有限视距多传感器集群目标可扩展跟踪方法

张栩琪*① 周 彬① 刘海琪② 廖 骥① 刘永旭① 杨 光①
①(电子信息控制重点实验室 成都 610036)
②(四川大学数学学院 成都 610065)

摘要：在实际应用中，单传感器的视距、计算资源通常是有限的，多传感器网络的发展和应用为解决具有挑战性的目标跟踪问题提供了更多的可能性。相比于多目标跟踪，集群目标跟踪由于群内目标距离近、协同运动、数目多以及集群分裂合并等因素，会面临更具挑战性的数据关联和计算上的问题，而这些问题在多传感器融合系统中会进一步复杂化。针对有限视距情形下的多传感器集群目标跟踪问题，该文提出了一种可扩展的多传感器集群目标信念传播跟踪方法。该方法在贝叶斯框架下考虑集群结构的不确定性，构建多传感器集群目标联合后验概率密度分解和相应的因子图，以及通过在设计的因子图上运行信念传播算法高效求解数据关联问题。此外，该方法具有计算处理可扩展性，其计算复杂度与传感器数目、集群划分数目和观测数目呈线性关系，与目标数目呈二次关系。最后，仿真实验对比了不同方法关于GOSPA和OSPA$^{(2)}$的性能，结果表明所提方法能够无缝跟踪集群目标和非群目标、充分利用多传感器信息互补优势、提升跟踪精度。

关键词：多传感器融合；有限视距；集群目标跟踪；可扩展性；信念传播
中图分类号：TN957 **文献标识码**：A **文章编号**：2095-283X(2024)06-1220-19
DOI: 10.12000/JR24054

引用格式：张栩琪, 周彬, 刘海琪, 等. 有限视距多传感器集群目标可扩展跟踪方法[J]. 雷达学报(中英文), 2024, 13(6): 1220–1238. doi: 10.12000/JR24054.

Reference format: ZHANG Xuqi, ZHOU Bin, LIU Haiqi, *et al.* A scalable method for group target tracking using multisensor with limited field of views[J]. *Journal of Radars*, 2024, 13(6): 1220–1238. doi: 10.12000/JR24054.

A Scalable Method for Group Target Tracking Using Multisensor with Limited Field of Views

ZHANG Xuqi*① ZHOU Bin① LIU Haiqi② LIAO Ji①
LIU Yongxu① YANG Guang①
①(*Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory*, *Chengdu* 610036, *China*)
②(*School of Mathematics*, *Sichuan University*, *Chengdu* 610065, *China*)

Abstract: In practical applications, the field of view and computation resources of an individual sensor are limited, and the development and application of multisensor networks provide more possibilities for solving challenging target tracking problems. Compared with multitarget tracking, group target tracking encounters more challenging data association and computation problems due to factors such as the proximity of targets within groups, coordinated motions, a large number of involved targets, and group splitting and merging, which will be further complicated in the multisensor fusion systems. For group target trackingunder sensors with limited field of view, we propose a scalable multisensor group target tracking method via belief propagation. Within the Bayesian framework, the method considers the uncertainty of the group structure, constructs the

收稿日期：2024-03-29；改回日期：2024-05-25；网络出版：2024-06-27
*通信作者： 张栩琪 502671142@qq.com *Corresponding Author: ZHANG Xuqi, 502671142@qq.com
基金项目：国家部委基金
Foundation Item: The National Ministries Foundation
责任主编：易伟 Corresponding Editor: YI Wei

©The Author(s) 2024. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License
(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

decomposition of the joint posterior probability density of the multisensor group targets and corresponding factor graph, and efficiently solves the data association problem by running belief propagation on the devised factor graph. Furthermore, the method has excellent scalability and low computational complexity, scaling linearly only on the numbers of sensors, preserved group partitions, and sensor measurements, and scaling quadratically on the number of targets. Finally, simulation experiments compare the performance of different methods on GOSPA and OSPA$^{(2)}$, which verify that the proposed method can seamlessly track grouped and ungrouped targets, fully utilize the complementary information among sensors, and improve tracking accuracy.

Key words: Multisensor fusion; Limited field of view; Group target tracking; Scalability; Belief propagation

1　引言

目标跟踪具有重要理论意义和广泛应用背景，其目的是希望利用传感器获得的带噪声观测数据估计目标当前状态，或者进一步预测未来的状态。随着雷达、红外、声呐和光学等各类传感器的发展和普及，目标跟踪技术已广泛应用于防空反导、探测预警和态势感知等军事领域[1−4]以及自动驾驶和计算机视觉等民用领域[5,6]。

根据目标数目的多少，可将目标跟踪问题划分为单目标跟踪和多目标跟踪(Multi-Target Tracking, MTT)。单目标跟踪的关键问题是滤波估计，而MTT的关键问题是数据关联，即传感器观测数据进行同源划分的决策过程[7]，其计算复杂度与目标、观测或传感器数目密切相关，其中代表性的方法有最近邻[8]、联合概率数据关联[1]、多假设跟踪[9]和基于随机有限集的方法等[10]。随着科学技术的发展和应用需求的变化、目标及环境复杂性的增加，跟踪场景日益复杂。2010年以来，因子图和信念传播算法为解决可扩展的数据关联问题提供了新的思路，实现了算法计算复杂度在目标、观测和传感器数目等参数上具有较低的阶次[11−21]。在贝叶斯框架下，该类方法利用随机变量间的独立性对感兴趣的目标状态及其他随机变量的联合后验概率密度进行分解，通过因子图表示复杂概率模型中的变量和因子之间的关系，因子指的是描述变量之间的依赖关系或概率分布的函数；然后在设计的因子图上运行信念传播算法高效计算感兴趣的随机变量的边际后验概率密度函数或概率质量函数的近似[12]。目前，大多数信念传播跟踪方法是在MTT问题背景下从不同角度提出的，例如：未知目标数目的可扩展MTT方法[12,13]、机动MTT方法[14,15]、分布式协同自定位与MTT方法[16]和传感器系统偏差估计方法[17]。另外，信念传播算法也被集成到一些基于随机集的MTT方法中用于提升计算效率[12,18]。

集群目标作为多目标的一种特殊情形，通常指多个协同运动的目标组成的运动群体，在空间上密集分布，而且随着时间的变化，群内目标数目可能发生变化，并且可能发生集群分裂、合并等现象[22−24]，例如飞行器编队和舰艇编队等。相比于MTT情形，集群目标跟踪不仅存在目标数目未知、杂波、漏检、数据关联的不确定性等难点，而且由于群内几乎所有目标都可以关联上该群在传感器后续扫描中产生的任何观测，会面临更为严重的关联模糊性。常用的MTT算法难以处理该问题，会发生频繁的航迹混批等现象[22,23]。准确的集群结构估计是影响集群目标跟踪算法性能的关键。将多个目标划分为群实际上是经典的集合划分问题，所有可能的集群划分数目是基数为目标数目的贝尔数，该数目随着目标规模的扩大会变得相当大，造成沉重的计算负担。早期的集群目标跟踪方法研究可追溯至20世纪90年代，如多假设跟踪框架下的聚类跟踪方法[25]，结合演化图网络模型描述集群结构演化的集群目标跟踪方法[26]。随着随机集方法的发展，一种改进的势概率假设密度滤波方法可用于处理集群目标跟踪问题[27]。最近，一种联合优化集群划分和数据关联的群目标跟踪方法[23]将多假设跟踪方法拓展到集群结构多假设跟踪方法。另外，在信念传播算法框架下，一种群目标期望最大化-信念传播算法[20]被提出用于跟踪目标数目和群结构已知的单个协同运动群目标，但未考虑集群分裂和合并等情形。随后，一种单传感器集群目标信念传播跟踪方法[21]将信念传播算法拓展到目标数目和集群结构未知的情形。其他一些关于集群运动建模的研究工作可参考文献[10,28,29]。

在实际应用中，单传感器的感知能力和计算资源等通常是有限的。得益于通信和传感器技术的快速发展，由多个传感器组成的探测网络(例如多雷达或多星组网系统)能够在时空上提供更多的信息，为解决具有挑战性的目标跟踪问题提供了更多的可能性[4,30−32]。本质上，多传感器数据关联问题是NP-hard多维分配问题[25]，其计算复杂度随着目标、观测或传感器数目的增加而急剧增长，而且群内目标密集分布等因素会进一步加剧多传感器数据关联面临的关联模糊性。得益于信念传播算法在估

计精度、计算复杂度和算法框架灵活性方面的优势，本文在单传感器集群目标信念传播跟踪方法[21]基础上进一步考虑传感器视距范围有限情形下的多传感器集群目标跟踪问题，提出了一种可扩展的多传感器集群目标信念传播跟踪方法。具体地，该方法考虑集群结构的不确定性，构建多传感器集群目标联合后验概率密度分解和因子图描述，使用信念传播算法高效求解数据关联问题，实现多传感器集群目标可扩展关联融合跟踪。仿真测试结果验证了本文方法的有效性，能够充分利用多传感器互补信息，提升集群目标跟踪精度。

2 信念传播算法与问题描述

2.1 因子图与信念传播算法

假设一个联合后验概率密度函数$p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z})$可以分解为如下形式[12]：

$$p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z}) \propto \prod_{\phi} p_{\phi}\left(\boldsymbol{x}_{\phi}\right) \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{x}$是所有随机向量$\boldsymbol{x}^{(i)}$的堆叠向量，$p_{\phi}(\cdot)$是$p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z})$因式分解获得的概率密度函数，$\boldsymbol{x}_{\phi}$是$p_{\phi}(\cdot)$中涉及的随机向量$\boldsymbol{x}^{(i)}$的堆叠向量。注意，不同的$\boldsymbol{x}_{\phi}$中可能包含相同的$\boldsymbol{x}^{(i)}$。上述因式分解可通过因子图模型描述[12]，随机向量$\boldsymbol{x}^{(i)}$和函数$p_{\phi}(\cdot)$通常被称为变量节点和因子节点，分别使用i和ϕ表示。令$\mathcal{V}$和$\mathcal{F}$分别为因子图中所有变量节点i和因子节点ϕ的集合。当且仅当$p_{\phi}(\boldsymbol{x}_{\phi})$中涉及$\boldsymbol{x}^{(i)}$时，变量节点$i$和因子节点$\phi$存在边相连接。令$\mathcal{F}_i$和$\mathcal{V}_{\phi}$分别表示因子图中与变量节点$i$相连的所有因子节点的集合，以及与因子节点$\phi$相连的所有变量节点的集合。

根据$p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z})$的因式分解式(1)设计对应的因子图，运行信念传播算法计算节点的信息、并将节点信息传递给连接的节点，能够高效地逼近随机变量的边际分布。具体地，假设变量节点i与因子节点ϕ相连，则从变量节点i传递给因子节点ϕ的信息$\varphi_{\phi\to i}(\boldsymbol{x}^{(i)})$，以及从因子节点$\phi$传递给变量节点$i$的信息$v_{i\to\phi}(\boldsymbol{x}^{(i)})$计算如下[12]：

$$\varphi_{\phi\to i}\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right)=\int p_{\phi}\left(\boldsymbol{x}_{\phi}\right) \prod_{i'\in\mathcal{V}_{\phi}\backslash i} v_{i'\to\phi}\left(\boldsymbol{x}^{(i')}\right) \mathrm{d}\left(\boldsymbol{x}_{\phi}\backslash\boldsymbol{x}^{(i)}\right),$$
$$v_{i\to\phi}\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right)=\prod_{\phi'\in\mathcal{F}_i\backslash\phi} \varphi_{\phi'\to i}\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right) \tag{2}$$

其中，符号“$\to$”表示信息从一个节点传递到另一个节点的方向，积分$\int\cdot\,\mathrm{d}(\boldsymbol{x}_{\phi}\backslash\boldsymbol{x}^{(i)})$表示关于$\boldsymbol{x}_{\phi}$中除$\boldsymbol{x}^{(i)}$以外的其他变量积分。最后，变量节点$i$的信念$\tilde{p}(\boldsymbol{x}^{(i)})$可通过所有传递给该节点的信息的乘积获得

$$\tilde{p}\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right)=C\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right) \prod_{\phi\in\mathcal{F}(i)} \varphi_{\phi\to i}\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right) \tag{3}$$

其中，$C(\boldsymbol{x}^{(i)})$是使得$\int\tilde{p}(\boldsymbol{x}^{(i)})\mathrm{d}\boldsymbol{x}^{(i)}=1$的归一化常数，信念$\tilde{p}(\boldsymbol{x}^{(i)})$提供了边际后验概率密度$p(\boldsymbol{x}^{(i)}|\boldsymbol{z})$的近似。

2.2 问题描述

本文考虑融合中心处接收并处理来自局部传感器获得的观测信息，然后形成航迹，其中每个局部传感器具有不同的视距范围且视场有限，并且无法观测到其视距外的目标。不失一般性，假设一共有S个传感器，$\mathcal{S}:=\{1,2,\cdots,S\}$是局部传感器的索引集合。令$\mathrm{Fov}_s$表示传感器$s$的视距范围，以及示性函数$I_{\mathrm{Fov}_s}(\boldsymbol{x})=1$当且仅当目标$\boldsymbol{x}$的位置在传感器$s$的视距范围内，否则$I_{\mathrm{Fov}_s}(\boldsymbol{x})=0$。

