

互耦条件下基于稀疏重构的MIMO雷达角度估计

肖炯 唐波* 王海

(国防科技大学电子对抗学院 合肥 230037)

摘要: 为了降低阵列互耦对多输入多输出(MIMO)雷达波达角度(DOA)估计性能的影响, 实现少量快拍条件下的目标角度估计, 该文提出了基于迭代最小化稀疏学习(SLIM)算法的互耦校正和目标角度估计算法。所提算法利用目标回波信号的空域稀疏性, 通过迭代优化算法估计了MIMO雷达发射和接收阵列的阵元互耦系数, 以及目标稀疏空间谱。该算法无需设置超参数, 且具有良好的收敛特性。仿真结果表明, 当MIMO雷达发射和接收阵列存在互耦时, 如果目标角度间隔较小, 所提算法能够在较高信噪比条件下基于少量快拍高精度地估计目标角度; 如果目标角度间隔较大, 则在较低信噪比和少量快拍条件下仍有较高的角度估计精度。

关键词: MIMO雷达; 波达角度估计; 阵列互耦; 迭代最小化稀疏学习算法; 少量快拍

中图分类号: TN959.1

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2024)x-0001-11

DOI: 10.12000/JR24061

引用格式: 肖炯, 唐波, 王海. 互耦条件下基于稀疏重构的MIMO雷达角度估计[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR24061.

Reference format: XIAO Jiong, TANG Bo, and WANG Hai. Sparse reconstruction-based direction of arrival estimation for MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR24061.

Sparse Reconstruction-based Direction of Arrival Estimation for MIMO Radar in the Presence of Unknown Mutual Coupling

XIAO Jiong TANG Bo* WANG Hai

(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract: To improve the accuracy of Direction Of Arrival (DOA) estimation in Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar systems under unknown mutual coupling, we propose a mutual coupling calibration and DOA estimation algorithm based on Sparse Learning via Iterative Minimization (SLIM). The proposed algorithm utilizes the spatial sparsity of target signals and estimates the spatial pseudo-spectra and the mutual coupling matrices of MIMO arrays through cyclic optimization. Moreover, it is hyperparameter-free and guarantees convergence. Numerical examples demonstrate that for MIMO radar systems under unknown mutual coupling conditions, the proposed algorithm can accurately estimate the DOA of targets with small angle separations and relatively high Signal-to-Noise Ratios (SNRs), even with a limited number of samples. In addition, low DOA estimation errors are achieved for targets with large angle separations and small sample sizes, even under low-SNR conditions.

Key words: MIMO radar; DOA estimation; Mutual coupling; Sparse Learning via Iterative Minimization (SLIM); Small sample sizes

收稿日期: 2024-04-03; 改回日期: 2024-06-23; 网络出版: 2024-07-12

*通信作者: 唐波 tangbo06@gmail.com *Corresponding Author: TANG Bo, tangbo06@gmail.com

基金项目: 国家自然科学基金(62171450), 安徽省杰出青年自然科学基金(2108085J30), 国防科技大学自主创新自然科学基金(23-ZZCX-JDZ-42)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62171450), The Anhui Provincial Natural Science Foundation (2108085J30), Research Plan of National University of Defense Technology (23-ZZCX-JDZ-42)

责任编辑: 张弓 Corresponding Editor: ZHANG Gong

©The Author(s) 2024. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

1 引言

多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达是当前的研究热点^[1-9]。相较于传统相控阵雷达, MIMO雷达可以同时发射多种独立波形。按照发射和接收阵列配置的不同, MIMO雷达可以分为集中式MIMO雷达和分布式MIMO雷达^[1,2]。分布式MIMO雷达各收发天线单元相距很远, 可以克服目标闪烁效应^[2]。集中式MIMO雷达各收发天线单元相距较近^[3,4], 具有较好的参数估计^[3-5]、目标探测^[6]和遂行多功能能力^[7-9]。

在实际的雷达系统中, 相近天线阵元之间的互耦效应难以避免, 阵元互耦往往会严重影响目标角度估计性能。通过精心设计稀疏阵列可以缓解互耦效应^[10-13]。文献^[10]设计了超嵌套阵列, 文献^[11]提出了基于最大阵元间距约束的稀疏阵列设计方法, 文献^[12]设计了非冗余平面阵列减少互耦, 文献^[13]将MIMO雷达发射阵列和接收阵列设计为两个均匀稀疏子阵列, 有效地降低了阵列互耦。与常规雷达系统不同, MIMO雷达发射阵列和接收阵列往往都存在阵元互耦。为了降低互耦效应对MIMO雷达目标角度估计性能的影响, 也可以对发射阵列和接收阵列进行互耦校正^[14-18]。文献^[14]提出了一种用于双基地MIMO雷达互耦校正和角度估计的类多重信号分类(Multiple Signal Classification-Like, MUSIC-Like)算法, 该算法利用了均匀线阵互耦矩阵的特殊结构, 通过两次一维搜索来估计出发角(Direction Of Departure, DOD)和到达角(Direction Of Arrival, DOA), 降低了阵列互耦的影响。文献^[15]提出了类旋转不变技术信号参数估计(Estimation of Signal Parameters using Rotational Invariance Techniques-Like, ESPRIT-Like)算法, 该算法通过将阵列两侧阵元设置为辅助阵元来补偿互耦效应, 然后再构造复矩阵实现DOD和DOA的估计。相较于MUSIC-Like算法, ESPRIT-Like算法可以实现DOD和DOA自动配对且计算复杂度更低。文献^[16]利用均匀线阵互耦矩阵的特殊结构, 从双基地MIMO雷达匹配滤波输出矩阵中得到一个不受互耦效应影响的协方差矩阵, 进而重构了一个无噪声的低秩协方差矩阵, 并基于原子范数最小化方法完成了角度估计。文献^[17]提出当快拍数不足时, 可以利用线性收缩技术和Rao-Blackwell-Ledoit-Wolf (RBLW)估计器提高协方差矩阵的估计性能, 并改进了基于特征值比较的角度估计方法, 一定程度上降低了计算复杂度, 提高了角度估计精度。文献^[18]将匹配滤波后的数据表示为三阶张量模型, 利用互耦矩阵特殊结构和部分阵列流形具有的共同尺度变换特性

消除互耦影响, 并利用空间平滑和酉变换技术构建增广三线性模型, 该算法能够实现DOD和DOA自动配对且对相干信号源具有一定的分辨能力。虽然上述算法能够取得较好的校正效果, 但是往往基于足够多的快拍数且假设信源个数已知。在实际应用中, 目标数量未知, 另外还可能面临快拍数不足的问题。针对上述问题, 稀疏重构类校正算法得到了广泛关注^[19-22], 其中, 文献^[19]提出了互耦条件下基于重加权的正则化稀疏重构算法, 达到了较高的角度估计精度。文献^[22]提出了互耦条件下基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning with Mutual Coupling, SBLMC)的角度估计算法, 实现了网格失配条件下的角度估计, 然而SBLMC算法中包含多个超参数, 算法角度估计性能与这些超参数的设置密切相关, 且计算复杂度较高。

需要指出的是, 当目标角度间隔较小且快拍数较少时, 现有算法难以在互耦条件下实现目标角度的高精度估计。为此本文提出了一种基于迭代最小化稀疏学习(Sparse Learning via Iterative Minimization, SLIM)的互耦校正和目标角度估计算法, 实现了少量快拍甚至单快拍条件下的阵列互耦校正和目标角度估计。仿真结果表明, 所提算法能够降低阵列互耦对MIMO雷达角度估计性能的影响, 相比于对比算法具有以下优点: (1)若目标角度间隔较小, 在较高信噪比条件下, 所提算法能够基于少量快拍有效校正MIMO雷达阵列互耦, 实现高精度角度估计; (2)若目标角度间隔较大, 所提算法能够在低信噪比条件下以少量快拍数提高MIMO雷达角度估计性能; (3)所提算法无需设置超参数, 算法互耦校正和角度估计性能不受超参数影响。

