(-\sin\beta)\dfrac{\partial\beta}{\partial B}\|\boldsymbol{r}\|-\cos^2\beta\dfrac{\partial\|\boldsymbol{r}\|}{\partial B}}{\|\boldsymbol{r}\|^2}\right]\tag{21}$$

得到

$$\boldsymbol{I}=\frac{2}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{m}\left[\begin{array}{cc}\dfrac{\partial\mu_m^2}{\partial B}&\dfrac{\partial\mu_m}{\partial L}\dfrac{\partial\mu_m}{\partial B}\\\dfrac{\partial\mu_m}{\partial B}\dfrac{\partial\mu_m}{\partial L}&\dfrac{\partial\mu_m^2}{\partial L}\end{array}\right]\tag{22}$$

最后

$$\mathrm{CRLB}=\boldsymbol{I}^{-1}\tag{23}$$

6 仿真分析

6.1 文献仿真以及结果描述

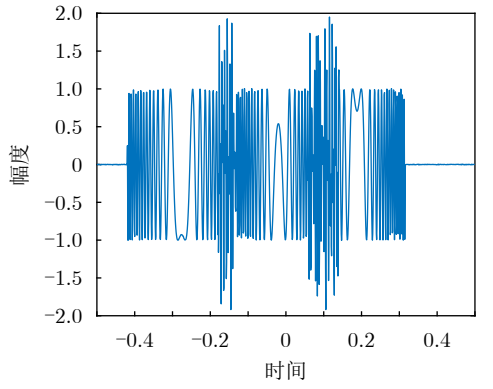
在3.1节中，多雷达辐射源信号在时域和频域混叠可图7所示，该图混叠3个不同时宽带宽的雷达辐射源信号，通过文献[11]处理结果如图8所示，其处理结果并不理想。

本文所提方法基于表1所示仿真参数(特殊说明除外)，通过多组实验验证所提方法的有效性及性能优势。辐射源位置和卫星轨迹数据由STK (Satellite Tool Kit)仿真软件产生。

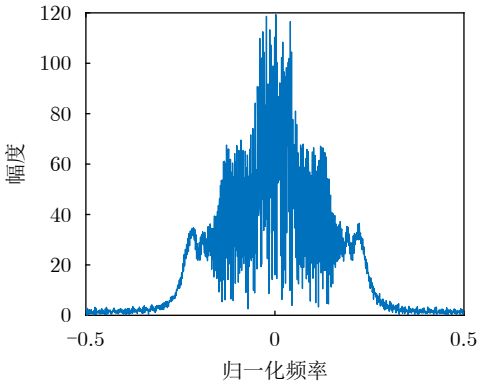
6.2 所提方法的有效性

当SNR为–10 dB时，针对时域和频域均混叠的3个雷达辐射源信号，利用短时傅里叶变换得到的结果如图9所示。可以看出：STFT能够清晰区分不同辐射源信号的时频特征。采用粗估计和精估计相结合的策略，得到不同辐射源信号的时宽和带宽的估计误差分别小于0.1 μs, 0.03 MHz。利用估计信号的时频参数构造参考信号对接收信号进行匹配滤波处理，对侦收信号处理如图10所示，该图为第1个信号脉压结果，可以看出：压缩后的主瓣宽度和旁瓣电平与理论值高度吻合，这表明所提参数估计方法的有效性。图11展示了在500次蒙特卡罗实验中采用本文所提方法得到的多辐射源平均定位结果，基本与实际辐射源的位置接近，验证了所提方法对多辐射源的有效分辨与定位能力。

当SNR为–10 dB时，针对时域和频域均混叠的2个雷达辐射源信号和1个BPSK信号(载频5 GHz，信号长度18 μs，3个辐射源位置与表1相同)，利用短时傅里叶变换得到的结果如图12所示。可以明显看出单频信号与线性调频信号的不同特征。图13展示了在500次蒙特卡罗实验中采用本文所提方法得到的多辐射源平均定位结果，基本与实际辐射源的