当融合中心在k时刻处理来自传感器s的观测时，可将潜在的目标区分为两类[12,21]：新生目标(即k时刻处理传感器s的观测新检测到的目标)和存活目标(即在k时刻处理传感器s的观测之前已出现、并且存活至此时的目标)，而两类目标的数目是未知的。具体地，假设融合中心在k时刻接收到来自传感器s的$m_{k,s}$个观测，其堆叠向量为$\boldsymbol{z}_{k,s}:=[\boldsymbol{z}_{k,s}^{(1)\mathrm{T}}\ \boldsymbol{z}_{k,s}^{(2)\mathrm{T}}\cdots\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m_{k,s})\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$(\cdot)^{\mathrm{T}}$表示向量或矩阵转置。通常假设任意时刻$k$，传感器$s$产生的观测是无序的，并且一个目标由传感器$s$最多可以产生一个观测，以及传感器$s$产生的每个观测只能源于一个目标或者源于一个杂波。为了处理k时刻从传感器s传输的观测中新检测到的目标，考虑引入$m_{k,s}$个新生目标状态向量$\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}$，$m=1,2,\cdots,m_{k,s}$，其中每个$\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}$对应了相应的观测$\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}$，以及令$\bar{r}_{k,s}^{(m)}\in\{0,1\}$表示对应新生目标的存在变量，$\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(m)}:=[\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(m)\mathrm{T}}\ \bar{r}_{k,s}^{(m)}]^{\mathrm{T}}$为对应的增广状态向量。如果$\bar{r}_{k,s}^{(m)}=1$，则观测$\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}$由新生目标$\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}$产生。记$\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}:=[\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(1)\mathrm{T}}\ \bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(2)\mathrm{T}}\cdots\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m_{k,s})\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}:=[\bar{r}_{k,s}^{(1)}\ \bar{r}_{k,s}^{(2)}\cdots\bar{r}_{k,s}^{(m_{k,s})}]^{\mathrm{T}}$和$\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}:=[\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(1)\mathrm{T}}\ \bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(2)\mathrm{T}}\cdots\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(m_{k,s})\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$分别为融合中心在处理$k$时刻传感器$s$的观测时所有新生目标的状态向量、相应的存在变量和增广状态向量的堆叠向量。令$\boldsymbol{z}_k:=[\boldsymbol{z}_{k,1}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{z}_{k,2}^{\mathrm{T}}\cdots\boldsymbol{z}_{k,S}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和$\bar{\boldsymbol{y}}_k:=[\bar{\boldsymbol{y}}_{k,1}^{\mathrm{T}}\ \bar{\boldsymbol{y}}_{k,2}^{\mathrm{T}}\cdots\bar{\boldsymbol{y}}_{k,S}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$分别为$k$时刻所有传感器的观测和新生目标增广状态向量的堆叠向量。

另外，假设融合中心在k时刻还未处理传感器观测时，一共有n_k个存活目标，令$\underline{\boldsymbol{x}}_k=[\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(1)\mathrm{T}}\ \underline{\boldsymbol{x}}_k^{(2)\mathrm{T}}\cdots\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(n_k)\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\underline{\boldsymbol{r}}_k=[\underline{r}_k^{(1)}\ \underline{r}_k^{(2)}\cdots\underline{r}_k^{(n_k)}]^{\mathrm{T}}$和$\underline{\boldsymbol{y}}_k=[\underline{\boldsymbol{y}}_k^{(1)\mathrm{T}}\ \underline{\boldsymbol{y}}_k^{(2)\mathrm{T}}\cdots\underline{\boldsymbol{y}}_k^{(n_k)\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$分别表示这些目标的状态向量、存在变量和增广状态向量的堆叠向量，其中$\underline{\boldsymbol{y}}_k^{(i)}:=[\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(i)\mathrm{T}},\underline{r}_k^{(i)}]^{\mathrm{T}}$，$k$时刻传感器观测个数的堆叠

向量为$\boldsymbol{m}_k=[m_{k,1}\ m_{k,2}\ \cdots\ m_{k,S}]^{\mathrm{T}}$。在集群目标跟踪问题中，集群结构描述了不同目标之间的联系，对于准确地描述集群目标状态转移和提升数据关联正确率是至关重要的[23,26,28]。本文约定在任意时刻，只考虑当前已确认的存活目标的集群结构，并且假设在每种可能的集群结构中，每个已确认的存活目标至多只能被划分给一个群。为了便于描述，引入集群划分变量$\underline{\boldsymbol{g}}_k:=[\underline{g}_k^{(1)}\ \underline{g}_k^{(2)}\ \cdots\ \underline{g}_k^{(n_k)}]^{\mathrm{T}}$表示存活目标$\underline{\boldsymbol{x}}_k$的集群结构。对于未确认的存活目标，本文约定使用$\underline{g}_k^{(i)}:=0$来表示其群索引。此外，约定使用零向量$\bar{\boldsymbol{g}}_k$来表示$k$时刻所有新生目标的群索引以及$\boldsymbol{g}_k:=[\underline{\boldsymbol{g}}_k^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{g}}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，例如图1给出了6个目标的一些可能的集群划分，其中目标1—目标4是已确认的存活目标，目标5是未确认的存活目标，目标6是新生目标，其他类似的一些群结构建模可参考文献[23,26,28]。

当融合中心在k时刻处理传感器s的观测时，令$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}$，$i\in\{1,2,\cdots,n_{k,s}\}$表示存活目标状态变量(包括目标的位置和其他一些信息，例如速度和加速度等)，这些目标要么在$k'<k$时刻被检测到，要么在k时刻被传感器$s'<s$检测到。类似地，$\underline{r}_{k,s}^{(i)}\in\{0,1\}$是对应$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}$的存在变量，以及$\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(i)}:=[\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)\mathrm{T}},\underline{r}_{k,s}^{(i)}]^{\mathrm{T}}$是对应的增广状态向量。记$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}:=[\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(1)\mathrm{T}}\ \underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(2)\mathrm{T}}\ \cdots\ \underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(n_{k,s})\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}:=[\underline{r}_{k,s}^{(1)}\ \underline{r}_{k,s}^{(2)}\ \cdots\ \underline{r}_{k,s}^{(n_{k,s})}]^{\mathrm{T}}$和$\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}:=[\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(1)\mathrm{T}}\ \underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(2)\mathrm{T}}\ \cdots\ \underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(n_{k,s})\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$分别为融合中心在处理$k$时刻传感器$s$的观测时所有存活目标的状态向量、相应的存在变量和增广状态向量的堆叠向量。值得注意的是，当前时刻的新生目标在融合中心处理下一时刻的传感器观测或同一时刻中下一传感器观测时转变为存活目标，故有$\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}=\boldsymbol{y}_{k,s-1}=[\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s-1}^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s-1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和$n_{k,s}=n_{k,s-1}+m_{k,s-1}$。特别地，当$s=1$时，有$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,1}=\underline{\boldsymbol{x}}_k$，$\underline{\boldsymbol{r}}_{k,1}=\underline{\boldsymbol{r}}_k$，$\underline{\boldsymbol{y}}_{k,1}=\underline{\boldsymbol{y}}_k$和$n_{k,1}=n_k$。在处理完$k$时刻所有传感器观测后，可得$k$时刻所有潜在目标增广状态的堆叠向量$\boldsymbol{y}_k:=[\underline{\boldsymbol{y}}_{k,S}^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{y}}_{k,S}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=[\underline{\boldsymbol{y}}_k^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{y}}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和目标数目：

$$n_{k+1}=n_{k,S}+m_{k,S}=n_k+\sum_{s=1}^{S}m_{k,s}\tag{4}$$

从式(4)可以看出，潜在目标的数目会随着传感器观测的累积而增加，本文约定在任意时刻算法至多考虑维持的最大目标数为$N_{\max}$，并在每个时刻算法结束后执行剪枝步骤以删除不可能的潜在目标，从而实现航迹管理功能。此外，若一个潜在目标的存在概率超过一个给定的阈值，那么该目标航迹被确认和输出。对于存活目标和观测之间未知的数据关联，可由如下面向目标的关联向量$\boldsymbol{a}_{k,s}:=[a_{k,s}^{(1)}\ a_{k,s}^{(2)}\ \cdots\ a_{k,s}^{(n_{k,s})}]^{\mathrm{T}}$和面向观测的关联向量$\boldsymbol{b}_{k,s}:=[b_{k,s}^{(1)}\ b_{k,s}^{(2)}\ \cdots\ b_{k,s}^{(m_{k,s})}]^{\mathrm{T}}$描述，以及记$\boldsymbol{a}_k:=[\boldsymbol{a}_{k,1}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{a}_{k,2}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{a}_{k,S}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{b}_k:=[\boldsymbol{b}_{k,1}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{b}_{k,2}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{b}_{k,S}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。

$$a_{k,s}^{(i)}:=\begin{cases}m\in\{1,2,\cdots,m_{k,s}\}, & \text{如果}\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\text{产生}\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\\ 0, & \text{如果}\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\text{未产生观测}\end{cases}\tag{5}$$

$$b_{k,s}^{(m)}:=\begin{cases}i\in\{1,2,\cdots,n_{k,s}\}, & \text{若观测}\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\text{是由}\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\text{产生}\\ 0, & \text{若观测}\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\text{不是由目标产生}\end{cases}\tag{6}$$

3　集群目标多传感器可扩展关联融合跟踪方法

3.1　多传感器集群目标联合后验概率密度分解和因子图描述

记初始时刻累积至k时刻的增广状态向量、集群划分索引变量、面向目标的关联向量、面向观测的关联向量、观测向量和观测数目的堆叠向量分别为$\boldsymbol{y}_{1:k}:=[\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{y}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{g}_{1:k}:=[\boldsymbol{g}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{g}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{g}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{a}_{1:k}:=[\boldsymbol{a}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{a}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{a}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{b}_{1:k}:=[\boldsymbol{b}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{b}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{b}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{z}_{1:k}:=[\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{m}_{1:k}:=[\boldsymbol{m}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{m}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{m}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。在目标跟踪领域中一些常用的基本假设下[12,21]，随后将给出联合后验密度$p(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k})$的具体表达式。假设给定所有目标的状态向量$\boldsymbol{x}_k$时，$k$时刻

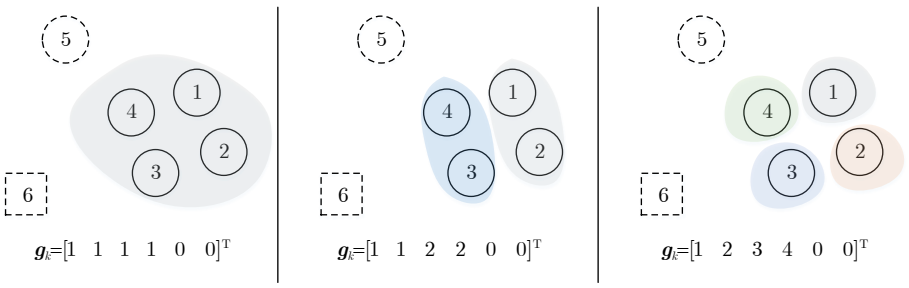


图 1 集群划分变量示意

Fig. 1 Examples of the group partition variable

的观测$\boldsymbol{z}_k$和其他时刻$k'\neq k$的观测$\boldsymbol{z}_{k'}$和目标状态$\boldsymbol{x}_{k'}$条件独立。根据贝叶斯公式和链式法则，可得$p(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k})$计算如下：

$$\begin{aligned}&p\left(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k}\right)\\&\quad=p\left(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k},\boldsymbol{m}_{1:k}\right)\\&\quad\propto p\left(\boldsymbol{z}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k},\boldsymbol{m}_{1:k},\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k}\right)\\&\quad=\prod_{k'=1}^{k}p\left(\boldsymbol{z}_{k'},\boldsymbol{a}_{k'},\boldsymbol{b}_{k'},\boldsymbol{m}_{k'},\boldsymbol{y}_{k'},\boldsymbol{g}_{k'}|\boldsymbol{y}_{k'-1},\boldsymbol{g}_{k'-1}\right)\end{aligned}\tag{7}$$

其中，

$$\begin{aligned}&p\left(\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{a}_k,\boldsymbol{b}_k,\boldsymbol{m}_k,\boldsymbol{y}_k,\boldsymbol{g}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1}\right)\\&\quad=p\left(\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{a}_k,\boldsymbol{b}_k,\boldsymbol{m}_k,\bar{\boldsymbol{y}}_k,\bar{\boldsymbol{g}}_k|\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)\\&\quad\cdot p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1}\right)\end{aligned}\tag{8}$$

从式(8)可知，只需计算等式右边的两项即可获得联合后验概率密度的递推计算表达式，具体推导过程在附录A、附录B中给出。因此，可得多传感器集群目标联合后验概率密度$p(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k})$的因式分解为如下：

$$\begin{aligned}p\left(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k}\right)\propto&\prod_{k'=1}^{k}\left(p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k'}|\underline{\boldsymbol{g}}_{k'},\boldsymbol{y}_{k'-1}\right)p\left(\underline{\boldsymbol{g}}_{k'}|\boldsymbol{y}_{k'-1}\right)\right)\prod_{s=1}^{S}\left(\left(\prod_{i=1}^{n_{k',s}}\prod_{m=1}^{m_{k',s}}\Psi_{k',s}^{i,m}\left(a_{k',s}^{(i)},b_{k',s}^{(m)}\right)\right)\right.\\&\cdot\left(\prod_{i\in\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k',s}}}\frac{\underline{r}_{k',s}^{(i)}I_{\mathrm{Fov}_s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(i)}\right)p_{\mathrm{d},s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(i)}\right)f_s\left(\boldsymbol{z}_{k',s}^{\left(a_{k',s}^{(i)}\right)}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(i)}\right)}{\mu_{\mathrm{c},s}f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k',s}^{\left(a_{k',s}^{(i)}\right)}\right)}\right)\\&\cdot\left(\prod_{i'\notin\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k',s}},\,i'\in\{1,2,\cdots,n_{k',s}\}}\left(1-\underline{r}_{k',s}^{(i')}I_{\mathrm{Fov}_s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(i')}\right)p_{\mathrm{d},s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(i')}\right)\right)\right)\\&\cdot\left(\prod_{m'\in\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k',s}}}\frac{\mu_{\mathrm{b},s}f_{\mathrm{b},s}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(m')}\right)f_s\left(\boldsymbol{z}_{k',s}^{(m')}|\bar{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(m')}\right)}{\mu_{\mathrm{c},s}f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k',s}^{(m')}\right)}\right)\cdot\left.\prod_{m'\notin\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k',s}},m'\in\{1,2,\cdots,m_{k',s}\}}f_{\mathrm{d}}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(m')}\right)\right)\end{aligned}\tag{9}$$