2 信号模型与问题描述

考虑如图1所示的单基地集中式MIMO雷达。该雷达包括 N_t 个发射天线和 N_r 个接收天线, 其中,

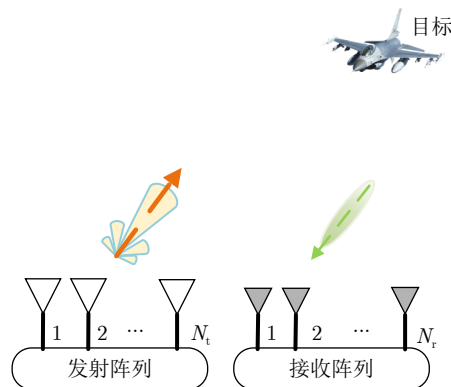


图1 集中式MIMO雷达示意图

Fig. 1 Colocated MIMO radar

发射和接收阵列均为均匀线性阵列，阵元间距为半波长。

将发射阵列和接收阵列的互耦矩阵分别记为 $\mathbf{C}_t \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ 和 $\mathbf{C}_r \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ ，其中， $\mathbb{C}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 维复矩阵的集合。由于发射和接收阵列均为均匀线性阵，因此 \mathbf{C}_t 和 \mathbf{C}_r 可近似为对称Toeplitz矩阵^[23-26]。此外，由于阵元之间的互耦系数与它们的间距成反比，当阵元间隔较远时，互耦系数接近于0。为此，假设发射阵列非零互耦系数个数为 K_t ($K_t < N_t$)，接收阵列非零互耦系数个数为 K_r ($K_r < N_r$)，则 \mathbf{C}_t 和 \mathbf{C}_r 可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{C}_t = \text{toeplitz}(\mathbf{c}_t) \\ \mathbf{C}_r = \text{toeplitz}(\mathbf{c}_r) \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\text{toeplitz}(\mathbf{a})$ 是以向量 \mathbf{a} 为第1列的Toeplitz矩阵，发射阵列互耦向量 $\mathbf{c}_t = [c_{t1} \ c_{t2} \ \dots \ c_{tK_t} \ 0 \ \dots \ 0]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 且 $c_{t1} = 1$ ，接收阵列互耦向量 $\mathbf{c}_r = [c_{r1} \ c_{r2} \ \dots \ c_{rK_r} \ 0 \ \dots \ 0]^T \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ 且 $c_{r1} = 1$ ， $(\cdot)^T$ 表示矩阵转置。假设存在 P 个目标，在远场窄带条件下，MIMO雷达接收的目标回波信号可表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{p=1}^P \alpha_p \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r(\varphi_p) [\mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\varphi_p)]^T \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2)$$

其中， $\mathbf{a}_r(\varphi)$ 是对应角度 φ 的接收导引矢量， $\mathbf{a}_t(\varphi)$ 是对应角度 φ 的发射导引矢量， φ_p 表示第 p 个目标的角度， α_p 是第 p 个目标的反射系数， $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2 \ \dots \ \mathbf{s}_{N_t}]^T$ 是发射波形矩阵， \mathbf{s}_n 是第 n 个发射阵元对应的发射波形， \mathbf{N} 为接收机噪声(本文假设为白噪声)。

假设发射波形为正交波形，阵列共接收 L 个快拍的信号。对接收信号进行匹配滤波，再进行向量化处理，则第 l ($l=1, 2, \dots, L$) 个快拍的信号可以建模为

$$\mathbf{y}_l = (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{C}_r) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{v}_l + \tilde{\mathbf{n}}_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

其中， $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\varphi_1) \ \mathbf{a}_t(\varphi_2) \ \dots \ \mathbf{a}_t(\varphi_P)] \in \mathbb{C}^{N_t \times P}$ ， $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\varphi_1) \ \mathbf{a}_r(\varphi_2) \ \dots \ \mathbf{a}_r(\varphi_P)] \in \mathbb{C}^{N_r \times P}$ ， $\mathbf{v}_l = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_P]^T \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ ， $\tilde{\mathbf{n}}_l \in \mathbb{C}^{N_t N_r \times 1}$ 是经过匹配滤波之后的噪声， \otimes 表示克罗内克积， \odot 表示Khatri-Rao积。

3 算法设计和收敛性分析

3.1 算法设计

为了利用稀疏重构方法进行阵列互耦校正和角度估计，首先将空域范围 $[-\pi/2, \pi/2]$ 均匀地离散化为 J 个网格 ($J \gg P$)，其中第 j ($j=1, 2, \dots, J$) 个离散化角度记为 θ_j ，相应的发射阵列流形矩阵和接收阵列流形矩阵记为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\theta_1), \mathbf{a}_t(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_J)] \\ \mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_J)] \end{cases} \quad (4)$$

令 $\mathbf{M} = \mathbf{C}_t \otimes \mathbf{C}_r \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ， $\mathbf{A} = \mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r \in \mathbb{C}^{N \times J}$ ，其中 $N = N_t N_r$ 。因此可以采用式(5)稀疏信号模型将第 l 个快拍的信号表示为

$$\mathbf{y}_l = \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l + \mathbf{n}_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (5)$$

其中， $\mathbf{x}_l \in \mathbb{C}^{J \times 1}$ 为稀疏向量。假设噪声矢量 $\{\mathbf{n}_l\}$ ($l=1, 2, \dots, L$) 独立同分布，且服从均值为 $\mathbf{0}$ ，协方差矩阵为 $\eta \mathbf{I}$ 的循环对称复高斯分布，其中 η 为噪声功率。此外，假设 $\{\mathbf{x}_l\}$ 独立同分布，服从均值为 $\mathbf{0}$ ，协方差矩阵为对角矩阵 \mathbf{P} 的循环对称复高斯分布，其中， $\mathbf{P} = \text{diag}([p_1, p_2, \dots, p_J]^T)$ ，其中， p_j 未知， $j=1, 2, \dots, J$ ， $\text{diag}(\mathbf{a})$ 表示以矢量 \mathbf{a} 为对角线元素的矩阵。基于上述假设，可得

$$\begin{cases} P(\{\mathbf{y}_l\} | \{\mathbf{x}_l\}) = \prod_{l=1}^L P(\mathbf{y}_l | \mathbf{x}_l) \\ = \prod_{l=1}^L \frac{1}{(\pi\eta)^N} \exp\left(-\frac{1}{\eta} \|\mathbf{y}_l - \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l\|^2\right) \\ P(\{\mathbf{x}_l\}) = \prod_{l=1}^L P(\mathbf{x}_l) \\ = \prod_{l=1}^L \frac{1}{\pi^J \prod_{j=1}^J p_j} \exp(-\mathbf{x}_l^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}_l) \end{cases} \quad (6)$$

其中， $\|\cdot\|$ 表示向量的欧几里得范数。为此， $\{\mathbf{x}_l\}$ 的后验概率可以表示为

$$P(\{\mathbf{x}_l\} | \{\mathbf{y}_l\}) = \frac{P(\{\mathbf{y}_l\} | \{\mathbf{x}_l\}) P(\{\mathbf{x}_l\})}{P(\{\mathbf{y}_l\})} \quad (7)$$

在统计信号处理中，最大后验估计是一种常用的参数估计方法。为使得 $P(\{\mathbf{x}_l\} | \{\mathbf{y}_l\})$ 最大，注意到式(7)中分母与待估计参数无关，故而可以通过求解如下优化问题获得 \mathbf{x}_l ， $\{p_j\}$ ， η 和 \mathbf{M} 的最大后验估计^[27]：

$$\max_{\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{x}_l, \eta} P(\{\mathbf{y}_l\} | \{\mathbf{x}_l\}) P(\{\mathbf{x}_l\}) \quad (8)$$

式(8)等价于求解下列优化问题：

$$\min_{\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{x}_l, \eta} -\ln P(\{\mathbf{y}_l\} | \{\mathbf{x}_l\}) - \ln P(\{\mathbf{x}_l\}) \quad (9)$$