(a) 时域
(a) Time-domain



(b) 频域
(b) Frequency-domain

图 7 多雷达辐射源信号的时域与频域混叠图

Fig. 7 Time-domain and frequency-domain overlap of multi-radar radiation source signals

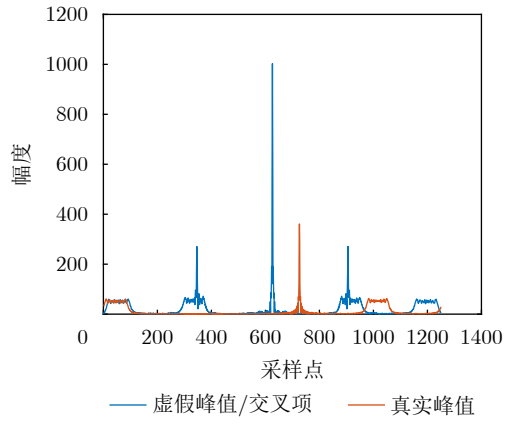


图 8 文献[11]的处理结果

Fig. 8 Processing results from Ref. [11]

表 1　实验参数

Tab. 1　Experimental parameters

参数	数值
卫星高度(km)	550
卫星速度(m/s)	7500
采样率(MHz)	20
辐射源位置	(120.250°, 24.456°, 0) (120.250°, 25.456°, 0) (121.250°, 24.456°, 0)
载频(GHz)	12
带宽(MHz)	8, 10, 9
脉冲持续时间(μs)	18, 17, 15
合成孔径时间(s)	1

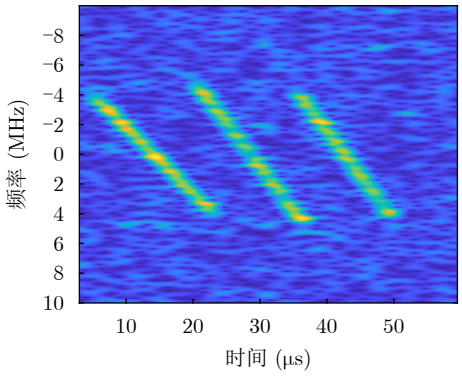


图 9 辐射源信号时频图

Fig. 9 Time-frequency distribution of target signal

位置接近，验证了所提方法对多辐射源的灵活性与定位能力。

6.3 信噪比对定位性能的影响

为分析不同信噪比条件下的定位性能，将所提方法与改进实值空时子空间数据融合的直接定位法[9]、基于CLEAN的合成孔径多源定位方法[17]进行对比。实验设置：信噪比范围为–10～0 dB。

采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来评估不同定位方法的性能：

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{M_c N_{\mathrm{um}}}\sum_{c=1}^{M_c}\sum_{n=1}^{N_{\mathrm{um}}}\left\|\hat{\boldsymbol{p}}_n^{(c)}-\boldsymbol{p}_n\right\|^2} \tag{24}$$

其中，$\hat{p}_n^{(c)}$表示第c次蒙特卡罗实验中第n个辐射源位置，N_{um}为单次实验中需估计的辐射源总数。图14展示了不同定位方法的RMSE随SNR的变化曲线，可以看出：所有方法的性能随SNR提升而改善。当SNR=–10 dB时，所提方法的RMSE约为2.4 km，显著低于改进实值空时子空间数据融合的直接定位法(13.2 km)，且与基于CLEAN的合成孔径多源定位方法性能接近。

7 结语

本文提出了一种基于时频分析的多雷达辐射源合成孔径无源定位方法。首先采用STFT-DBSCAN

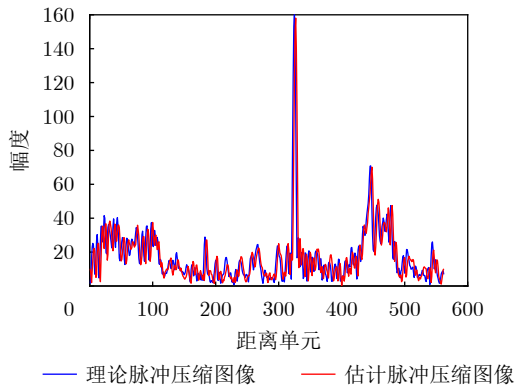


图 10 理论与实际的脉压结果对比图

Fig. 10 Comparison between theoretical pulse compression and practical application