其中，$p_{\mathrm{d},s}(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)})$是传感器$s$视距内目标$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}$的检测概率，$f_s(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)})$是观测$\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}$源于存活目标$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}$的似然，$f_{\mathrm{c},s}(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)})$是杂波观测密度，$f_{\mathrm{b},s}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)})$是新生目标的先验概率密度，$f_{\mathrm{d}}(\cdot)$是不存在目标的虚假概率密度[12]，$\mu_{\mathrm{c},s}$和$\mu_{\mathrm{b},s}$分别是杂波观测数目和新生目标数目所服从泊松分布的均值，$\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k,s}}:=\{i\in\{1,2,\cdots,n_{k,s}\}:\underline{r}_{k,s}^{(i)}=1,\ a_{k,s}^{(i)}\neq 0\}$和$\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}}:=\{m\in\{1,2,\cdots,m_{k,s}\}:\bar{r}_{k,s}^{(m)}=1\}$分别是$k$时刻被检测到的存活目标和新生目标的索引集合，以及示性函数$\Psi_{k,s}^{i,m}(a_{k,s}^{(i)},b_{k,s}^{(m)})$定义如下：

$$\Psi_{k,s}^{i,m}(a_{k,s}^{(i)},b_{k,s}^{(m)}):=\begin{cases}0, & a_{k,s}^{(i)}=m,b_{k,s}^{(m)}\neq i\ \text{或}\ b_{k,s}^{(m)}=i,a_{k,s}^{(i)}\neq m\\1, & \text{其他}\end{cases}\tag{10}$$

注1．与文献[12,21]相比，本文考虑传感器视距范围有限情形，式(9)中$p_{\mathrm{d},s}(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)})$乘以示性函数$I_{\mathrm{Fov}_s}(\cdot)$反映了传感器检测概率受限于视距范围。另外，从式(10)定义看出，若存在目标和观测使得$a_{k,s}^{(i)}=m,\ b_{k,s}^{(m)}\neq i$ 或 $b_{k,s}^{(m)}=i,\ a_{k,s}^{(i)}\neq m$，即第$i$个目标关联上第$m$个观测、但第$m$个观测未分配给第$i$个目标，则$\Psi_{k,s}^{i,m}(a_{k,s}^{(i)},b_{k,s}^{(m)})=0$，从而导致$p(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k})=0$。因此，该示性函数能够确保满足关联一致性约束，即在任意传感器s，关联向量$\boldsymbol{a}_{k,s}$和$\boldsymbol{b}_{k,s}$满足一个目标至多关联一个观测、一个观测至多关联一个目标。另外，从数据关联的角度而言，$\boldsymbol{a}_{k,s}$和$\boldsymbol{b}_{k,s}$是冗余的，其中一个被确定，则另一个也随之确定。由于关联一致性约束，关联向量$\boldsymbol{a}_{k,s}$中所有分量是耦合的，在使用信念传播算法计算节点间传递的信息时可能涉及对高维离散型变量的边际积分，通过引入$\boldsymbol{b}_{k,s}$能够将关联简化为直接对关联向量的每一维分量进行积分(参考式(19)、式(20)的计算)，从而能够提升算法计算处理可扩展性[12,21]。

记函数$q(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{r}_{k,s}^{(i)},a_{k,s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k,s})$和$v(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)},b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)})$为

$$q\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{r}_{k,s}^{(i)},a_{k,s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k,s}\right):=\begin{cases}I\left(a_{k,s}^{(i)}\right), & \underline{r}_{k,s}^{(i)}=0\\\dfrac{I_{\mathrm{Fov}_s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)p_{\mathrm{d},s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)f_s\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{\left(a_k^{(i)}\right)}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)}{\mu_{\mathrm{c},s}f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{\left(a_k^{(i)}\right)}\right)}, & \underline{r}_{k,s}^{(i)}=1,\ a_k^{(i)}\neq 0\\1-I_{\mathrm{Fov}_s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)p_{\mathrm{d},s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right), & \underline{r}_{k,s}^{(i)}=1,\ a_{k,s}^{(i)}=0\end{cases}\tag{11}$$

$$v\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)},b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\right):=\begin{cases} f_{\mathrm{d}}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}\right), & \bar{r}_{k,s}^{(m)}=0 \\ \dfrac{\mu_{\mathrm{b},s}f_{\mathrm{b},s}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}\right)f_{s}\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}|\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}\right)}{\mu_{\mathrm{c},s}f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\right)}, & \bar{r}_{k,s}^{(m)}=1,\ b_{k,s}^{(m)}=0 \\ 0, & \bar{r}_{k,s}^{(m)}=1,\ b_{k,s}^{(m)}\neq 0 \end{cases} \tag{12}$$

其中，示性函数$I(a_{k,s}^{(i)})=1$当且仅当$a_{k,s}^{(i)}=0$，否则$I(a_{k,s}^{(i)})=0$。如式(11)、式(12)所示，函数$q(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{r}_{k,s}^{(i)},a_{k,s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k,s})$和$v(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)},b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)})$可分别视为目标检测与杂波观测的似然比以及新生目标与杂波观测的似然比。因此，$p(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k})$可简写为

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{y}_{1:k},\boldsymbol{g}_{1:k},\boldsymbol{a}_{1:k},\boldsymbol{b}_{1:k}|\boldsymbol{z}_{1:k}) \propto & \prod_{k'=1}^{k}\left(p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k'}|\underline{\boldsymbol{g}}_{k'},\boldsymbol{y}_{k'-1}\right)p\left(\underline{\boldsymbol{g}}_{k'}|\boldsymbol{y}_{k'-1}\right)\right) \\ & \cdot\prod_{s=1}^{S}\left(\prod_{i=1}^{n_{k',s}}q\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(i)},\underline{r}_{k',s}^{(i)},a_{k',s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k',s}\right)\prod_{m=1}^{m_{k',s}}\Psi_{k',s}^{i,m}\left(a_{k',s}^{(i)},b_{k',s}^{(m)}\right)\right) \\ & \cdot\prod_{m'=1}^{m_{k',s}}v\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k',s}^{(m')},\bar{r}_{k',s}^{(m')},b_{k',s}^{(m')};\boldsymbol{z}_{k',s}^{(m')}\right) \end{aligned} \tag{13}$$

图2和图3是式(13)在k时刻的因子图表示，可采用多传感器序贯和并行两种形式。其中，因子节点和变量节点分别用方形和圆形表示，$p_{\underline{\boldsymbol{g}}|\boldsymbol{y}}$,$p_{\underline{\boldsymbol{y}}|\underline{\boldsymbol{g}},\boldsymbol{y}}$，$q^{(i)}$和$v^{(m)}$分别代表$p(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1})$,$p(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1})$,$q(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{r}_{k,s}^{(i)},a_{k,s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k,s})$和$v(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)},b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)})$。

3.2 有限视距多传感器集群目标信念传播跟踪算法

本文方法整体结构如图4所示，下面介绍如何在设计的因子图上运行信念传播算法以及给出相应方法。

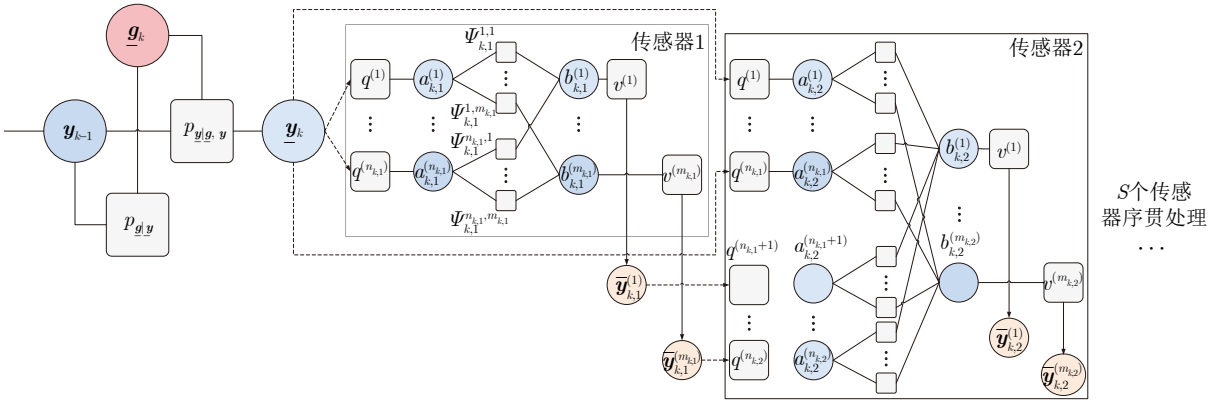


图 2 式(13)在k时刻采用多传感器序贯的因子图描述

Fig. 2 The factor graph description of the Eq. (13) in a sensor-sequential processing manner, shown for the time k

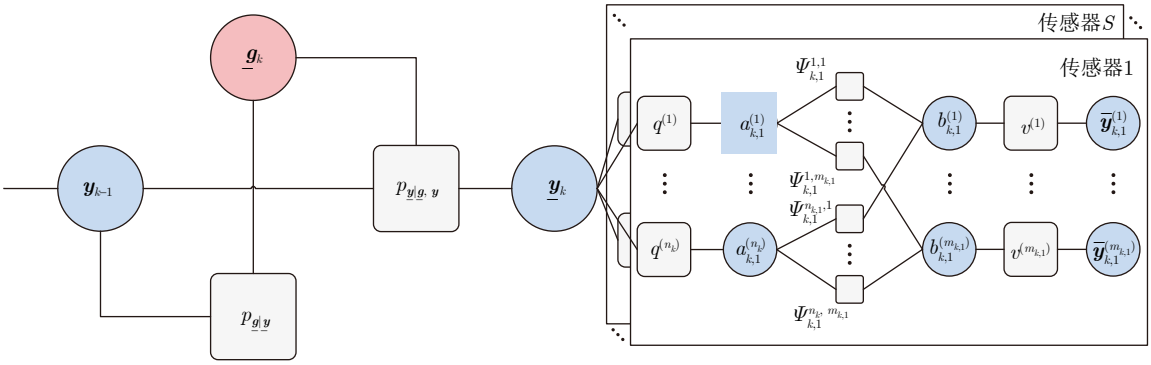


图 3 式(13)在k时刻采用多传感器并行的因子图描述

Fig. 3 The factor graph description of the Eq. (13) in a sensor-parallel processing manner, shown for the time k

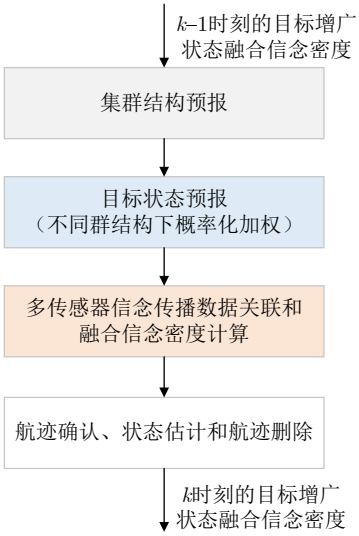


图 4 有限视距多传感器集群目标信念传播跟踪方法结构图

Fig. 4 The flowchart of the proposed group target belief propagation tracking method using multisensor with limited field of views

3.2.1 集群结构和目标状态预报

根据因子图节点信息传递计算式(2)，从因子节点$p(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1})$传递给变量节点$\underline{\boldsymbol{g}}_k$的信息计算如下：

$$\alpha_k\left(\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)=\sum_{\boldsymbol{r}_{k-1}\in\mathcal{R}_{k-1}}\int p\left(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1}\right)\tilde{p}(\boldsymbol{y}_{k-1})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} \tag{14}$$

其中，$\tilde{p}(\boldsymbol{y}_{k-1})$是$k-1$时刻获得的边际后验概率密度函数$p(\boldsymbol{y}_{k-1}|\boldsymbol{z}_{1:k-1})$的近似，$\mathcal{R}_{k-1}$是所有可能的$\boldsymbol{r}_k$构成的集合。然后，从因子节点$p(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1})$传递给变量节点$\underline{\boldsymbol{y}}_k$的信息$\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k)$计算如下：

$$\begin{aligned}\breve{\alpha}_k\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k\right)&=\sum_{\underline{\boldsymbol{g}}_k\in\underline{\mathcal{G}}_k}\sum_{\boldsymbol{r}_{k-1}\in\mathcal{R}_{k-1}}\int\alpha_k\left(\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)\tilde{p}(\boldsymbol{y}_{k-1})\\&\quad\cdot p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}\\&=\sum_{\underline{\boldsymbol{g}}_k\in\underline{\mathcal{G}}_k}\alpha_k(\underline{\boldsymbol{g}}_k)\sigma_k\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)\end{aligned} \tag{15}$$

其中，$\underline{\mathcal{G}}_k$是所有可能的$\underline{\boldsymbol{g}}_k$构成的集合以及信息$\sigma_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k)$是给定群结构下目标增广状态的预报：

$$\begin{aligned}\sigma_k\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)=&\sum_{\boldsymbol{r}_{k-1}\in\mathcal{R}_{k-1}}\int\tilde{p}(\boldsymbol{y}_{k-1})\\&\cdot p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}\end{aligned} \tag{16}$$

注2. 基于$k-1$时刻的目标增广状态，$\sigma_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k)$在给定集群划分$\underline{\boldsymbol{g}}_k$时使用相应的单目标概率转移密度或群目标概率转移密度(见式(B-3)或式(B-4))进行预报。当群结构未知时，准确地将多个目标划分为群或者单目标是影响目标状态演化的重要前提。从式(15)可知，对于集群划分的不确定性，$\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k)$的计算涉及了所有可能的集群划分情形下$\sigma_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k)$的加权求和，即以一种概率化的方式将目标运动建模为不同群结构下群目标运动或单目标运动的交互，$\alpha_k(\underline{\boldsymbol{g}}_k)$用于评估不同集群划分的重要性。该种建模方式同时考虑了集群目标和非群目标的状态转移概率密度，群目标状态转移密度可通过群运动模型[10,28,29]构建，使得算法更具灵活性、能够无缝同时跟踪集群目标和非群目标。