将式(6)代入式(9)，忽略常数项，可得待优化问题的目标函数为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{x}_l, \eta) = & LN \ln \eta + \frac{1}{\eta} \sum_{l=1}^L \|\mathbf{y}_l - \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l\|^2 \\ & + L \sum_{j=1}^J \ln(p_j) + \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}_l \end{aligned} \quad (10)$$

基于式(10)，建立如下优化问题：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{x}_l, \eta} & LN \ln \eta + \frac{1}{\eta} \sum_{l=1}^L \left\| \mathbf{y}_l - \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l \right\|^2 \\ & + L \sum_{j=1}^J \ln(p_j) + \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}_l \end{aligned} \quad (11)$$

针对优化问题式(11), 可以通过循环最小化算法(Cyclic Minimization, CM)求解。注意到当 $\{p_j\}$ 和 η 趋近于0时, 求解式(11)可能会出现数值稳定性问题。为了避免上述问题, 约束 $\{p_j\} \geq \varepsilon, \eta \geq \varepsilon$, 其中, ε 是一个很小的正数。

受文献[27–29]启发, 提出用于阵列互耦校正和目标角度估计的SLIM算法(SLIM with Mutual Coupling, SLIMMC)。SLIMMC算法利用了 $\{\mathbf{x}_l\}$ 的稀疏性, 通过优化噪声功率 η 与信号功率 $\{p_j\}$, 使得MIMO雷达更容易分辨出噪声与信号从而进行目标角度估计, 同时估计出发射阵列和接收阵列阵元互耦系数, 可以在一定程度上降低阵列互耦对MIMO雷达角度估计性能的影响。

(1) 优化 η

当 \mathbf{M} , \mathbf{x}_l 和 \mathbf{P} 固定时, 优化问题(11)可以化简为

$$\min_{\eta} LN \ln \eta + \frac{1}{\eta} \sum_{l=1}^L \left\| \mathbf{y}_l - \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l \right\|^2 \quad (12)$$

对式(12)求导, 并令求导结果为0, 因为 $\eta \geq \varepsilon$, 可得 η 的最优解为

$$\eta = \max \left\{ \frac{1}{LN} \sum_{l=1}^L \left\| \mathbf{y}_l - \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l \right\|^2, \varepsilon \right\} \quad (13)$$

(2) 优化 $\{p_j\}$

当 \mathbf{M} , \mathbf{x}_l 和 η 固定时, 优化问题式(11)可以化简为

$$\min_{p_j} L \sum_{j=1}^J \ln(p_j) + \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J \frac{|x_{j,l}|^2}{p_j} \quad (14)$$

其中, $x_{j,l}$ 表示 $\{\mathbf{x}_l\}$ 的第 j 个元素。与 η 求解类似, 因为 $\{p_j\} \geq \varepsilon$, 可以得到 $\{p_j\}$ 的最优解为

$$p_j = \max \left\{ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |x_{j,l}|^2, \varepsilon \right\} \quad (15)$$

(3) 优化 \mathbf{x}_l

当 \mathbf{M} , $\{p_j\}$ 和 η 固定时, 优化问题式(11)可以化简为

$$\min_{\mathbf{x}_l} \frac{1}{\eta} \sum_{l=1}^L \left\| \mathbf{y}_l - \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{x}_l \right\|^2 + \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}_l \quad (16)$$

令 $\mathbf{B} = \mathbf{M} \mathbf{A}$, 将式(16)关于 \mathbf{x}_l 求导, 并令求导结果为0, 表示如下:

$$\mathbf{B}^H (\mathbf{B} \mathbf{x}_l - \mathbf{y}_l) + \eta \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}_l = \mathbf{0} \quad (17)$$

则 \mathbf{x}_l 的最优解为

$$\mathbf{x}_l = (\mathbf{B}^H \mathbf{B} + \eta \mathbf{P}^{-1})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{y}_l \quad (18)$$

(4) 优化 \mathbf{C}_r

注意到式(3)可以重写为

$$\mathbf{y}_l = (\mathbf{I}_{N_t} \mathbf{C}_t \otimes \mathbf{C}_r \mathbf{I}_{N_r}) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_l + \mathbf{n}_l \quad (19)$$

其中, \mathbf{I} 表示单位阵, $\mathbf{I}_{N_t} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$, $\mathbf{I}_{N_r} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ 。对式(19)进一步变换, 得到如下形式:

$$\mathbf{y}_l = (\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{I}_{N_r}) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_l + \mathbf{n}_l \quad (20)$$

令 $\mathbf{z}_l = (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{I}_{N_r}) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_l$, 式(20)可以写为

$$\mathbf{y}_l = (\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) \mathbf{z}_l + \mathbf{n}_l \quad (21)$$

利用公式 $\text{vec}(\mathbf{A} \mathbf{C}) = (\mathbf{I} \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{C})$ [30], 式(21)可以表示为

$$\mathbf{y}_l = (\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) \mathbf{z}_l + \mathbf{n}_l = \text{vec}(\mathbf{C}_r \mathbf{Z}_l) + \mathbf{n}_l \quad (22)$$

其中, $\mathbf{Z}_l \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 且 $\text{vec}(\mathbf{Z}_l) = \mathbf{z}_l$ 。利用文献[23]中定理3的结果, 式(23)成立:

$$\mathbf{C}_r \mathbf{z}_{li} = \mathbf{Q}_{li} \tilde{\mathbf{c}}_r \quad (23)$$

其中, $\mathbf{z}_{li} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1} (i=1, 2, \dots, N_t)$ 是 \mathbf{Z}_l 的第 i 列, $\tilde{\mathbf{c}}_r = [c_{r1}, c_{r2}, \dots, c_{rK_r}]^T (c_{r1}=1)$ 是接收阵列非零互耦元素组成的矢量, \mathbf{Q}_{li} 是 $N_r \times K_r$ 维复矩阵, $\mathbf{Q}_{li} = \mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2$, 且 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 满足:

$$\begin{cases} [\mathbf{W}_1]_{pq} = \begin{cases} [\mathbf{z}_{li}]_{p+q-1}, p+q \leq N_r + 1 \\ 0, \text{其他} \end{cases} \\ [\mathbf{W}_2]_{pq} = \begin{cases} [\mathbf{z}_{li}]_{p-q+1}, p \geq q \geq 2 \\ 0, \text{其他} \end{cases} \end{cases} \quad (24)$$

将式(23)代入式(22), 可得

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{C}_r \mathbf{Z}_l) &= \text{vec}([\mathbf{C}_r \mathbf{z}_{l1}, \mathbf{C}_r \mathbf{z}_{l2}, \dots, \mathbf{C}_r \mathbf{z}_{lN_t}]) \\ &= \text{vec}([\mathbf{Q}_{l1} \tilde{\mathbf{c}}_r, \mathbf{Q}_{l2} \tilde{\mathbf{c}}_r, \dots, \mathbf{Q}_{lN_t} \tilde{\mathbf{c}}_r]) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{l1} \\ \mathbf{Q}_{l2} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{lN_t} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{c}}_r \\ &= \mathbf{Q}_{R,l} \tilde{\mathbf{c}}_r \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{Q}_{R,l}$ 是 $N \times K_r$ 维的复矩阵且满足:

$$\mathbf{Q}_{R,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{l1} \\ \mathbf{Q}_{l2} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{lN_t} \end{bmatrix} \quad (26)$$

于是, 关于 $\tilde{\mathbf{c}}_r$ 的优化问题可以表示为

$$\min_{\tilde{\mathbf{c}}_r} \sum_{l=1}^L (\mathbf{y}_l - \mathbf{Q}_{R,l} \tilde{\mathbf{c}}_r)^H (\mathbf{y}_l - \mathbf{Q}_{R,l} \tilde{\mathbf{c}}_r) \quad (27)$$

注意到 $\tilde{\mathbf{c}}_r$ 第1个元素为1, 因此 $\mathbf{Q}_{R,l}\tilde{\mathbf{c}}_r$ 又可表示为

$$\mathbf{Q}_{R,l}\tilde{\mathbf{c}}_r = \mathbf{q}_{R,l} + \mathbf{Q}_{R,l,f}\mathbf{b}_r \quad (28)$$