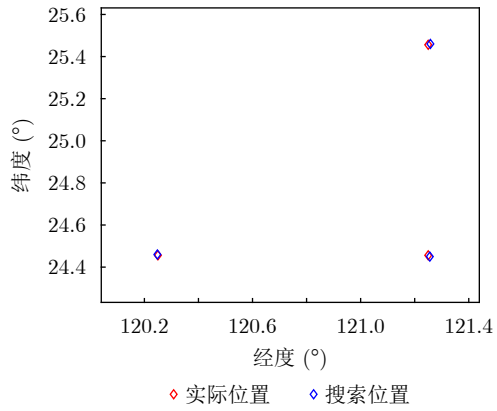


图 11 本文方法的定位结果

Fig. 11 Localization results using the proposed method

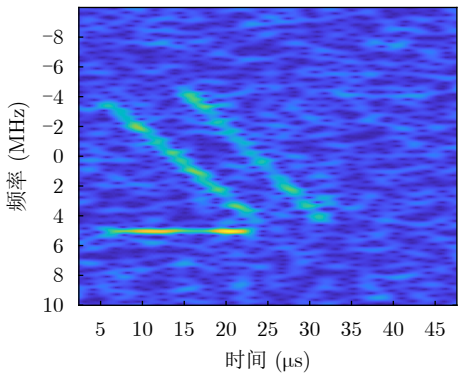


图 12 辐射源信号时频图

Fig. 12 Time-frequency distribution of different modulated emitter signals

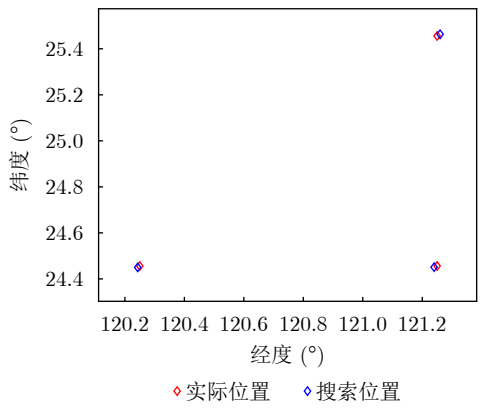


图 13 不同调制辐射源信号的定位结果

Fig. 13 Localization results of different modulated emitter signals

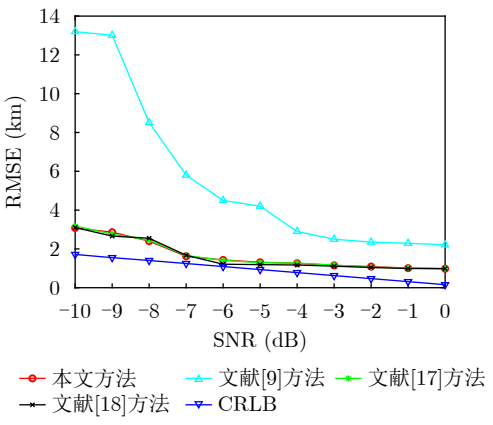


图 14 不同定位方法的RMSE随信噪比的变化关系

Fig. 14 Localization RMSE versus SNR using different methods

联合算法提取不同辐射源信号的时频参数(时宽、带宽)，然后通过距离维和多普勒域的两维聚焦估计方位调频率和多普勒频率。基于参数估计结果，构建多普勒频率与方位调频率的等值线模型，通过网格搜索确定等值线交点，实现多辐射源的位置解算。仿真结果表明：本文所提方法在定位精度上优于MUSIC-DPD和改进实值空时子空间数据融合的直接定位法，在运算效率上优于基于CLEAN的合成孔径多源定位方法。