3.2.2 多传感器可扩展关联融合处理

对于预报步获得的信息$\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{x}}_k,\underline{\boldsymbol{r}}_k)$，可采用多传感器序贯或并行方式进行关联融合更新，具体如下。

(1) 多传感器序贯信念传播

多传感器序贯关联融合建模基于S个传感器的任意处理顺序。一般地，考虑按传感器顺序$s=1,2,\cdots,S$序贯执行关联融合更新步。令$\tilde{p}_{s-1}\cdot(\boldsymbol{y}_{k,s-1})$表示$k$时刻传感器$s-1$更新后获得的信念密度，特别地，当$s=1$时，令$\tilde{p}_0(\boldsymbol{y}_{k,0})\triangleq\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k)$。根据$\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}$的定义，融合中心在$k$时刻处理传感器$s$的观测时的输入是$\tilde{p}_{s-1}(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s})=\tilde{p}_{s-1}(\boldsymbol{y}_{k,s-1})$。此时，从因子节点$q(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{r}_{k,s}^{(i)},a_{k,s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k,s})$传递给变量节点$a_{k,s}^{(i)}$的信息$\beta(a_{k,s}^{(i)})$计算如下：

$$\begin{aligned}\beta(a_{k,s}^{(i)})=&\sum_{\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}\in\underline{\mathcal{R}}_{k,s}}\int q\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{r}_{k,s}^{(i)},a_{k,s}^{(i)};\boldsymbol{z}_{k,s}\right)\\&\cdot\tilde{p}_{s-1}\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}\right)\mathrm{d}\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}\end{aligned} \tag{17}$$

其中，$\underline{\mathcal{R}}_{k,s}$是所有可能的$\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}$构成的集合。对于传感器$s$接收到的观测$\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)},m\in\{1,2,\cdots,m_{k,s}\}$，引入相应的新生目标$\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}$和目标存在变量$\bar{r}_{k,s}^{(m)}$以描述传感器$s$处新检测到的目标。那么，从因子节点$v(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)},b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)})$传递给变量节点$b_{k,s}^{(m)}$的信息$\xi(b_{k,s}^{(m)})$计算如下：

$$\begin{aligned}\xi(b_{k,s}^{(m)})&=\sum_{\bar{r}_{k,s}^{(m)}\in\{0,1\}}\int v\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)},b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\right)\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}\\&=\int v\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},1,b_{k,s}^{(m)};\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\right)\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}+1\end{aligned} \tag{18}$$

当通过式(17)、式(18)计算获得数据关联步骤的输入信息$\beta(a_{k,s}^{(i)})$和$\xi(b_{k,s}^{(m)})$后，循环迭代计算节点$a_{k,s}^{(i)}$，$b_{k,s}^{(m)}$和$\Psi_{k,s}^{i,m}$之间传递的信息。在迭代计算过程中，从因子节点$\Psi_{k,s}^{i,m}$传递给变量节点$b_{k,s}^{(m)}$的信息$\varphi_{\Psi_{k,s}^{i,m}\to b_{k,s}^{(m)}}^{[\ell]}(b_{k,s}^{(m)})$和从因子节点$\Psi_{k,s}^{i,m}$传递给变量节点$a_{k,s}^{(i)}$的信息$\varphi_{\Psi_{k,s}^{i,m}\to a_{k,s}^{(i)}}^{[\ell]}(a_{k,s}^{(i)})$分别迭代更新如下：

$$\begin{aligned}\varphi_{\Psi_{k,s}^{i,m}\to b_{k,s}^{(m)}}^{[\ell]}\left(b_{k,s}^{(m)}\right)=&\sum_{a_{k,s}^{(i)}=0}^{m_{k,s}}\beta\left(a_{k,s}^{(i)}\right)\Psi_{k,s}^{i,m}\\&\cdot\prod_{m'=1,\,m'\neq m}^{m_{k,s}}\varphi_{\Psi_{k,s}^{i,m'}\to a_{k,s}^{(i)}}^{[\ell]}\left(a_{k,s}^{(i)}\right)\end{aligned} \tag{19}$$

$$\varphi^{[\ell]}_{\Psi^{i,m}_{k,s}\to a^{(i)}_{k,s}}\left(a^{(i)}_{k,s}\right)=\sum_{b^{(m)}_{k,s}=0}^{n_{k,s}}\xi\left(b^{(m)}_{k,s}\right)\Psi^{i,m}_{k,s}\cdot\prod_{i'=1,\,i'\neq i}^{n_{k,s}}\varphi^{[\ell-1]}_{\Psi^{i',m}_{k,s}\to b^{(m)}_{k,s}}\left(b^{(m)}_{k,s}\right)\tag{20}$$

其中，上标ℓ表示迭代的步数，以及$i\in\{1,2,\cdots,n_{k,s}\}$和$m\in\{1,2,\cdots,m_{k,s}\}$。此外，上述迭代循环计算初始化可设置为

$$\varphi^{[0]}_{\Psi^{i,m}_{k,s}\to b^{(m)}_{k,s}}\left(b^{(m)}_{k,s}\right)=\sum_{a^{(i)}_{k,s}=0}^{m_{k,s}}\beta\left(a^{(i)}_{k,s}\right)\Psi^{i,m}_{k,s}\tag{21}$$

迭代式(19)、式(20)的终止条件可设置为在满足最大迭代次数或连续两次迭代计算获得的信念的Frobenius范数小于某一阈值时终止，相应的收敛性分析可参考文献[11]。记满足终止条件时的迭代步数为$\ell_{k,s}$，此时从变量节点$a^{(i)}_{k,s}$传递给因子节点$q(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s},a^{(i)}_{k,s};\boldsymbol{z}_{k,s})$的信息计算如下：

$$\kappa\left(a^{(i)}_{k,s}\right)=\prod_{m=1}^{m_{k,s}}\varphi^{[\ell_{k,s}]}_{\Psi^{i,m}_{k,s}\to a^{(i)}_{k,s}}\left(a^{(i)}_{k,s}\right)\tag{22}$$

从变量节点$b^{(m)}_{k,s}$传递给因子节点$\Psi^{i,m}_{k,s}$的信息计算如下：

$$\iota\left(b^{(m)}_{k,s}\right)=\prod_{i=1}^{n_{k,s}}\varphi^{[\ell_{k,s}]}_{\Psi^{i,m}_{k,s}\to b^{(m)}_{k,s}}\left(b^{(m)}_{k,s}\right)\tag{23}$$

根据获得的信息$\kappa(a^{(i)}_{k,s})$，从因子节点$q(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s},a^{(i)}_{k,s};\boldsymbol{z}_{k,s})$传递给变量节点$\underline{\boldsymbol{y}}^{(i)}_{k,s}$的信息$\gamma^{(i)}_{k,s}(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s})$计算如下：

$$\gamma^{(i)}_{k,s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},1\right)=\sum_{a^{(i)}_{k,s}=0}^{m_{k,s}}q(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},1,a^{(i)}_{k,s};\boldsymbol{z}_{k,s})\kappa\left(a^{(i)}_{k,s}\right)\tag{24}$$

和$\gamma^{(i)}_{k,s}(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},0)=\kappa(a^{(i)}_{k,s}=0)$。另外，从因子节点$v(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},\bar{r}^{(m)}_{k,s},b^{(m)}_{k,s};\boldsymbol{z}^{(m)}_{k,s})$传递给变量节点$\bar{\boldsymbol{y}}^{(m)}_{k,s}$的信息$\varsigma^{(m)}_{k,s}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},\bar{r}^{(m)}_{k,s})$为

$$\begin{aligned}\varsigma^{(m)}_{k,s}\left(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},1\right)&=\sum_{b^{(m)}_{k,s}=0}^{n_{k,s}}v\left(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},1,b^{(m)}_{k,s};\boldsymbol{z}^{(m)}_{k,s}\right)\iota\left(b^{(m)}_{k,s}\right)\\&=\frac{\mu_{b,s}f_{b,s}\left(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s}\right)f_s\left(\boldsymbol{z}^{(m)}_{k,s}|\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s}\right)}{\mu_{c,s}f_{c,s}\left(\boldsymbol{z}^{(m)}_{k,s}\right)}\\&\quad\cdot\iota\left(b^{(m)}_{k,s}=0\right)\end{aligned}\tag{25}$$

和$\varsigma^{(m)}_{k,s}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},0)=\sum_{b^{(m)}_{k,s}=0}^{n_{k,s}}\iota(b^{(m)}_{k,s})f_{\mathrm{d}}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s})$。

在传感器s关联更新步，存活目标的边际后验概率密度可由式(26)信念密度$\tilde{p}_s(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s})=\tilde{p}_s(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s})$近似：

$$\tilde{p}_s\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}\right)=\frac{1}{\underline{C}}\tilde{p}_{s-1}\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}\right)\prod_{i=1}^{n_k}\gamma^{(i)}_{k,s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s}\right)\tag{26}$$

其中，$\underline{C}$是使得$\sum_{\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}\in\underline{\mathcal{R}}_{k,s}}\int\tilde{p}_s(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s})\mathrm{d}\underline{\boldsymbol{x}}_k=1$的归一化常数。类似地，新生目标的边际后验概率密度可由式(27)信念密度$\tilde{p}(\bar{\boldsymbol{y}}^{(m)}_{k,s})=\tilde{p}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},\bar{r}^{(m)}_{k,s})$近似获得

$$\tilde{p}\left(\bar{\boldsymbol{y}}^{(m)}_{k,s}\right)=\frac{1}{\bar{C}}\varsigma^{(m)}_{k,s}\left(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},\bar{r}^{(m)}_{k,s}\right)\tag{27}$$

其中，$\bar{C}$是使得$\sum_{\bar{r}^{(m)}_{k,s}\in\{0,1\}}\int\tilde{p}(\bar{\boldsymbol{y}}^{(m)}_{k,s})\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s}=1$的归一化常数。令$\tilde{p}_s(\boldsymbol{y}_{k,s})$为式(26)、式(27)计算的存活目标和新生目标的信念密度的堆叠，作为下一传感器关联更新步的输入。当处理最后一个传感器S的观测后，可获得k时刻处理所有传感器观测获得的融合信念密度$\tilde{p}(\boldsymbol{y}_k)$，其中包含存活目标信念密度$\tilde{p}_S(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,S})$和新生目标信念密度$\tilde{p}(\bar{\boldsymbol{y}}^{(m)}_{k,S})$。该信念密度融合了不同传感器的观测信息，是边际后验概率密度$p(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{z}_{1:k})$的近似。

(2) 多传感器并行信念传播

在3.2.1节预报步后，相比于多传感器序贯关联融合，不同传感器s还可采用并行处理方式进行观测评估、迭代数据关联和观测更新。此时，任一传感器s关联更新使用预报步获得的信息$\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k)$作为输入。注意，前述定义的$\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s}$代表融合中心在$k$时刻处理传感器$s$的观测时存活目标$i$的状态变量。为了符号上的统一，多传感器并行处理时仍沿用该符号，不同的是对于任一传感器s有$\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s}=\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_k$。从因子节点$q(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s},a^{(i)}_{k,s};\boldsymbol{z}_{k,s})$传递给变量节点$a^{(i)}_{k,s}$的信息$\beta(a^{(i)}_{k,s})$：

$$\beta\left(a^{(i)}_{k,s}\right)=\sum_{\underline{\boldsymbol{r}}_k\in\underline{\mathcal{R}}_k}\int q\left(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s},a^{(i)}_{k,s};\boldsymbol{z}_{k,s}\right)\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{y}}_k)\mathrm{d}\underline{\boldsymbol{x}}_k\tag{28}$$

然后，根据式(24)、式(25)计算获得信息$\gamma^{(i)}_{k,s}(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s})$和$\varsigma^{(m)}_{k,s}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(m)}_{k,s},\bar{r}^{(m)}_{k,s})$。因此，存活目标的边际后验概率密度$p(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\boldsymbol{z}_{1:k})$和新生目标的边际后验概率密度$p(\bar{\boldsymbol{y}}^{(m)}_{k,s}|\boldsymbol{z}_{1:k})$可通过式(29)信念密度近似获得，其中$\underline{C}$和$\bar{C}$是归一化常数。

$$\begin{aligned}\tilde{p}\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k\right)&=\frac{1}{\underline{C}}\underline{\alpha}_k\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k\right)\prod_{i=1}^{n_k}\prod_{s=1}^{S}\gamma^{(i)}_{k,s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s}\right)\\&=\frac{1}{\underline{C}}\sum_{\underline{\boldsymbol{g}}_k\in\underline{\mathcal{G}}_k}\left(\alpha_k\left(\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)\sigma_k\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)\right.\\&\quad\left.\cdot\prod_{i=1}^{n_k}\prod_{s=1}^{S}\gamma^{(i)}_{k,s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}^{(i)}_{k,s},\underline{r}^{(i)}_{k,s}\right)\right)\end{aligned}\tag{29}$$

$$\tilde{p}\left(\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}^{(m)}\right)=\frac{1}{\bar{C}}\varsigma_{k,s}^{(m)}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{r}_{k,s}^{(m)}\right) \tag{30}$$

注3．从图2和图3可以明显看出序贯和并行处理方式的差异和特点，当多传感器序贯关联融合时，处理传感器s的观测获得的信念密度是处理下一传感器观测的输入信息，而且由传感器s的观测引入的新生目标在处理下一传感器观测时会变为存活目标和进行关联更新；当多传感器并行关联融合时，首先对$k-1$时刻的目标进行集群结构和目标状态预报，然后使用相同的预报信息独立与每个传感器的观测进行关联，最后根据从关联因子获得的信息更新目标状态，其中不同传感器的观测中检测到的新生目标是单独引入的。因此，若存在多个传感器在共视区域观测到相同的新生目标，采用序贯处理能够有效地对同一时刻不同传感器观测起始的新生目标状态进行融合，达到目标存在概率更新和快速确认航迹的效果；而并行处理由于独立处理多传感器观测，故性能可能不及序贯处理。另外，序贯处理不太适用于并行或分布式计算，以及融合处理获得的信念密度依赖于传感器处理顺序，一些涉及多传感器序贯处理顺序的研究可参考文献[33–35]；而并行处理能够进一步减少计算时间且处理结果不依赖于传感器处理顺序。