其中, $\mathbf{q}_{R,l}$ 是 $\mathbf{Q}_{R,l}$ 的第1列, $\mathbf{Q}_{R,l,f}$ 是 $\mathbf{Q}_{R,l}$ 的第2列至最后一列组成的矩阵, $\mathbf{b}_r = [c_{r2}, c_{r3}, \dots, c_{rK_r}]^T$ 。因此优化问题式(27)可以写为

$$\min_{\mathbf{b}_r} \sum_{l=1}^L (\mathbf{y}_{r,l} - \mathbf{Q}_{R,l,f}\mathbf{b}_r)^H (\mathbf{y}_{r,l} - \mathbf{Q}_{R,l,f}\mathbf{b}_r) \quad (29)$$

其中, $\mathbf{y}_{r,l} = \mathbf{y}_l - \mathbf{q}_{R,l}$ 。将式(29)关于 \mathbf{b}_r 求导, 并令求导结果等于0, 可以得到 \mathbf{b}_r 的最优解为

$$\mathbf{b}_r = \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{Q}_{R,l,f}^H \mathbf{Q}_{R,l,f} \right)^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{Q}_{R,l,f}^H \mathbf{y}_{r,l} \quad (30)$$

因此, 接收阵列互耦矩阵的优化结果为

$$\tilde{\mathbf{C}}_r = \text{toeplitz} \left(\left[\begin{array}{c} 1, \mathbf{b}_r^T, 0, \dots, 0 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{N_r - K_r} \end{array} \right]^T \right) \quad (31)$$

(5) 优化 \mathbf{C}_t

注意到:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{I}_{N_t}) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_l \\ &= (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{I}_{N_t}) [\mathbf{a}_t(\theta_1) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_t(\theta_2) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \\ & \quad \mathbf{a}_t(\theta_J) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_J)] \mathbf{x}_l \\ &= [(\mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_1)) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_1), (\mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_2)) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \\ & \quad (\mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_J)) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_J)] \mathbf{x}_l \end{aligned} \quad (32)$$

基于文献[23,31], 与式(23)求解相似, 可得

$$\mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_j) = \mathbf{Q}_{tj} \tilde{\mathbf{c}}_t \quad (33)$$

其中, $\tilde{\mathbf{c}}_t = [c_{t1}, c_{t2}, \dots, c_{tK_t}]^T$ 且 $c_{t1}=1$ 。 \mathbf{Q}_{tj} 是 $N_t \times K_t$ 维复矩阵。将式(33)代入式(32), 可得

$$\begin{aligned} & (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{I}_{N_t}) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_l \\ &= [(\mathbf{Q}_{t1} \tilde{\mathbf{c}}_t) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_1), (\mathbf{Q}_{t2} \tilde{\mathbf{c}}_t) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \\ & \quad (\mathbf{Q}_{tJ} \tilde{\mathbf{c}}_t) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_J)] \mathbf{x}_l \\ &= [(\mathbf{Q}_{t1} \otimes \mathbf{a}_r(\theta_1)) \tilde{\mathbf{c}}_t, (\mathbf{Q}_{t2} \otimes \mathbf{a}_r(\theta_2)) \tilde{\mathbf{c}}_t, \dots, \\ & \quad (\mathbf{Q}_{tJ} \otimes \mathbf{a}_r(\theta_J)) \tilde{\mathbf{c}}_t] \mathbf{x}_l \\ &= \left[\sum_{j=1}^J x_j (\mathbf{Q}_{tj} \otimes \mathbf{a}_r(\theta_j)) \right] \tilde{\mathbf{c}}_t \end{aligned} \quad (34)$$

令 $\mathbf{Q}_t = \sum_{j=1}^J \mathbf{Q}_{tj} \otimes \mathbf{a}_r(\theta_j)$, 可得

$$(\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) (\mathbf{C}_t \otimes \mathbf{I}_{N_t}) (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{x}_l = (\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) \mathbf{Q}_t \tilde{\mathbf{c}}_t \quad (35)$$

令 $\mathbf{Q}_T = (\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) \mathbf{Q}_t$, 式(35)又可以写为

$$(\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{C}_r) \mathbf{Q}_t \tilde{\mathbf{c}}_t = \mathbf{Q}_T \tilde{\mathbf{c}}_t \quad (36)$$

基于式(36), 可以建立关于 \mathbf{C}_t 的优化问题:

$$\min_{\tilde{\mathbf{c}}_t} \sum_{l=1}^L (\mathbf{y}_l - \mathbf{Q}_T \tilde{\mathbf{c}}_t)^H (\mathbf{y}_l - \mathbf{Q}_T \tilde{\mathbf{c}}_t) \quad (37)$$

由于 $\tilde{\mathbf{c}}_t$ 的第1个元素为1, 因此 $\mathbf{Q}_T \tilde{\mathbf{c}}_t$ 可以表示为

$$\mathbf{Q}_T \tilde{\mathbf{c}}_t = \mathbf{q}_T + \mathbf{Q}_{T,f} \mathbf{b}_t \quad (38)$$

其中, \mathbf{q}_T 是 \mathbf{Q}_T 的第1列, $\mathbf{Q}_{T,f}$ 是 \mathbf{Q}_T 第2至最后一列构成的矩阵, $\mathbf{b}_t = [c_{t2}, c_{t3}, \dots, c_{tK_t}]^T$ 。优化问题(37)可以表示为

$$\min_{\mathbf{b}_t} \sum_{l=1}^L (\mathbf{y}_{t,l} - \mathbf{Q}_{T,f} \mathbf{b}_t)^H (\mathbf{y}_{t,l} - \mathbf{Q}_{T,f} \mathbf{b}_t) \quad (39)$$

将式(39)关于 \mathbf{b}_t 求导, 并令求导结果为0, 可得 \mathbf{b}_t 的最优解为

$$\mathbf{b}_t = \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{Q}_{T,f}^H \mathbf{Q}_{T,f} \right)^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{Q}_{T,f}^H \mathbf{y}_{t,l} \quad (40)$$

因此发射阵列互耦矩阵的优化结果为

$$\tilde{\mathbf{C}}_t = \text{toeplitz} \left(\left[\begin{array}{c} 1, \mathbf{b}_t^T, 0, \dots, 0 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{N_t - K_t} \end{array} \right]^T \right) \quad (41)$$

3.2 算法收敛性分析

设第 m 次循环时目标函数值为 $f^{(m)}$, 第 $(m+1)$ 次循环时目标函数值为 $f^{(m+1)}$, 其中,

$$f^{(m)} = f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m)}, \mathbf{x}_l^{(m)}, \eta^{(m)} \right) \quad (42)$$

在第 $(m+1)$ 次循环中, $\eta^{(m+1)}$ 是最优解, 可得

$$\begin{aligned} & f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m)}, \mathbf{x}_l^{(m)}, \eta^{(m)} \right) \\ & \geq f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m)}, \mathbf{x}_l^{(m)}, \eta^{(m+1)} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

在第 $(m+1)$ 次循环中, $\mathbf{P}^{(m+1)}$ 也是最优解, 可得

$$\begin{aligned} & f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m)}, \mathbf{x}_l^{(m)}, \eta^{(m+1)} \right) \\ & \geq f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m+1)}, \mathbf{x}_l^{(m)}, \eta^{(m+1)} \right) \end{aligned} \quad (44)$$

$\mathbf{x}_l^{(m+1)}$ 仍然是最优解, 可得

$$\begin{aligned} & f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m+1)}, \mathbf{x}_l^{(m)}, \eta^{(m+1)} \right) \\ & \geq f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m+1)}, \mathbf{x}_l^{(m+1)}, \eta^{(m+1)} \right) \end{aligned} \quad (45)$$