本研究的核心贡献在于提出了一种面向静止多辐射源的合成孔径无源定位框架，并利用STK软件模拟的数据验证了所提算法的有效性。然而，所提方法仅适用于静止目标定位，实际应用中需考虑辐射源的运动状态。因此，面向运动目标的合成孔径无源定位是未来的研究方向。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参 考 文 献

[1] 马振洋, 周中华, 张帆, 等. 北斗三号仅用作追踪的机载设备适航要求分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50(4): 1162–1175. doi: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0452.
MA Zhenyang, ZHOU Zhonghua, ZHANG Fan, *et al*. Analysis of airworthiness requirements of Beidou-3 airborne equipment only used for tracking[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2024, 50(4): 1162–1175. doi: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0452.

[2] 刘清, 谢坚, 王伶, 等. 卫星导航欺骗式干扰源高精度直接定位方法[J]. 电子学报, 2022, 50(5): 1117–1122. doi: 10.12263/DZXB.20210527.
LIU Qing, XIE Jian, WANG Ling, *et al*. High precision direct position determination method for satellite navigation spoofing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2022, 50(5): 1117–1122. doi: 10.12263/DZXB.20210527.

[3] ZHU Yifan and ZHANG Shunsheng.Passive location based on an accurate Doppler measurement by single satellite[C]. 2017 IEEE Radar Conference (RadarConf), Seattle, USA, 2017: 1424–1427. doi: 10.1109/RADAR.2017.7944430.

[4] ELLIS P, VAN RHEEDEN D, and DOWLA F. Use of Doppler and Doppler rate for RF geolocation using a single LEO satellite[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 12907–12920. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2965931.

[5] 严航, 姚山峰. 低轨单星测频定位技术及其精度分析[J]. 计算机工程, 2012, 38(18): 6–10. doi: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.18.002.
YAN Hang and YAO Shanfeng. Localization technology of frequency measurement for single low earth orbit satellite and its precision analysis[J]. *Computer Engineering*, 2012, 38(18): 6–10. doi: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.18.002.

[6] 吴顺华, 辛勤, 万建伟. 一种单星对星仅测角无源定轨跟踪方法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(12): 3701–3704.
WU Shunhua, XIN Qin, and WAN Jianwei. Novel satellite-to-satellite passive orbit determination and tracking method with bearing-only measurements[J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(12): 3701–3704.

[7] 李腾, 郭福成, 姜文利. 星载干涉仪无源定位新方法及其误差分析[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(3): 164–170. doi: 10.3969/j.issn.1001-2486.2012.03.032.
LI Teng, GUO Fucheng, and JIANG Wenli. A novel method for satellite-borne passive localization using interferometer and its error analysis[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2012, 34(3): 164–170. doi: 10.3969/j.issn.1001-2486.2012.03.032.

[8] AMAR A and WEISS A J. Direct position determination of multiple radio signals[C]. 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Montreal, Canada, 2004: ii–81. doi: 10.1109/ICASSP.2004.1326199.

[9] 招乾民, 张顺生. 改进实值空时子空间数据融合的单星直接定位方法[J]. 信号处理, 2024, 40(6): 1111–1121. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2024.06.011.
ZHAO Qianmin and ZHANG Shunsheng. Improved single-satellite direct position determination method via real-valued space-time subspace data fusion[J]. *Journal of Signal Processing*, 2024, 40(6): 1111–1121. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2024.06.011.

[10] 黄凯, 尤明懿, 陆安南, 等. 星载测向系统的测向误差及其定位误差计算方法[J]. 宇航学报, 2024, 45(9): 1488–1497. doi: 10.3873/j.issn.1000-1328.2024.09.014.
HUANG Kai, YOU Mingyi, LU Annan, *et al*. A calculation method of direction-finding errors and localization errors by a single satellite[J]. *Journal of Astronautics*, 2024, 45(9): 1488–1497. doi: 10.3873/j.issn.1000-1328.2024.09.014.