3.2.3 航迹确认、状态估计和航迹删除

3.2.2节中计算获得的信念密度$\tilde{p}(\boldsymbol{y}_k)=\tilde{p}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{r}_k)$可用于存活目标的确认、状态估计和删除。具体地，目标$\boldsymbol{x}_k^{(i)}$的增广状态的边际后验概率密度函数$p(\boldsymbol{x}_k^{(i)},r_k^{(i)}|\boldsymbol{z}_{1:k})$和存在变量的边际后验概率质量函数$p(r_k^{(i)}|\boldsymbol{z}_{1:k})$可分别由信念密度$\tilde{p}(\boldsymbol{x}_k^{(i)},r_k^{(i)})$和$\tilde{p}(r_k^{(i)})$近似：

$$\tilde{p}\left(\boldsymbol{x}_k^{(i)},r_k^{(i)}\right)=\sum_{\boldsymbol{r}_k\backslash r_k^{(i)}}\int\tilde{p}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{r}_k)\mathrm{d}\left(\boldsymbol{x}_k\backslash\boldsymbol{x}_k^{(i)}\right) \tag{31}$$

$$\tilde{p}\left(r_k^{(i)}\right)=\sum_{\boldsymbol{r}_k\backslash r_k^{(i)}}\int\tilde{p}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{r}_k)\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k \tag{32}$$

然后，通过将目标的存在概率$\tilde{p}(r_k^{(i)})$与给定的阈值P_{e}进行比较来判断目标是否确认(或显示)，即在k时刻$\boldsymbol{x}_k^{(i)}$是确认目标当且仅当$\tilde{p}(r_k^{(i)}=1)>P_e$。若目标$\boldsymbol{x}_k^{(i)}$确认显示，则通过最小均方根误差估计器可得目标状态估计为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}=\int\boldsymbol{x}_k^{(i)}\frac{\tilde{p}\left(\boldsymbol{x}_k^{(i)},r_k^{(i)}\right)}{\tilde{p}\left(r_k^{(i)}\right)}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k^{(i)} \tag{33}$$

最后，通过执行剪枝步骤来判断目标是否删除，实现目标的动态管理维护。具体地，令P_{pr}为给定的删除阈值，如果$\tilde{p}(r_k^{(i)}=1)<P_{\mathrm{pr}}$，则该目标$\boldsymbol{x}_k^{(i)}$被删除。

3.2.4 算法总结和计算可扩展性分析

信念传播算法在估计精度、计算复杂度和算法实现方面具有优势，本文在信念传播算法框架下提出了一种集群目标多传感器可扩展关联融合跟踪方法。为便于分析，下面在假设数据关联步骤使用固定迭代步数情形下分析本文方法的计算可扩展性。具体地，对于集群结构的预报，式(14)需要计算$|\underline{\mathcal{G}}_k|$次(其中$|\cdot|$表示集合的基数)，故其计算复杂度与集群划分数目呈线性关系。对于任一传感器s，式(17)—式(25)的计算复杂度为$\mathcal{O}(n_{k,s}m_{k,s})$，其中观测数目$m_{k,s}$随着存活目标数目$n_{k,s}$、新生目标数目和杂波数目而线性增长，故式(17)—式(25)的计算复杂度关于目标数目为$\mathcal{O}(n_{k,s}^2)$、关于观测数目为$\mathcal{O}(m_{k,s})$。另外，由3.2.2节可知计算所有目标状态的边际后验概率密度近似与传感器数目S呈线性关系。因此，本文方法的整体计算复杂度与传感器数目、集群划分数目、观测数目呈线性关系，与目标数目呈二次关系。值得注意的是，还可通过采取多种方式进一步降低本文方法的计算复杂度，例如保留M-best集群划分能够有效降低节点间涉及对集群划分变量积分的信息的计算复杂度(见式(15)、式(17)和式(29)等)；波门预处理能够将考虑的集群划分数目和迭代数据关联问题的规模保持在可处理的范围之内。

算法1给出了具体的序贯实现步骤，该算法在每个时刻保留M-best集群划分，而多传感器并行处理时的算法可类似给出。为了简化符号，算法1中忽略了航迹删除步骤前后的存活目标索引i和新生目标索引m的变化。

4 仿真验证

为验证本文方法的有效性，下面仿真了多个集群目标跟踪场景进行验证，并与单传感器多目标信念传播跟踪方法、多传感器多目标信念传播跟踪方法[12]和单传感器集群目标信念传播跟踪方法[21]对比。如无额外说明，本文方法和单传感器集群目标信念传播跟踪方法实现时每个时刻保留3-best集群划分。另外，多传感器多目标信念传播跟踪方法[12]未考虑传感器视距范围，本文通过式(36)将其改进以适应多传感器有限视距情形和采用序贯实现。

4.1 场景仿真参数和评估指标设置

下面给出本文不同测试场景相同模拟参数的设置。令$\boldsymbol{x}_k^{(i)}=[x_k^{(i)},\dot{x}_k^{(i)},y_k^{(i)},\dot{y}_k^{(i)}]^{\mathrm{T}}$表示目标状态向量，包括$x$和$y$方向的位置和速度。所有仿真场景中

算法 1　M-best集群目标多传感器序贯信念传播跟踪算法

Alg. 1　M-best multisensor group target belief propagation tracking method

输入：$k-1$时刻的融合信念密度$\tilde{p}(\boldsymbol{y}_{k-1})$；多传感器在$k$时刻接收到的观测信息$\boldsymbol{z}_{k,s}, s\in\{1,2,\cdots,S\}$；

输出：k时刻的融合信念密度$\tilde{p}(\boldsymbol{y}_k)$和目标状态估计；

1: 根据式(14)计算$\alpha_k(\underline{\boldsymbol{g}}_k), \underline{\boldsymbol{g}}_k\in\underline{\mathcal{G}}_k$，保留前$M$个最有可能的集群划分并重新归一化$\alpha_k(\underline{\boldsymbol{g}}_k)$，以及根据式(15)计算$\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{x}}_k,\underline{\boldsymbol{r}}_k)$和初始化融合信念密度$\tilde{p}_0(\boldsymbol{x}_{k,0},\boldsymbol{r}_{k,0}):=\breve{\alpha}_k(\underline{\boldsymbol{x}}_k,\underline{\boldsymbol{r}}_k)$；

2: 对于每一个$s\in\{1,2,\cdots,S\}$，执行下述步骤：

2.1: 根据融合信念密度$\tilde{p}_{s-1}(\boldsymbol{x}_{k,s-1},\boldsymbol{r}_{k,s-1})$和式(17)、式(18)进行观测评估，分别计算$\beta(a_{k,s}^{(i)})$和$\xi(b_{k,s}^{(m)})$；

2.2: 根据式(19)、式(20)执行迭代数据关联，以及根据式(22)、式(23)分别计算$\kappa(a_{k,s}^{(i)})$和$\iota(b_{k,s}^{(m)})$；

2.3: 根据式(24)、式(25)进行观测更新，分别计算$\gamma_{k,s}^{(i)}(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}^{(i)})$和$\varsigma_{k,s}^{(m)}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}^{(m)})$；

2.4: 根据式(26)、式(27)计算获得传感器s关联更新步的融合信念密度$\tilde{p}_s(\boldsymbol{x}_{k,s},\boldsymbol{r}_{k,s})$；

3: S个传感器处理结束后，获得k时刻的信念密度$\tilde{p}(\boldsymbol{y}_k):=\tilde{p}_S(\boldsymbol{x}_{k,S},\boldsymbol{r}_{k,S})$，并根据3.2.3节内容执行航迹确认、航迹删除和计算状态估计。

目标数目时变，目标轨迹由匀速直线(Constant Velocity, CV)和匀速转弯(Coordinated Turn, CT)运动模型[36]生成，场景时长持续100个时刻，传感器采样时间间隔ΔT为2 s。在不同场景中，考虑传感器s视距范围有限，当且仅当目标$\boldsymbol{x}_k^{(i)}$位于传感器s视距内且被检测到时，根据下述观测方程产生目标$\boldsymbol{x}_k^{(i)}$的观测：

$$\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}:=\left[x_k^{(i)},y_k^{(i)}\right]^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{p}_{k,s}+\eta_{k,s}^{(m)}$$

其中，$\boldsymbol{p}_{k,s}$是传感器s在k时刻的位置，$\eta_{k,s}^{(m)}$是服从均值为零、方差为$\boldsymbol{R}=\mathrm{diag}(\sigma_\eta^2,\sigma_\eta^2)$和$\sigma_\eta$为10 m的高斯噪声。本文方法和对比方法[12,21]均采用粒子近似实现，类似的算法实现具体步骤可参考文献[21]，用于表示每个存活目标或新生目标状态的粒子数目为1000。在各方法执行迭代数据关联时，若连续两次迭代的信念之差的Frobenius范数小于0.0001或达到最大迭代次数100，则停止迭代。对于多传感器跟踪算法，当融合中心处理传感器s的观测时，检测概率设置为$W_{k,s}^{(i)}p_{\mathrm{d},s}(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)})$，$p_{\mathrm{d},s}(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)})=0.99$以及$W_{k,s}^{(i)}$是代表目标$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}$的粒子中位于传感器$s$视距$\mathrm{Fov}_s$内的粒子权重和。当表示目标状态的粒子全部位于$\mathrm{Fov}_s$外时，传感器$s$对该目标的检测概率为0。为了排除其他因素的影响以专门评估算法性能，所有测试方法均使用相同的新生目标概率密度构造方法，即通过局部传感器观测构建一个混合高斯概率密度[37]，以及采用相同的CV模型进行跟踪，并且状态噪声服从均值为零、方差为$\boldsymbol{Q}$的高斯分布：

$$\boldsymbol{Q}:=9\cdot\begin{bmatrix}\Delta T^4/4 & \Delta T^3/2 & 0 & 0\\ \Delta T^3/2 & \Delta T^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \Delta T^4/4 & \Delta T^3/2\\ 0 & 0 & \Delta T^3/2 & \Delta T^2\end{bmatrix}$$

在传感器s的视距范围内，若无额外说明，杂波概率密度$f_{\mathrm{c},s}(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)})$是均匀的，并且杂波观测数目$\mu_{\mathrm{c},s}$和新生目标数目$\mu_{\mathrm{b},s}$分别服从均值为5和0.001的泊松分布。另外，目标航迹确认阈值P_{e}和删除阈值P_{pr}分别设置为0.8和0.001，若一个目标的存在概率大于P_{e}或者小于P_{pr}，则该目标航迹将被确认输出或删除。

本文采用GOSPA误差距离[38]$d_p^{(c,\alpha)}(\cdot,\cdot)$和OSPA$^{(2)}$误差距离[39]$\breve{d}_{p,q}^{(c)}(\cdot,\cdot;w)$作为评估指标，其中，GOSPA中的截断距离常数$c=50$，距离阶数$p=2$以及参数$\alpha=2$；OSPA$^{(2)}$中采用等权的时间窗宽$w=10$，截断距离常数$c=50$，距离阶数分别为$p=2$，$q=2$。注意，两个评估指标侧重存在差异，GOSPA误差按时刻将目标状态估计与真值匹配，在误差计算时未考虑航迹批号的一致性[38]；该误差可细分为定位误差、虚假目标误差和漏检目标误差分量，分别代表对检测到的目标的定位误差、虚假目标和漏检目标引起的误差的惩罚，可从多方面分析算法性能(例如某方法相比于另一方法的虚假目标误差更大，则说明该方法处理产生的虚假目标数目更多)。另外，OSPA$^{(2)}$误差使用多个时刻形成的估计航迹与航迹真值计算相应的航迹匹配误差，考虑了航迹批号的一致性，能够捕捉航迹位置、虚假航迹、漏检航迹、航迹断批和混批等引起的误差。在仿真实验4.2—4.4节中，采用200次蒙特卡罗实验结果平均值作为测试结果。

4.2　两传感器跟踪集群目标

该场景仿真两个有限视距传感器跟踪处理集群目标，用于验证本文方法的性能和计算可扩展性。具体的传感器位置、探测范围和目标航迹如图5所示，其中航迹初始和终止位置分别用圆形和方形表示，传感器1和传感器2的视距范围是以各自位置为中心、半径为2000 m的圆形覆盖范围。两个群一共有10个目标，在第1个时刻出现，第100个时刻消

失，伴随群合并和分裂现象；每个目标轨迹均由CV模型和CT模型生成，转弯速率大小为2.25°/s。对于算法实现中潜在目标的最大可能数目$N_{\max}$，考虑杂波观测等影响，在对比的单传感器方法中$N_{\max}$设置为20，而多传感器融合跟踪方法需要处理所有传感器的观测，将$N_{\max}$设置为30。