同时 $\mathbf{C}_t^{(m+1)}$, $\mathbf{C}_r^{(m+1)}$ 也是最优解, 可得

$$\begin{aligned} & f \left(\mathbf{M}^{(m)}, \mathbf{P}^{(m+1)}, \mathbf{x}_l^{(m+1)}, \eta^{(m+1)} \right) \\ & \geq f \left(\mathbf{M}^{(m+1)}, \mathbf{P}^{(m+1)}, \mathbf{x}_l^{(m+1)}, \eta^{(m+1)} \right) = f^{(m+1)} \end{aligned} \quad (46)$$

由式(43)—式(46)可知 $f^{(m)} \geq f^{(m+1)}$, 即目标函数在迭代过程中构成了非单调递增序列, 因此所提算法是收敛的。

3.3 算法总结

所提SLIMMC算法的流程图如图2所示, 其中利用和波束形成法对 $\mathbf{x}^{(0)}$, $\eta^{(0)}$ 进行初始化, 即

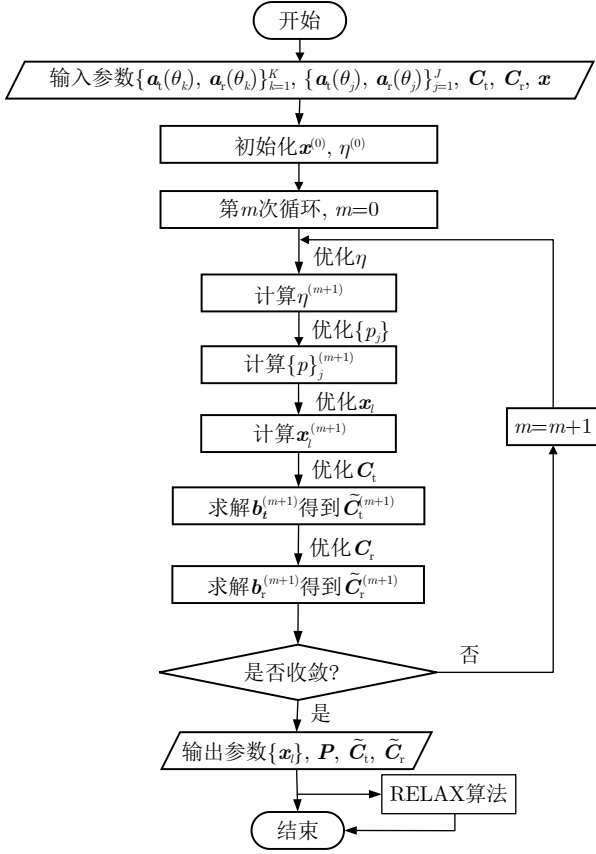


图2 SLIMMC算法流程图

Fig. 2 Flow chart of the SLIMMC algorithm

$$\begin{cases} x_{j,l}^{(0)} = \mathbf{A}^H(\theta_j) \mathbf{y}_l / \|\mathbf{A}(\theta_j)\|^2 \\ \eta^{(0)} = \max \left\{ \sum_{l=1}^L \|\mathbf{x}_l^{(0)}\|^2 / 10LN, \varepsilon \right\} \end{cases} \quad (47)$$

算法收敛的条件为

$$\left\| \text{diag}(\mathbf{P}^{(m+1)}) - \text{diag}(\mathbf{P}^{(m)}) \right\| \leq \gamma \quad (48)$$

其中, γ 为停止迭代的阈值, $\text{diag}(\mathbf{B})$ 表示提取矩阵 \mathbf{B} 的对角线元素。

在所提算法基础上,可以进一步利用RELAX算法^[27,32,33]提高角度估计精度,即首先利用所提算法进行粗搜索获得目标大致角度、信源数目和对应的谱估计结果,然后利用RELAX算法进行更精确的角度估计。RELAX算法计算过程如算法1所示。

4 仿真实验

本节通过仿真实验验证所提算法的性能。设MIMO雷达的发射阵元数为 $N_t=8$,接收阵元数为 $N_r=8$ 。目标数 $P=2$,考虑两种情况:一种情况下,目标角度间隔较小,角度为 $[-2^\circ, 2^\circ]$;另一种情况下,目标角度间隔较大,角度为 $[-10^\circ, 10^\circ]$ 。SLIMMC算法收敛阈值 $\gamma=10^{-3}$,预设参数 $\varepsilon=10^{-10}$,RELAX算法停止迭代阈值为 10^{-4} 。目标角度估计均方根误差定义为

算法1 RELAX算法

Alg. 1 RELAX algorithm

输入: $\hat{K}, \{\hat{\theta}_k\}_{k=1}^{\hat{K}}, \{\hat{x}_{k,l}\}_{k=1,l=1}^{\hat{K},L}$

输出: $\{\theta_k\}$

\hat{K} : SLIMMC算法得到的目标个数

$\{\hat{\theta}_k\}_{k=1}^{\hat{K}}$: SLIMMC算法得到的目标角度

$\{\hat{x}_{k,l}\}_{k=1,l=1}^{\hat{K},L}$: SLIMMC算法得到的目标回波

重复:

for $k = 1, 2, \dots, \hat{K}$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k,l} = \mathbf{y}_l - \sum_{i=1, i \neq k}^{\hat{K}} \mathbf{a}(\hat{\theta}_i) \hat{x}_{i,l}, \quad l = 1, 2, \dots, L$$

$$\hat{\theta}_k = \underset{\theta_k}{\text{argmax}} \sum_{l=1}^L |\mathbf{a}^H(\theta_k) \tilde{\mathbf{y}}_{k,l}|^2$$

$$\hat{x}_{k,l} = \frac{\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k) \tilde{\mathbf{y}}_{k,l}}{\|\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k)\|^2}, \quad l = 1, 2, \dots, L$$

end

直到收敛

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{M} \frac{1}{P} \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P (\hat{\theta}_{p,m} - \theta_p)^2} \quad (49)$$

其中, $\hat{\theta}_{p,m}$ 表示第 m 次蒙特卡罗中得到的角度, $M=1000$ 表示蒙特卡罗次数。

(1) 实验1: 验证SLIMMC算法的收敛性。设目标为小角度间隔目标,发射信号信噪比为0 dB,快拍数 $L=10$,发射阵列非零互耦系数为 $[1, -0.1346 - 0.0566j]$,接收阵列非零互耦系数为 $[1, 0.1683 + 0.0708j]$ 。算法目标函数取值随迭代次数的变化曲线如图3所示。可以看出,随着迭代次数的增加,所提算法目标函数单调递减并在大约150次迭代后最终收敛。

(2) 实验2: 验证RELAX算法对于SLIMMC算法的性能提升大小。分别考虑采用SLIMMC算法与SLIMMC-RELAX算法进行目标角度估计,其中SLIMMC-RELAX算法是在本文所提SLIMMC算法

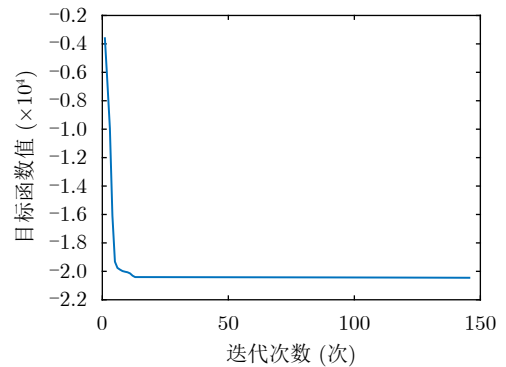


图3 算法收敛曲线

Fig. 3 Convergence analysis of the proposed algorithm

的基础之上，使用了RELAX算法来进一步提高角度估计精度。设目标为小角度间隔目标，发射阵列非零互耦系数为 $[1, -0.1346-0.0566j]$ ，接收阵列非零互耦系数为 $[1, 0.1683+0.0708j]$ ，两种算法的目标角度估计误差随快拍数和目标信噪比变化曲线如图4和图5所示。由图中结果可知，SLIMMC算法具有较高的角度估计精度，但通过利用RELAX算法可以进一步提高角度估计性能。