[11] WANG Yuqi, SUN Guangcai, XIANG Jixiang, *et al*. A imaging passive localization method for wideband signal based on SAR[C]. 2019 6th Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR), Xiamen, China, 2019: 1–4. doi: 10.1109/APSAR46974.2019.9048398.

[12] 张莉婷, 郇浩, 陶然. 基于被动合成孔径的单星无源高精度定位方法[J]. 航天电子对抗, 2020, 36(6): 43–48. doi: 10.3969/j.issn.1673-2421.2020.06.010.
ZHANG Liting, HUAN Hao, and TAO Ran. Highprecision emitter localization based on spaceborne passive synthetic aperture[J]. *Aerospace Electronic Warfare*, 2020, 36(6): 43–48. doi: 10.3969/j.issn.1673-2421.2020.06.010.

[13] WANG Yuqi, SUN Guangcai, XING Mengdao, *et al*. Long

synthetic aperture passive localization using azimuth chirp-rate contour map[C]. IGARSS 2020 - 2020 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Waikoloa, USA, 2020: 928–931. doi: 10.1109/IGARSS39084.2020.9323154.

[14] 王裕旗, 孙光才, 杨军, 等. 基于长合成孔径的辐射源成像定位算法[J]. 雷达学报, 2020, 9(1): 185–194. doi: 10.12000/JR19080.
WANG Yuqi, SUN Guangcai, YANG Jun, *et al*. Passive localization algorithm for radiation source based on long synthetic aperture[J]. *Journal of Radars*, 2020, 9(1): 185–194. doi: 10.12000/JR19080.

[15] CHEN Bowei, WANG Yuqi, SUN Guangcai, *et al*. A long synthetic aperture passive localization method using two planes[C]. 2021 CIE International Conference on Radar (Radar), Haikou, China, 2021: 767–769. doi: 10.1109/Radar53847.2021.10028522.

[16] WANG Yuqi, SUN Guangcai, WANG Yong, *et al*. A high-resolution and high-precision passive positioning system based on synthetic aperture technique[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5230613. doi: 10.1109/TGRS.2022.3186767.

[17] WANG Yuqi, DONG Wenlong, SUN Guangcai, *et al*. A CLEAN-based synthetic aperture passive localization algorithm for multiple signal sources[J]. *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*, 2022, 3(4): 294–301. doi: 10.1109/JMASS.2022.3215982.

[18] ZHANG Liting, HUAN Hao, RAN Tao, *et al*. A spaceborne passive localization algorithm based on MSD-HOUGH for multiple signal sources[J]. *Remote Sensing*, 2024, 16(22): 4303. doi: 10.3390/rs16224303.

[19] ZHONG Qi, HE Zhiyi, and WEI Shaoren. Interrupted sampling repeater jamming recognition and suppression method based on DBSCAN algorithm[J]. *IEEE Access*, 2024, 12: 62597–62608. doi: 10.1109/ACCESS.2024.3395537.

[20] 李杨寰, 初翠强, 徐晖, 等. 一种新的脉冲重复频率估计方法[J]. 电子信息对抗技术, 2007, 22(2): 18–22. doi: 10.3969/j.issn.1674-2230.2007.02.005.
LI Yanghuan, CHU Cuiqiang, XU Hui, *et al*. A novel algorithm for estimating pulse repetition frequency[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2007, 22(2): 18–22. doi: 10.3969/j.issn.1674-2230.2007.02.005.

作 者 简 介

张顺生，博士，研究员，博士生导师，主要研究方向为新体制雷达探测与成像、人工智能技术在雷达、电子战中的应用等。

蔡子涵，硕士生，主要研究方向为单星合成孔径定位。

刘永旭，博士，高级工程师，主要研究方向为卫星电子载荷总体技术、信号和信息处理等。

(责任编辑：于青)