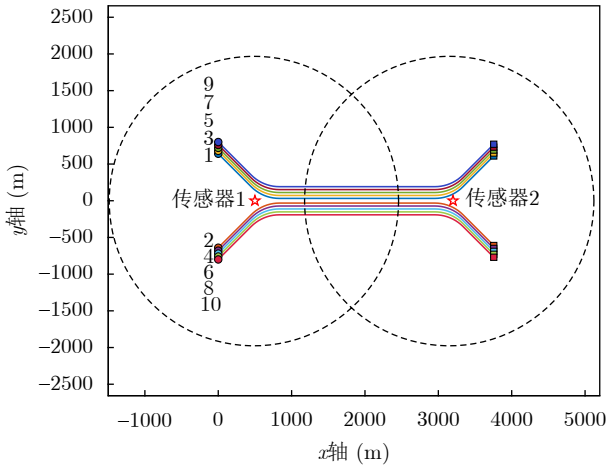
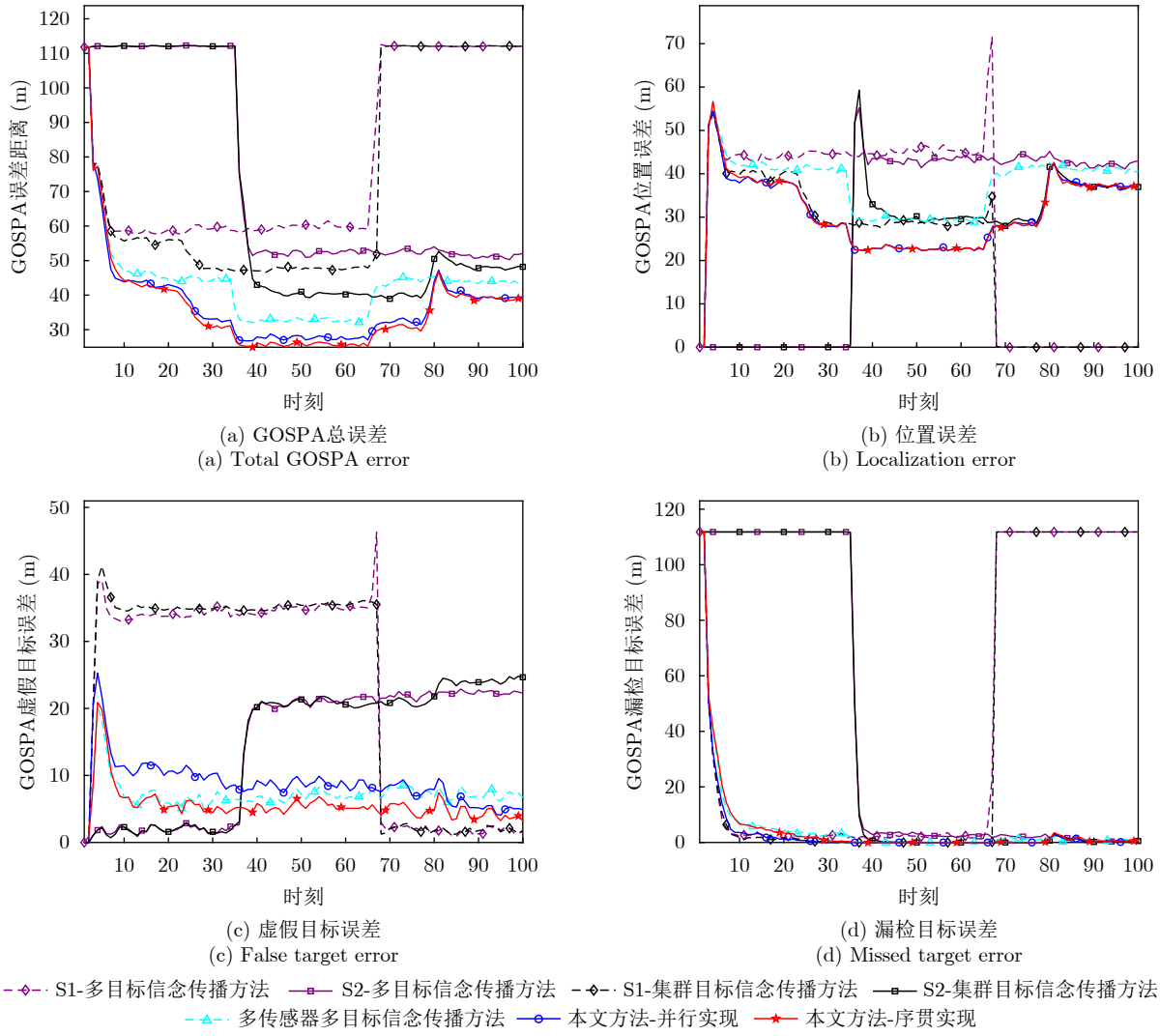


图 5 目标轨迹、传感器位置和视距范围(场景1)

Fig. 5 Ground truths, sensor locations, and corresponding field of views (scenario 1)

图6是200次蒙特卡罗实验、不同方法处理该场景获得的目标位置估计的平均GOSPA距离及其误差分量关于时间的变化曲线，例如S1-多目标信念传播方法代表使用多目标信念传播跟踪方法处理传感器1的观测获得的目标状态估计对应的误差统计结果。如图6(b)所示，在目标出现在传感器1或传感器2视场内时，集群目标信念传播方法和本文方法的GOSPA位置误差相近，优于单传感器和多传感器多目标信念传播方法，原因是联合推断集群结构和以概率化的方式考虑了集群和非群目标的状态演化，从而提升集群目标跟踪精度；随着目标进入两传感器共视区域，相比于集群目标信念传播方



(a) GOSPA总误差
(a) Total GOSPA error

(b) 位置误差
(b) Localization error

(c) 虚假目标误差
(c) False target error

(d) 漏检目标误差
(d) Missed target error

图 6 不同方法的GOSPA误差对比结果(场景1)

Fig. 6 The comparison results of GOSPA error for different methods (scenario 1)

法，本文方法能够充分利用多传感器互补信息，进一步提升跟踪性能。如4.1节所述，为排除其他因素影响以专门评估算法的性能，所有测试方法均使用相同的新生目标概率密度构造方法[37]，该场景中目标从出现到确认大概需要3个时刻，新生目标状态粒子未收敛和航迹重复起始会造成虚假航迹误差。如图6(c)所示，在大约前35个时刻(目标仅出现在传感器1视场)，传感器2使用单传感器跟踪方法的虚假目标误差由杂波引起，随着目标进入传感器2视场，虚假航迹增多导致误差增大；另外，本文方法和多传感器多目标信念传播方法的GOSPA虚假目标误差优于多目标信念传播方法和集群目标信念传播方法，原因是多传感器关联更新能够避免保留权重较小的粒子、加快新生目标状态分布的收敛[40]，在一定程度上减少虚假目标的产生。如图6(d)所示，对于单传感器跟踪方法，在大约35个时刻之前(或65个时刻之后)，目标未进入传感器2视场(或离开传感器1视场)，目标不可观导致GOSPA漏检目标误差较大，该现象符合场景设置；而本文方法和多传感器多目标跟踪方法使用多传感器观测信息，GOSPA漏检目标误差相近。因此，就总的GOSPA误差而言，当使用单传感器跟踪群目标时，集群目标信念传播跟踪方法性能优于多目标信念传播跟踪方法，随着目标离开传感器视距范围，由于传感器视距范围受限导致漏检，两种方法均会引起较大的跟踪误差；当使用多传感器跟踪群目标时，本文方法能够充分利用多传感器互补信息且跟踪性能优于多传感器多目标信念传播跟踪方法，如图6(a)所示。另外，本文方法考虑了序贯和并行两种实现，两种算法实现方式的位置误差和漏检目标误差几乎相同，但由于并行方式独立处理不同传感器观测和引入新生目标导致虚假目标误差略高于序贯方式，故总的GOSPA误差略差于序贯方式。

如前所述，OSPA$^{(2)}$距离不仅考虑了航迹位置、虚假和漏检航迹的影响，还能捕捉航迹断批和混批等引起的误差。进一步，图7对比分析了200次蒙特卡罗实验、不同方法处理该场景获得的目标航迹位置估计的平均OSPA$^{(2)}$误差。如图8所示，本文方法相比于其他方法的跟踪性能优势更为明显，这是由于跟踪空间密集分布的群内目标会面临更为严重的关联模糊性，易导致频繁的航迹混批等现象[22,23]，本文方法通过联合推断集群结构以及对集群目标与非群目标运动的灵活建模，能够更准确地进行数据关联以获得更优的航迹跟踪精度和减少航迹混批。

在该场景基础上，进一步验证本文方法的计算

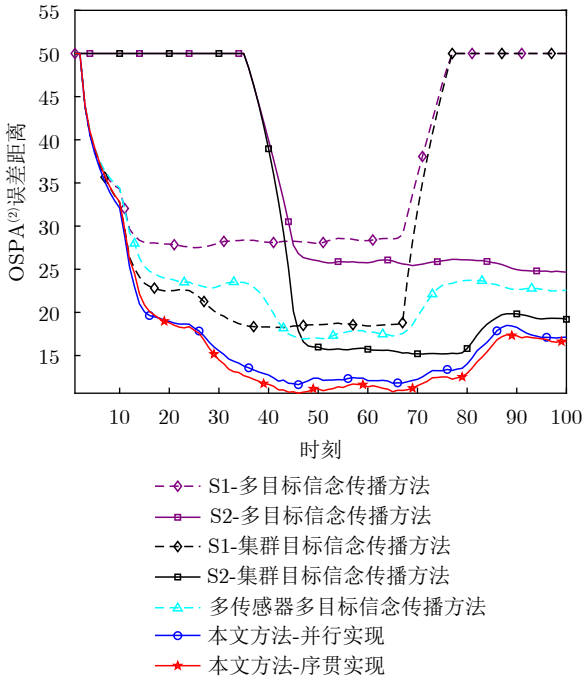
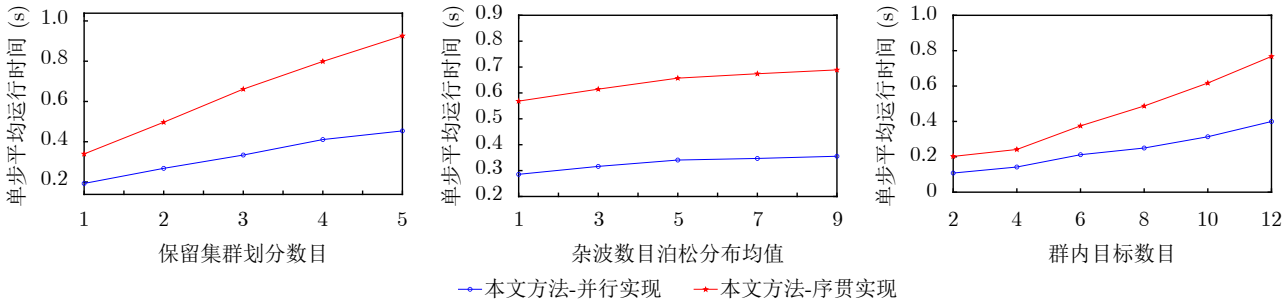


图 7 不同方法的OSPA$^{(2)}$误差对比结果 (场景1)

Fig. 7 The comparison results of OSPA$^{(2)}$ error for different methods (scenario 1)



(a) 保留集群划分数目
(a) Versus the preserved group partitions

(b) 杂波数目泊松分布均值
(b) Versus the Poisson mean number of clutters

(c) 群内目标数目
(c) Versus the number of targets within a group

图 8 不同参数设置下本文方法单步平均运行时间的变化情况

Fig. 8 The average runtimes per time step of the proposed method under different settings of parameters

可扩展性。图8展示了本文方法单步平均运行时间关于保留的集群划分数目、杂波数目泊松分布均值和群内目标数目的变化曲线。结果表明本文方法单步平均运行时间随着保留的集群划分数目、杂波数目泊松分布均值或群内目标数目的增加呈上升趋势，大致与保留的集群划分数目、杂波数目泊松分布均值呈线性关系(观测数目与杂波数目泊松分布均值呈线性关系)，以及与群内目标数目呈二次关系，这与前述3.2.4节计算可扩展性分析一致。另外，相比于序贯实现，并行实现能够进一步减少计算时间。

4.3 两传感器跟踪集群和非群目标

该场景仿真两个有限视距传感器跟踪处理时变未知数目的集群目标和非群目标，用于验证本文方法无缝跟踪集群目标和非群目标的能力。传感器位置、探测范围和目标航迹如图9所示，传感器1和传感器2的视距范围是以各自位置为中心、半径为2000 m的圆形覆盖范围，整个场景包含5个群目标和4个单目标。该场景中，目标2和目标4轨迹由CV模型和CT模型生成，转弯速率大小为2.25°/s，其余目标由CV模型生成，以及每个目标的存活时刻如表1所示。在单传感器跟踪方法中，潜在目标的最大可能数目$N_{\max}$设置为30，多传感器跟踪方法中$N_{\max}$设置为45。

图10、图11是200次蒙特卡罗实验、不同方法处理该场景获得的目标位置估计的平均GOSPA误差及其误差分量(位置、虚假目标和漏检目标误差)和平均OSPA$^{(2)}$误差关于时间的变化曲线。如图10所示，相比于单传感器跟踪方法，本文方法和多传感器多目标信念传播跟踪方法能够进一步减小跟踪误差，原因与图6分析相同。在场景刚开始时，本文方法与多传感器多目标信念传播跟踪方法关于GOSPA和OSPA$^{(2)}$距离误差评估指标的性能几乎相同(如图10、图11所示)，原因是仅有单目标1存在，此时群目标状态转移密度退化为单目标状态转移密度，这个现象也验证说明了本文方法在跟踪非群目标时可退化为多传感器多目标信念传播跟踪方法[12]。随着群目标的出现，本文方法在OSPA$^{(2)}$距离评估指标上获得了更优的性能，原因与图6分析相同，结果表明本文方法能够无缝跟踪集群目标和非群目标。此外，图10、图11中误差曲线的锯齿现象是由航迹起始和终止延迟等因素引起的。

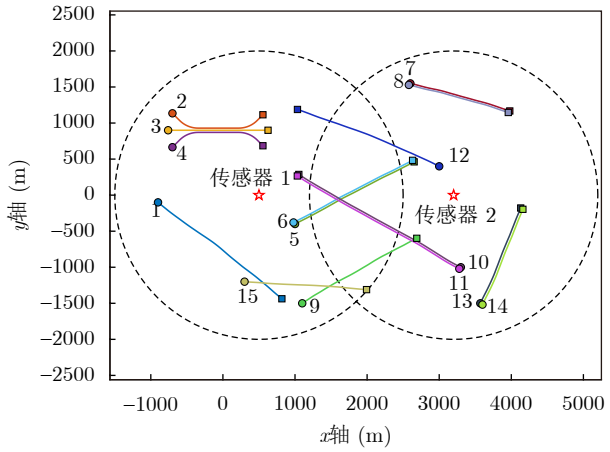


图 9 场景2：目标轨迹、传感器位置和视距范围

Fig. 9 Scenario 2: Ground truths, sensor locations, and corresponding field of views