(3) 实验3：验证非零互耦系数个数对所提算法性能的影响。设目标为小角度间隔目标，快拍数 $L=10$ ，发射阵列非零互耦系数和接收阵列非零互耦系数如表1所示。所提算法角度估计误差随目标信噪比变化曲线如图6所示，其中， $K=K_t=K_r$ 。可以看出，随着非零互耦系数变多，所提算法的角度估计性能变差。

(4) 实验4：验证互耦效应的强弱对所提算法性能的影响。设目标为小角度间隔目标，发射阵列和接收阵列非零互耦系数设置如表2所示，其中4组非零互耦系数的模值由上至下逐渐增加，即阵列互耦

效应不断增强。所提算法目标角度估计误差随快拍数和目标信噪比的变化曲线如图7和图8所示，其中SLIMMC-RELAX(k)表示使用第 k 组互耦系数， $k=1, 2, 3, 4$ 。由图7和图8可知，随着互耦效应的增

表 1 非零互耦系数取值

Tab. 1 Nonzero mutual coupling coefficients setting		
非零互耦系数个数	发射阵列非零互耦系数	接收阵列非零互耦系数
$K_t=K_r=2$	$[1, -0.4+0.002j]$	$[1, 0.4+0.1121j]$
$K_t=K_r=3$	$[1, -0.4+0.002j, -0.1046-0.0566j]$	$[1, 0.4+0.1121j, 0.1383+0.0708j]$

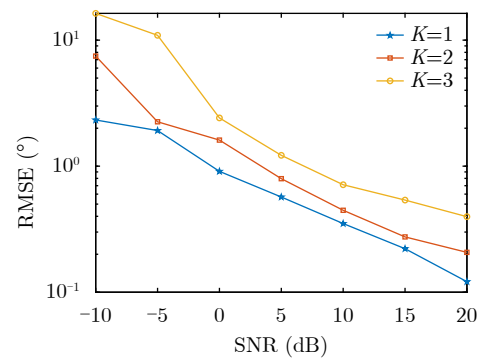


图 6 不同非零互耦系数时算法RMSE随SNR变化图

Fig. 6 RMSEs of the proposed algorithm versus SNR for different numbers of nonzero mutual coupling coefficients

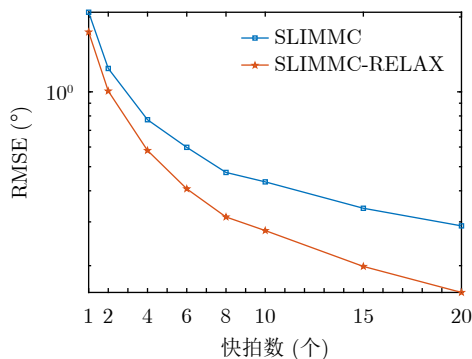


图 4 SLIMMC与SLIMMC-RELAX算法RMSE随快拍数变化图 (SNR=10 dB)

Fig. 4 RMSEs of the SLIMMC and SLIMMC-RELAX algorithms versus the number of snapshots (SNR=10 dB)

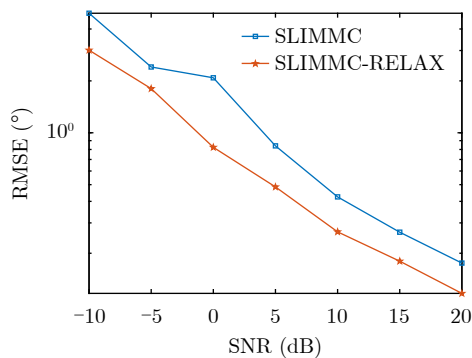


图 5 SLIMMC与SLIMMC-RELAX算法RMSE随SNR变化图 (L=10)

Fig. 5 RMSEs of the SLIMMC and SLIMMC-RELAX algorithms versus SNR (L=10)

表 2 不同互耦效应下的非零互耦系数

Tab. 2 Different mutual coupling coefficients		
参数组	发射阵列非零互耦系数	接收阵列非零互耦系数
1	$[1, -0.1346-0.0566j]$	$[1, 0.1683+0.0708j]$
2	$[1, 0.1552+0.2875j]$	$[1, -0.2637-0.1667j]$
3	$[1, -0.45+0.002j]$	$[1, 0.4+0.1121j]$
4	$[1, 0.3742+0.5918j]$	$[1, -0.6262-0.3679j]$

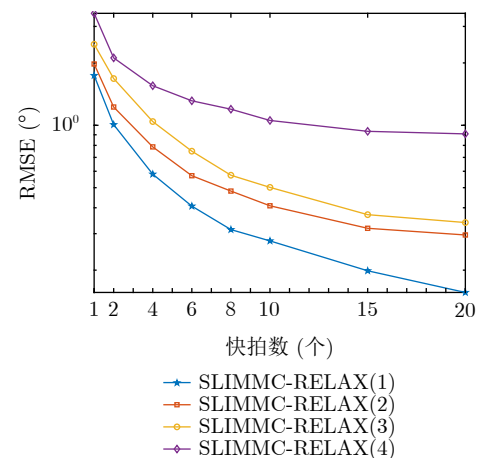


图 7 不同互耦效应下的算法RMSE随快拍数变化图(SNR=10 dB)

Fig. 7 RMSEs of the proposed algorithm versus the number of snapshots for different mutual coupling coefficients (SNR=10 dB)

强, 所提算法的角度估计性能变差。

(5) 实验5: 不同算法性能对比。设快拍数 $L=$

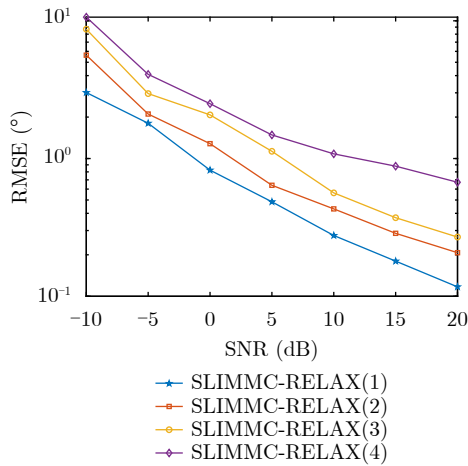


图 8 不同互耦效应下的算法RMSE随SNR变化图($L=10$)

Fig. 8 RMSEs of the proposed algorithm versus SNR for different mutual coupling coefficients ($L=10$)

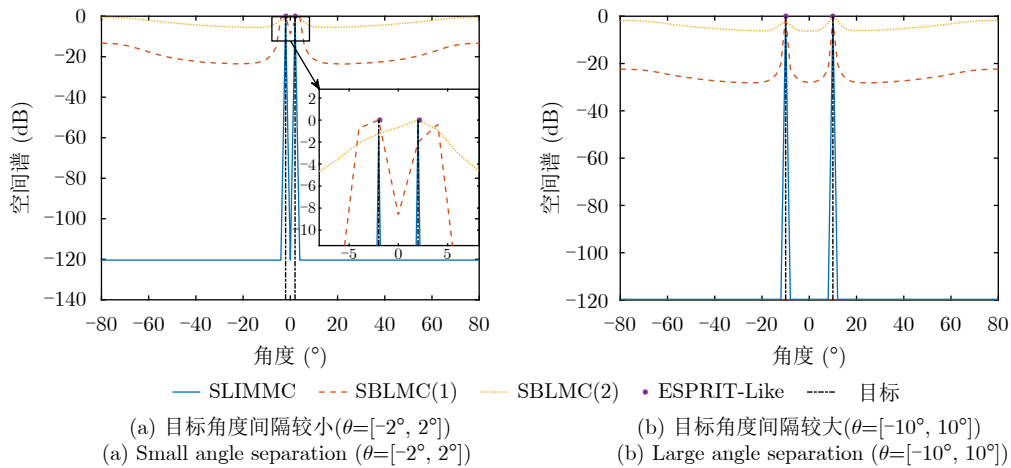


图 9 算法空间谱图($SNR=10$ dB)

Fig. 9 Spectrum for targets ($SNR=10$ dB)

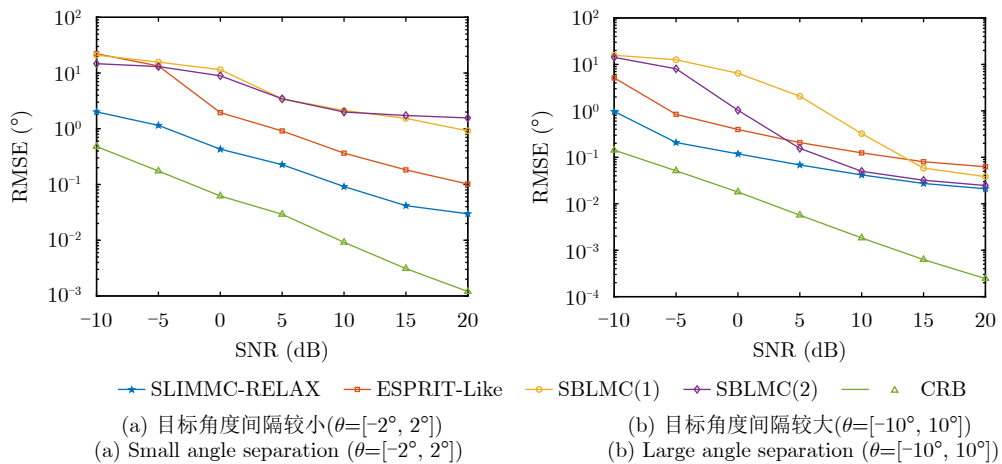


图 10 算法RMSE随SNR变化图

Fig. 10 RMSEs versus SNR

20, 发射阵列非零互耦系数为 $[1, -0.1346-0.0566j]$, 接收阵列非零互耦系数为 $[1, 0.1683+0.0708j]$, 目标角度分别为 $[-2^\circ, 2^\circ]$ 和 $[-10^\circ, 10^\circ]$ 。将所提算法与 ESPRIT-Like以及SBLMC算法进行比较, 其中为说明超参数对于SBLMC算法的影响, 分别使用了表3所示的两组超参数。

算法的空间谱图如图9所示, RMSE随信噪比的变化曲线如图10所示, RMSE随快拍数的变化曲线如图11所示。由图9(a)、图10(a)和图11(a)可知, 当目标角度间隔较小时, 在少量快拍条件下, 所提算法的角度估计精度明显优于其他两种算法。

表 3 SBLMC算法超参数

Tab. 3 Hyperparameters for the SBLMC algorithm

算法	超参数
SBLMC(1)	$a=b=c=d=e_1=f_1=e_2=f_2=10^{-2}$
SBLMC(2)	$a=b=c=d=e_1=f_1=e_2=f_2=1$

此外可以看出，SBLMC算法的性能容易受到超参数的影响。由图9(b)、图10(b)和图11(b)可知，当目标角度间隔较大时，所提算法在少量快拍和较低信噪比条件下具有更好的角度估计性能。

最后，设信噪比为SNR=10 dB，其余参数不变，比较上述3种算法的计算复杂度和运行时间，

所得结果如表4所示。其中，各算法运行基于i9-13900H CPU，32 GB内存的个人计算机， $N_t' = N_t - 2(K_t - 1)$ ， $N_r' = N_r - 2(K_r - 1)$ 。由表4结果可知，所提算法的计算复杂度高于ESPRIT-Like算法，但明显低于SBLMC算法。

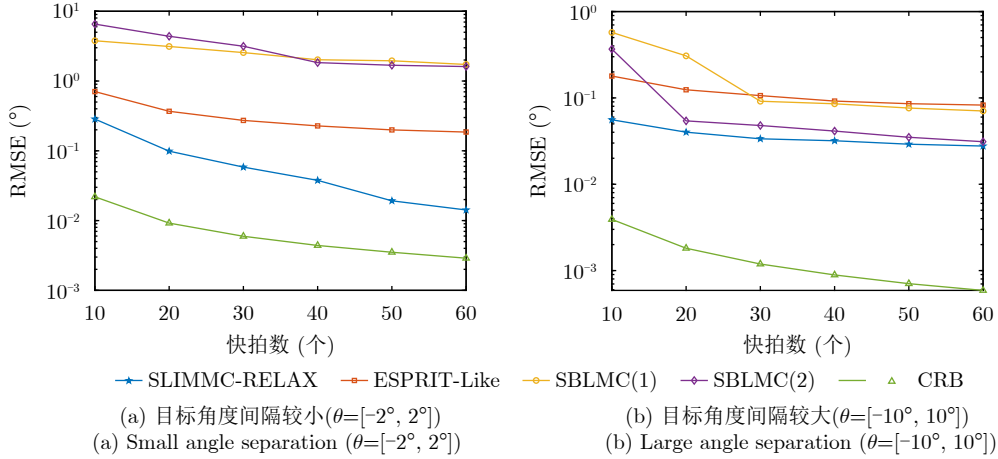


图 11 算法RMSE随快拍数变化图(SNR=10 dB)

Fig. 11 RMSEs versus snapshots (SNR=10 dB)

表 4 算法计算复杂度和运行时间

Tab. 4 Computational complexity and running time for the three algorithms

算法	计算复杂度	运行时间(s)	
		$[-2^\circ, 2^\circ]$	$[-10^\circ, 10^\circ]$
SLIMMC	$O(J^3 + N_t N_r J^2 + N_t^2 N_r^2 J + L N_t N_r J)$	1.3744	1.2526
SBLMC(1)	$O(J^3 + L N_t N_r J^2 + N_t^2 N_r^2 J)$	105.1702	123.9081
SBLMC(2)	$O(J^3 + L N_t N_r J^2 + N_t^2 N_r^2 J)$	37.1674	37.4897
ESPRIT-Like	$O((N_t' N_r' + N_t N_r) N_t' N_r' L + (N_t' N_r')^3 + 2P^2[(N_t' - 1)N_r' + (N_r' - 1)N_t'] + 12P^3)$	0.0551	0.0629

5 结语

本文研究了存在阵列互耦时的MIMO雷达角度估计算法。针对快拍数不足时目标角度估计精度不高的问题，利用目标回波的空域稀疏性，提出了用于MIMO雷达发射和接收阵列互耦校正和角度估计的SLIMMC算法。实验结果表明，所提算法能够有效降低阵列互耦对MIMO雷达角度估计性能的影响，实现未知信源数目条件下基于少量快拍的目标角度高精度估计，且通过利用RELAX算法可以进一步提高算法的角度估计精度。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参考文献

- [1] LI Jian and STOICA P. MIMO Radar Signal Processing[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009. doi: [10.1002/9780470391488](https://doi.org/10.1002/9780470391488).
- [2] HAIMOVICH A, BLUM R, and CIMINI L. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116–129. doi: [10.1109/MSP.2008.4408448](https://doi.org/10.1109/MSP.2008.4408448).
- [3] LI Jian and STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106–114. doi: [10.1109/MSP.2007.904812](https://doi.org/10.1109/MSP.2007.904812).
- [4] 何子述, 程子扬, 李军, 等. 集中式MIMO雷达研究综述[J]. *雷达学报*, 2022, 11(5): 805–829. doi: [10.12000/JR22128](https://doi.org/10.12000/JR22128).
HE Zishu, CHENG Ziyang, LI Jun, *et al.* A survey of collocated MIMO radar[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(5):