4.4 多传感器跟踪集群和非群目标

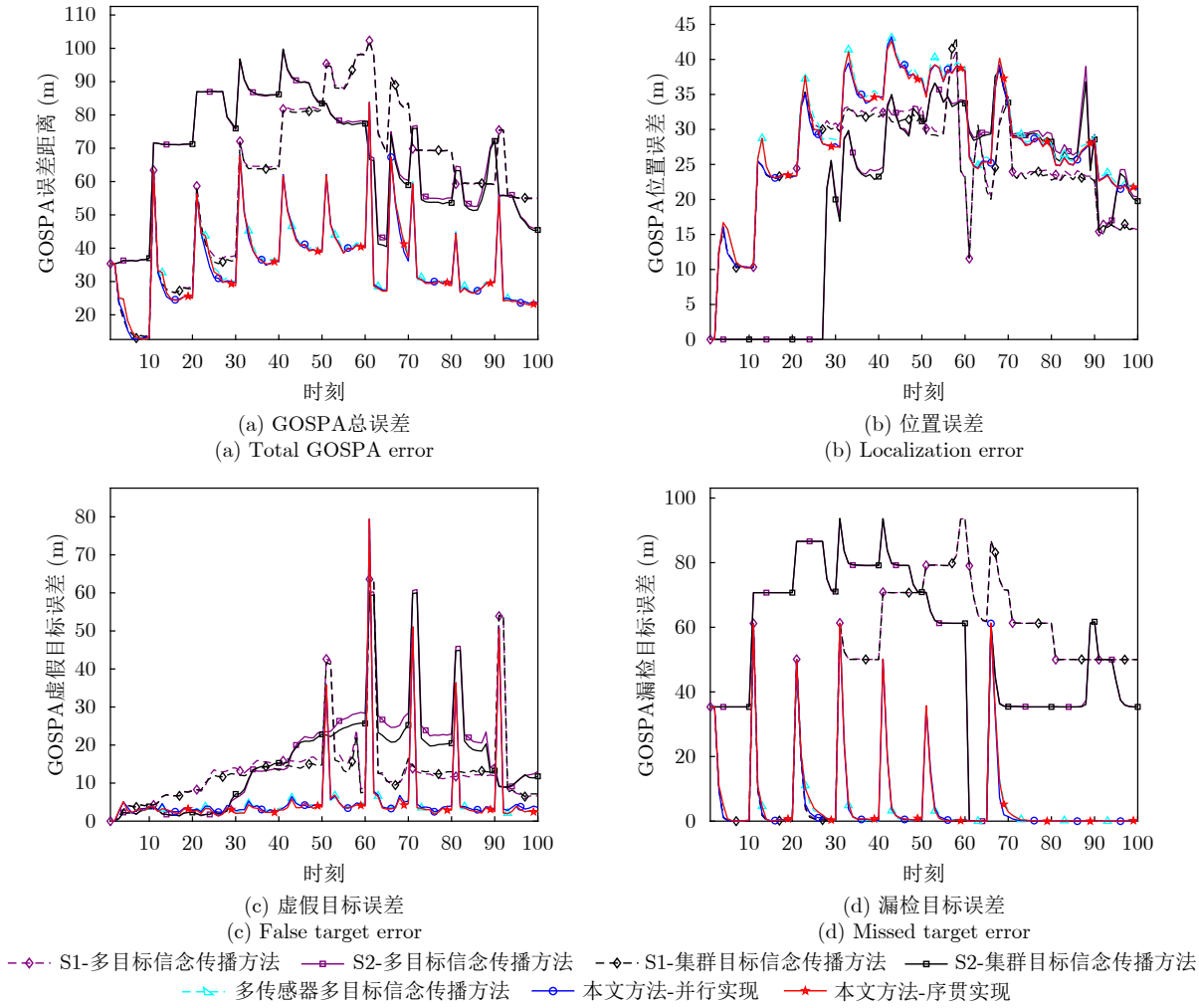
为验证本文方法的计算处理可扩展性，分析计算处理时间和传感器数目变化的关系，本节仿真由15个有限视距传感器组成的网络跟踪处理时变未知数目的集群目标和非群目标的场景，15个目标包含5个群目标和4个单目标，生成目标轨迹的运动模型和前述场景相同。传感器位置、视场范围和目标轨迹如图12所示，其中传感器均匀布置于以坐标原点为中心、半径2000 m的圆周上，每个传感器的视距范围为以该传感器位置为中心，朝向坐标原点、半径为2000m和相对角度范围为[−30°, 30°]的扇形区域。目标1和目标2组成的群在第1个时刻出现和第50个时刻消失；目标3和目标4组成的群在第11个时刻出现和第60个时刻消失；目标5—目标7组成的群在第11个时刻出现和第70个时刻消失；目标12和目标13组成的群在第51个时刻出现和第100个时刻消失；目标14和目标15组成的群在第61个时刻出现和第100个时刻消失；另外，单目标8—单目标11的存活时刻区间分别为[21, 80]、[31, 90]、[41, 100]和[41, 100]。

图13展示了不同算法单个时间步的目标航迹位置估计的平均OSPA$^{(2)}$误差和平均处理时间随传感器数目变化的曲线。例如，图13横轴所示传感器数目为10时，对于多传感器跟踪方法，融合中心接收并处理图12中传感器1—传感器10的所有观测；对于单传感器跟踪方法，每个传感器独自处理局部观测获得航迹并计算相应误差，按时刻对不同传感器

表 1 目标的存活时刻区间

Tab. 1 The lifespan (time step) of the targets

目标编号	存活时刻区间	目标编号	存活时刻区间
1	[1, 50]	9	[31, 80]
2, 3, 4	[11, 60]	10, 11	[41, 90]
5, 6	[21, 60]	12	[51, 100]
7, 8	[31, 70]	13, 14, 15	[66, 100]



(a) GOSPA总误差
(a) Total GOSPA error

(b) 位置误差
(b) Localization error

(c) 虚假目标误差
(c) False target error

(d) 漏检目标误差
(d) Missed target error

图 10 不同方法的GOSPA误差对比结果(场景2)

Fig. 10 The comparison results of GOSPA error for different methods (scenario 2)

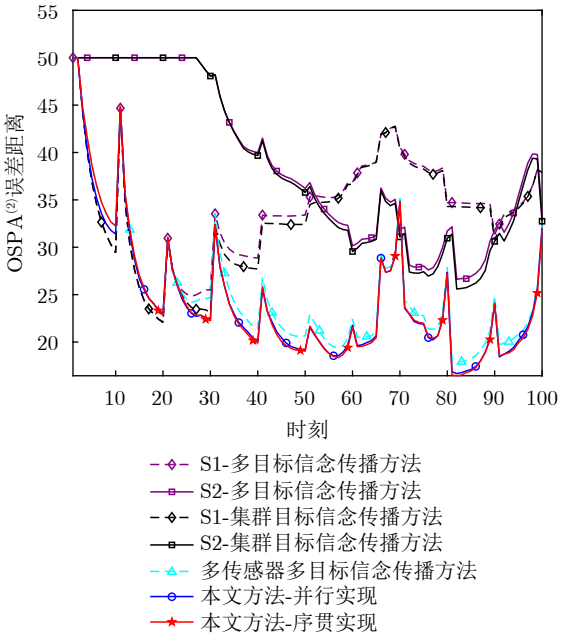


图 11 不同方法的OSPA$^{(2)}$误差对比结果(场景2)

Fig. 11 The comparison results of OSPA$^{(2)}$ error for different methods (scenario 2)

跟踪误差取平均。如图13(a)所示，单传感器多目标信念传播方法和集群目标信念传播方法误差较大，这是因为传感器视距范围有限导致较多航迹漏检；对于多传感器多目标信念传播跟踪方法和本文方法，单步平均OSPA$^{(2)}$误差均随着传感器的数目增加呈下降趋势，原因是传感器视距范围不同，随着传感器数目的增加，能够提供更广的时空覆盖，为多传感器融合提供更多的互补信息，从而进一步提升跟踪性能；另外，随着组网传感器数目的增加和群目标的出现，本文方法获得了更优的跟踪精度，进一步验证了本文方法的有效性，可用于有限视距多传感器集群目标可扩展关联融合跟踪。图13(b)所示结果表明多传感器多目标信念传播方法和采用序贯实现的本文方法的单个时间步平均处理时间与传感器数目呈线性关系；由于本文方法对集群结构进行建模和处理，故计算时间多于多传感器多目标信念传播跟踪方法，通过并行处理可进一步提升计算效率，这与3.2.4节中算法计算复杂度分析一致。

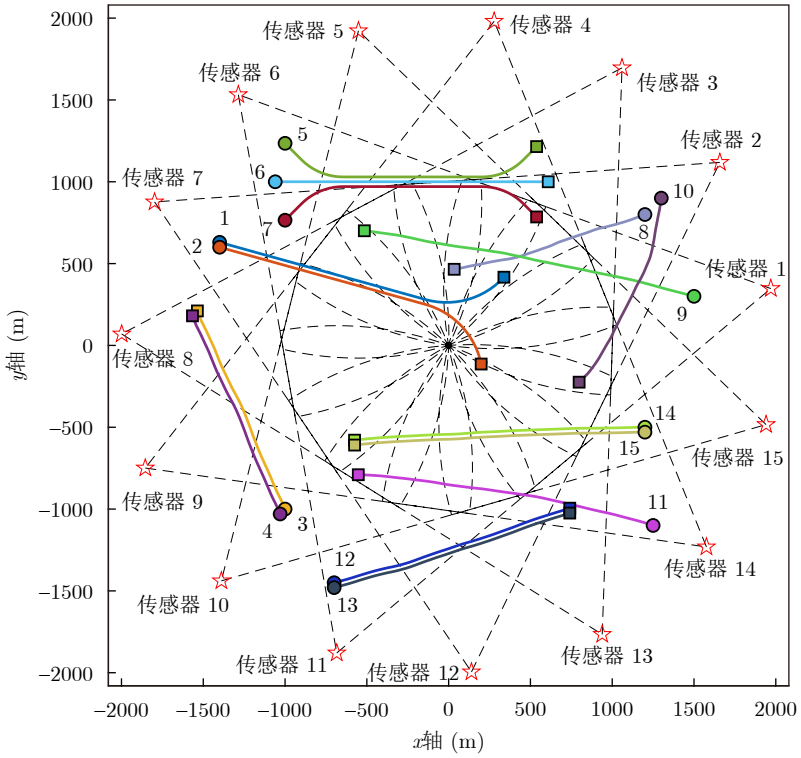
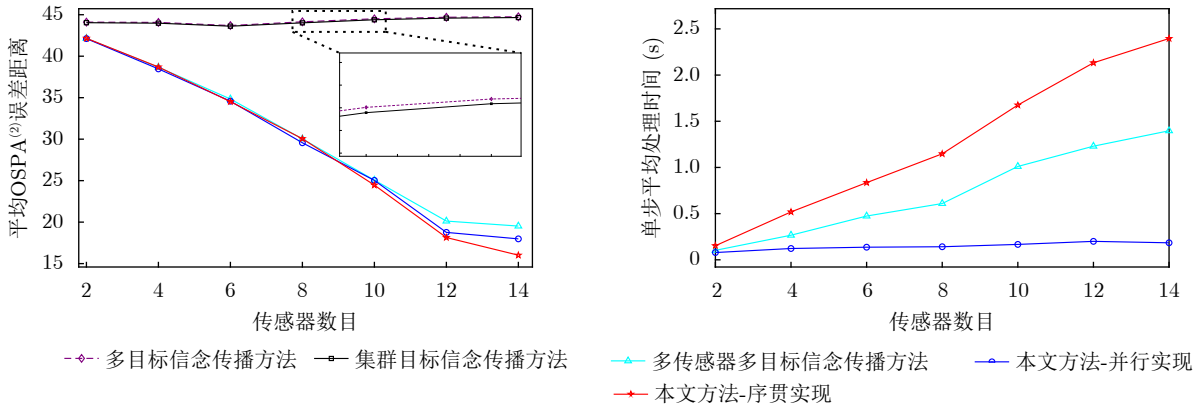


图 12 目标轨迹、传感器位置和视距范围(场景3)

Fig. 12 Ground truths, sensor locations, and corresponding field of views (scenario 3)



(a) 单步平均处理时间
(a) Average runtimes per time step

(b) 平均OSPA$^{(2)}$误差
(b) Average OSPA$^{(2)}$ error

图 13 不同传感器数目、不同方法的对比结果

Fig. 13 The comparison results of different methods and different numbers of sensors

5 结语

多传感器融合跟踪通过多传感器优势互补，能够获得比单传感器更优的性能。本文提出了一种有限视距多传感器集群目标信念传播跟踪方法，分为多传感器序贯和并行处理两种形式。具体地，该方法在贝叶斯框架下考虑集群结构的不确定性，以一种概率化的方式将目标运动建模为不同群结构下群目标运动或单目标运动的交互，使得能够无缝跟踪集群目标和非群目标；并且通过构建多传感器集群目标联合后验概率密度分解和相应的因子图，以及在设计的因子图上运行信念传播算法能够高效求解多传感器集群目标数据关联问题，具有计算处理可扩展性等优点。仿真验证结果表明本文方法在有限视距多传感器集群目标跟踪场景，能够有效融合多传感器互补信息、提升跟踪精度。

附录A 目标增广状态、集群划分、多传感器关联向量、观测及其数目的条件概率密度

根据2.2节定义，处理传感器s观测获得的新生目标$\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}$在处理后续传感器观测时会变为存活目