- 805–829. doi: [10.12000/JR22128](https://doi.org/10.12000/JR22128).
- [5] 张国鑫, 易伟, 孔令讲. 基于1比特量化的大规模MIMO雷达系统直接定位算法[J]. 雷达学报, 2021, 10(6): 970–981. doi: [10.12000/JR21062](https://doi.org/10.12000/JR21062).
ZHANG Guoxin, YI Wei, and KONG Lingjiang. Direct position determination for massive MIMO system with one-bit quantization[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(6): 970–981. doi: [10.12000/JR21062](https://doi.org/10.12000/JR21062).
- [6] LI Da, TANG Bo, and XUE Lei. Multi-spectrally constrained low-PAPR waveform optimization for MIMO radar space-time adaptive processing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(5): 5097–5110. doi: [10.1109/TAES.2023.3247976](https://doi.org/10.1109/TAES.2023.3247976).
- [7] TANG Bo and STOICA P. MIMO multifunction RF systems: Detection performance and waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 4381–4394. doi: [10.1109/TSP.2022.3202315](https://doi.org/10.1109/TSP.2022.3202315).
- [8] 吴文俊, 唐波, 汤俊, 等. 杂波环境中雷达通信一体化系统波形设计算法研究[J]. 雷达学报, 2022, 11(4): 570–580. doi: [10.12000/JR22105](https://doi.org/10.12000/JR22105).
WU Wenjun, TANG Bo, TANG Jun, *et al.* Waveform design for dual-function radar-communication systems in clutter[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(4): 570–580. doi: [10.12000/JR22105](https://doi.org/10.12000/JR22105).
- [9] 杨婧, 余显祥, 沙明辉, 等. MIMO系统探通一体化信号矩阵设计方法[J]. 雷达学报, 2023, 12(2): 262–274. doi: [10.12000/JR22087](https://doi.org/10.12000/JR22087).
YANG Jing, YU Xianxiang, SHA Minghui, *et al.* Dual function radar and communication signal matrix design method for MIMO system[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(2): 262–274. doi: [10.12000/JR22087](https://doi.org/10.12000/JR22087).
- [10] LIU Chunlin and VAIDYANATHAN P P. Super nested arrays: Linear sparse arrays with reduced mutual coupling—part I: Fundamentals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(15): 3997–4012. doi: [10.1109/TSP.2016.2558159](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2558159).
- [11] ZHENG Zhengzhi, WANG Wenqin, KONG Yangyang, *et al.* MISC array: A new sparse array design achieving increased degrees of freedom and reduced mutual coupling effect[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(7): 1728–1741. doi: [10.1109/TSP.2019.2897954](https://doi.org/10.1109/TSP.2019.2897954).
- [12] YAN Hangqi, WANG Yuexian, WANG Ling, *et al.* Design of nonredundant sparse planar arrays with reduced mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(2): 1272–1283. doi: [10.1109/TAES.2023.3337216](https://doi.org/10.1109/TAES.2023.3337216).
- [13] AMANI N, JANSEN F, FILIPPI A, *et al.* Sparse automotive MIMO radar for super-resolution single snapshot DOA estimation with mutual coupling[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 146822–146829. doi: [10.1109/ACCESS.2021.3122967](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3122967).
- [14] LIU Xiaoli and LIAO Guisheng. Direction finding and mutual coupling estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(2): 517–522. doi: [10.1016/j.sigpro.2011.08.017](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2011.08.017).
- [15] ZHENG Zhidong, ZHANG Jin, and ZHANG Jianyun. Joint DOD and DOA estimation of bistatic MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(12): 3039–3048. doi: [10.1016/j.sigpro.2012.06.013](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.06.013).
- [16] XU Yang and ZHENG Zhi. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2023, 42(4): 2468–2479. doi: [10.1007/s00034-022-02201-5](https://doi.org/10.1007/s00034-022-02201-5).
- [17] TIAN Ye, WANG Ran, CHEN Hua, *et al.* Real-valued DOA estimation utilizing enhanced covariance matrix with unknown mutual coupling[J]. *IEEE Communications Letters*, 2022, 26(4): 912–916. doi: [10.1109/LCOMM.2022.3148260](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2022.3148260).
- [18] 杨康, 文方青, 黄冬梅, 等. 基于实值三线性分解的互耦条件下双基地MIMO雷达角度估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(2): 314–321. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12).
YANG Kang, WEN Fangqing, HUANG Dongmei, *et al.* Real-value-based trilinear decomposition based direction estimation algorithm for bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(2): 314–321. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12).
- [19] WANG Xianpeng, MENG Dandan, HUANG Mengxing, *et al.* Reweighted regularized sparse recovery for DOA estimation with unknown mutual coupling[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(2): 290–293. doi: [10.1109/LCOMM.2018.2884457](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2018.2884457).
- [20] ROCCA P, HANNAN M A, SALUCCI M, *et al.* Single-snapshot DOA estimation in array antennas with mutual coupling through a multiscale BCS strategy[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(6): 3203–3213. doi: [10.1109/TAP.2017.2684137](https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2684137).
- [21] HAWES M, MIHAYLOVA L, SEPTIER F, *et al.* Bayesian compressive sensing approaches for direction of arrival estimation with mutual coupling effects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(3): 1357–1368. doi: [10.1109/TAP.2017.2655013](https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2655013).
- [22] CHEN Peng, CAO Zhenxin, CHEN Zhimin, *et al.* Off-grid DOA estimation using sparse Bayesian learning in MIMO radar with unknown mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(1): 208–220. doi: [10.1109/TSP.2018.2881663](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2881663).
- [23] FRIEDLANDER B and WEISS A J. Direction finding in the presence of mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1991, 39(3): 273–284. doi: [10.1109/3.71711](https://doi.org/10.1109/3.71711).

- 1109/8.76322.
- [24] ZHOU Jianxiong, ZHU Rongqiang, and LI Haorun. Mutual coupling compensation for compact MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2022, 70(7): 6018–6023. doi: [10.1109/TAP.2022.3161333](https://doi.org/10.1109/TAP.2022.3161333).
- [25] ZHU Jingjing, ZHU Shengqi, XU Jingwei, *et al.* Adaptive detectors for FDA-MIMO radar with unknown mutual coupling[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2023, 30: 1437–1441. doi: [10.1109/LSP.2023.3321555](https://doi.org/10.1109/LSP.2023.3321555).
- [26] LIU Long, ZHANG Hu, LAN Lan, *et al.* Joint range and angle estimation by FDA-MIMO radar with unknown mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 3669–3683. doi: [10.1109/TAES.2022.3230383](https://doi.org/10.1109/TAES.2022.3230383).
- [27] XU Luzhou, ZHAO Kexin, LI Jian, *et al.* Wideband source localization using sparse learning via iterative minimization[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(12): 3504–3514. doi: [10.1016/j.sigpro.2013.04.005](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.04.005).
- [28] ZHANG Kun and SHUI Penglang. Estimation of complex high-resolution range profiles of ships by sparse recovery iterative minimization method[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(5): 3042–3056. doi: [10.1109/TAES.2021.3068431](https://doi.org/10.1109/TAES.2021.3068431).
- [29] WU Chaoyi, REN Jiaying, TAN F W, *et al.* Computationally efficient implementation of SLIM for parameter estimation in few-bit PMCW MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Radar Systems*, 2023, 1: 339–352. doi: [10.1109/TRS.2023.3284297](https://doi.org/10.1109/TRS.2023.3284297).
- [30] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2013. ZHANG Xianda. Matrix Analysis and Applications [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.
- [31] WU Jinlong, WEN Fangqing, and SHI Junpeng. Direction finding in bistatic MIMO radar with direction-dependent mutual coupling[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(7): 2231–2234. doi: [10.1109/LCOMM.2021.3072310](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2021.3072310).
- [32] LI Jian and STOICA P. Efficient mixed-spectrum estimation with applications to target feature extraction[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(2): 281–295. doi: [10.1109/78.485924](https://doi.org/10.1109/78.485924).
- [33] WU Chaoyi, ZHANG Tianyi, LI Jian, *et al.* Parameter estimation in PMCW MIMO radar systems with few-bit quantized observations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 810–821. doi: [10.1109/TSP.2022.3146790](https://doi.org/10.1109/TSP.2022.3146790).

作者简介

肖 炯，硕士生，主要研究方向为雷达信号处理。

唐 波，博士，教授。主要研究方向为雷达信号处理、通信信号处理和阵列信号处理等。

王 海，博士，教授。主要研究方向为雷达与雷达对抗等。

(责任编辑：高山流水)