标，以及注意$\bar{\boldsymbol{g}}_{k,s}$是一个确定的零向量(用于表示新生目标群索引)。假设在给定$\underline{\boldsymbol{y}}_k$和$\underline{\boldsymbol{g}}_k$时，不同传感器的$\boldsymbol{z}_{k,s},\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s}$条件独立，则可得$p(\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{a}_k,\boldsymbol{b}_k,\boldsymbol{m}_k,\bar{\boldsymbol{y}}_k,\bar{\boldsymbol{g}}_k|\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k)$计算如下：

$$\begin{aligned}
&p\left(\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{a}_k,\boldsymbol{b}_k,\boldsymbol{m}_k,\bar{\boldsymbol{y}}_k,\bar{\boldsymbol{g}}_k|\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k\right)\\
&=\prod_{s=1}^{S}p\left(\boldsymbol{z}_{k,s},\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{g}}_{k,s}|\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{g}}_{k,s}\right)\\
&=\prod_{s=1}^{S}p\left(\boldsymbol{z}_{k,s},\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{g}}_{k,s}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{g}}_{k,s}\right)\\
&=\prod_{s=1}^{S}p\left(\boldsymbol{z}_{k,s}|\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{g}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{g}}_{k,s}\right)\\
&\quad\cdot p\left(\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{g}}_{k,s}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{g}}_{k,s}\right)\\
&=\prod_{s=1}^{S}p\left(\boldsymbol{z}_{k,s}|\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}\right)\\
&\quad\cdot p\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}|\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},m_{k,s}\right)p\left(\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s},\underline{\boldsymbol{r}}_{k,s}\right)
\end{aligned}\tag{A-1}$$

在给定目标状态下，通常假设由目标生成的观测条件独立且条件独立于杂波观测，以及杂波观测在传感器视距范围内独立同分布。那么，传感器s的观测$\boldsymbol{z}_{k,s}$在给定关联向量、观测数目和目标增广状态时的条件概率密度为

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{z}_{k,s}|\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s},\bar{\boldsymbol{y}}_{k,s})=&\left(\prod_{m=1}^{m_{k,s}}f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m)}\right)\right)\left(\prod_{i\in\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k,s}}}\frac{f_s\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{\left(a_{k,s}^{(i)}\right)}|\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)}{f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{\left(a_{k,s}^{(i)}\right)}\right)}\right)\\
&\cdot\left(\prod_{m'\in\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}}}\frac{f_s\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m')}|\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m')}\right)}{f_{\mathrm{c},s}\left(\boldsymbol{z}_{k,s}^{(m')}\right)}\right)
\end{aligned}\tag{A-2}$$

在传感器s处，假设杂波观测数目服从均值为$\mu_{\mathrm{c},s}$的泊松分布，并且独立于检测到的目标数目和其他传感器的杂波观测数目；另外，新生目标数目服从均值为$\mu_{\mathrm{b},s}$的泊松分布，并且独立于存活目标数目和杂波数目。因此，可得关联向量、观测数目和新生目标存活变量的先验概率质量函数$p(\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}|\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s})$如下：

$$\begin{aligned}
p\left(\boldsymbol{a}_{k,s},\boldsymbol{b}_{k,s},m_{k,s},\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}|\underline{\boldsymbol{y}}_{k,s}\right)=&\frac{1}{m_{k,s}!}\mathrm{e}^{-\mu_{\mathrm{b},s}}(\mu_{\mathrm{b},s})^{|\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}}|}\mathrm{e}^{-\mu_{\mathrm{c},s}}(\mu_{\mathrm{c},s})^{m_{k,s}-|\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k,s}}|-|\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}}|}\\
&\cdot\left(\prod_{i=1}^{n_{k,s}}\prod_{m=1}^{m_{k,s}}\Psi_{k,s}^{i,m}\left(a_{k,s}^{(i)},b_{k,s}^{(m)}\right)\right)\left(\prod_{i\in\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k,s}}}\underline{r}_{k,s}^{(i)}I_{\mathrm{Fov}_s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)p_{\mathrm{d},s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i)}\right)\right)\\
&\cdot\prod_{i'\notin\mathcal{D}_{\boldsymbol{a}_{k,s}},\,i'\in\{1,2,\cdots,n_{k,s}\}}\left(1-\underline{r}_{k,s}^{(i')}I_{\mathrm{Fov}_s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i')}\right)p_{\mathrm{d},s}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(i')}\right)\right)
\end{aligned}\tag{A-3}$$

另外，新生目标状态$\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}$在给定存在变量$\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}$和观测数目$m_{k,s}$时的条件概率密度$p(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}|\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},m_{k,s})$计算如下：

$$\begin{aligned}
&p(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}|\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s},m_{k,s})\\
&=\left(\prod_{m\in\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}}}f_{\mathrm{b},s}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m)}\right)\right)\\
&\quad\cdot\prod_{m'\notin\mathcal{I}_{\bar{\boldsymbol{r}}_{k,s}},m'\in\{1,2,\cdots,m_{k,s}\}}f_{\mathrm{d}}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k,s}^{(m')}\right)
\end{aligned}\tag{A-4}$$

因此，将(A-2)—式(A-4)式代入式(A-1)即可获得$p(\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{a}_k,\boldsymbol{b}_k,\boldsymbol{m}_k,\bar{\boldsymbol{y}}_k,\bar{\boldsymbol{g}}_k|\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k)$。

附录B　目标增广状态和群结构转移密度

对于增广状态和群结构的转移密度函数$p(\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1})$，可写为

$$\begin{aligned}
p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1}\right)=&p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1}\right)\\
&\cdot p\left(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1}\right)
\end{aligned}\tag{B-1}$$

其中，$p(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1})$和$p(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1})$分别为给定群结构下目标增广状态转移概率密度以及群结构转移概率质量函数。记集群划分$\underline{\boldsymbol{g}}_k$中属于第$j$个群的存活目标的索引集合为$\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j):=\{i:\underline{g}_k^{(i)}=j,i\in\{1,2,\cdots,n_k\}\}$。值得注意的是，$\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(0)$表示$k$时刻还未确认的存活目标的索引集合。令$\underline{\boldsymbol{y}}_{k,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}$表示集群划分$\underline{\boldsymbol{g}}_k$中第$j$个群内所有目标$i\in\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)$的联合增广状态向量。假设不同群目标和未确认的存活目标的运动是相互独立的，并且$k-1$时刻存在的目标$\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}$，以概率$p_{\rm e}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)})$存活至$k$时刻(即$r_{k-1}^{(i)}=1$和$\underline{r}_k^{(i)}=1$)，以概率$1-p_{\rm e}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)})$在$k$时刻消失，则可得

$$p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k|\underline{\boldsymbol{g}}_k,\boldsymbol{y}_{k-1}\right)=\prod_{j=0}^{N_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}}p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}|\boldsymbol{y}_{k-1,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}\right)\tag{B-2}$$

其中，$N_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}$表示由$\underline{\boldsymbol{g}}_k$划分形成的集群目标的数目，未确认的存活目标的增广状态转移概率密度函数$p(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(0)}|\boldsymbol{y}_{k-1,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(0)})$为

$$p\left(\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(i)},\underline{r}_k^{(i)}|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)},r_{k-1}^{(i)}\right)$$
$$:=\begin{cases}f_{\rm d}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}\right), & r_{k-1}^{(i)}=0,\ \underline{r}_k^{(i)}=0\\ 0, & r_{k-1}^{(i)}=0,\ \underline{r}_k^{(i)}=1\\ \left(1-p_{\rm e}\left(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}\right)\right)f_{\rm d}\left(\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}\right), & r_{k-1}^{(i)}=1,\ \underline{r}_k^{(i)}=0\\ p_{\rm e}\left(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}\right)p\left(\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}\right), & r_{k-1}^{(i)}=1,\ \underline{r}_k^{(i)}=1\end{cases}\tag{B-3}$$

其中，$p(\underline{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}|\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)})$是单目标的状态转移密度。如果某个目标$\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)},i\in\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)$的存在变量$r_{k-1}^{(i)}=0$，那么该目标在$k$时刻也不存在(即$\underline{r}_k^{(i)}=0$)。此外，当$j\neq0$时，集群划分$\underline{\boldsymbol{g}}_k$中的第$j$个群的增广状态转移密度函数$p(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}|\boldsymbol{y}_{k-1,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)})$为

$$\begin{aligned}&p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_{k,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}|\boldsymbol{y}_{k-1,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}\right)\\&=\left(\prod_{i\in\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)\backslash\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}p\left(\underline{\boldsymbol{y}}_k^{(i)}|\boldsymbol{y}_{k-1}^{(i)}\right)\right)\\&\quad\cdot\left(\prod_{i\in\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}p_{\rm e}\left(\boldsymbol{x}_{k-1}^{(i)}\right)\right)\\&\quad\cdot p\left(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}|\boldsymbol{x}_{k-1,\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}\right)\end{aligned}\tag{B-4}$$

其中，$\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j):=\{i:r_{k-1}^{(i)}=1,\ \underline{r}_k^{(i)}=1,\ i\in\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)\}$是$\underline{\boldsymbol{g}}_k$中第$j$个群内存活至$k$时刻的目标的索引集合，$\underline{\boldsymbol{x}}_{k,\Lambda_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}$是第$j$个群内目标的联合状态向量，$p(\underline{\boldsymbol{x}}_{k,\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)}|\boldsymbol{x}_{k-1,\tilde{\Lambda}_{\underline{\boldsymbol{g}}_k}(j)})$是群目标状态转移密度，该密度可灵活地结合群目标运动模型进行建模，例如领导-跟随模型[10,29]和基于随机微分方程的群运动模型[28]等。特别地，当群内只有一个目标时，群目标状态转移密度退化为单目标状态转移密度。

对于式(B-1)中的群结构转移概率质量函数$p(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1})$，本文采用一种与状态相关的模型如下，即在给定$\boldsymbol{y}_{k-1}$的情形下，$\underline{\boldsymbol{g}}_k$和$\boldsymbol{g}_{k-1}$是条件独立的，一些类似的模型可以参考文献[21,26,28]。

$$p(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1}):=\frac{s\left(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1}\right)}{\sum\limits_{\underline{\boldsymbol{g}}'_k\in\underline{\mathcal{G}}_k}s\left(\underline{\boldsymbol{g}}'_k|\boldsymbol{y}_{k-1}\right)}\tag{B-5}$$

其中，$s(\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1})$是在给定$\boldsymbol{y}_{k-1}$情形下用于评估集群划分$\underline{\boldsymbol{g}}_k$的得分函数，具体形式可参考文献[21]。因此，将式(B-2)—式(B-5)代入式(B-1)，可得$p(\underline{\boldsymbol{y}}_k,\underline{\boldsymbol{g}}_k|\boldsymbol{y}_{k-1},\boldsymbol{g}_{k-1})$。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参 考 文 献

[1] BAR-SHALOM Y, WILLETT P K, and TIAN Xin. Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms[M]. Storrs: YBS Publishing, 2011.

[2] BLACKMAN S and POPOLI R. Design and Analysis of Modern Tracking Systems[M]. Boston: Artech House, 1999.

[3] 李继广, 陈欣, 董彦非, 等. 基于协同滤波轨迹预测的机动目标RTPN拦截制导律[J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50(1): 86–96. doi: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0211.
LI Jiguang, CHEN Xin, DONG Yanfei, *et al.* RTPN interception guidance law for maneuvering target based on collaborative filtering trajectory prediction[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2024, 50(1): 86–96. doi: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0211.

[4] 曾雅俊, 王俊, 魏少明, 等. 分布式多传感器多目标跟踪方法综述[J]. 雷达学报, 2023, 12(1): 197–213. doi: 10.12000/JR22111.
ZENG Yajun, WANG Jun, WEI Shaoming, *et al.* Review of the method for distributed multi-sensor multi-target tracking[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(1): 197–213. doi: 10.12000/JR22111.

[5] 孟琭, 杨旭. 目标跟踪算法综述[J]. 自动化学报, 2019, 45(7): 1244–1260. doi: 10.16383/j.aas.c180277.
MENG Lu and YANG Xu. A survey of object tracking algorithms[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(7): 1244–1260. doi: 10.16383/j.aas.c180277.

[6] HOSEINNEZHAD R, VO B N, VO B T, *et al.* Visual

tracking of numerous targets via multi-Bernoulli filtering of image data[J]. *Pattern Recognition*, 2012, 45(10): 3625–3635. doi: 10.1016/j.patcog.2012.04.004.

[7] VO B N, MALLICK M, BAR-SHALOM Y, *et al*. Multitarget tracking[J]. *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, 2015. doi: 10.1002/047134608X.W8275.

[8] SINGER R A and STEIN J J. An optimal tracking filter for processing sensor data of imprecisely determined origin in surveillance systems[C]. 1971 IEEE Conference on Decision and Control, Miami Beach, USA, 1971: 171–175. doi: 10.1109/CDC.1971.270971.

[9] REID D. An algorithm for tracking multiple targets[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, 24(6): 843–854. doi: 10.1109/TAC.1979.1102177.

[10] MAHLER R P S. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion[M]. Boston: Artech House, 2007.

[11] WILLIAMS J L and LAU R A. Convergence of loopy belief propagation for data association[C]. The Sixth International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing, Brisbane, Australia, 2010: 175–180. doi: 10.1109/ISSNIP.2010.5706750.

[12] MEYER F, KROPFREITER T, WILLIAMS J L, *et al*. Message passing algorithms for scalable multitarget tracking[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2018, 106(2): 221–259. doi: 10.1109/JPROC.2018.2789427.

[13] GAGLIONE D, BRACA P, SOLDI G, *et al*. Fusion of sensor measurements and target-provided information in multitarget tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 322–336. doi: 10.1109/TSP.2021.3132232.

[14] LAN Hua, MA Jirong, WANG Zengfu, *et al*. A message passing approach for multiple maneuvering target tracking[J]. *Signal Processing*, 2020, 174: 107621. doi: 10.1016/j.sigpro.2020.107621.

[15] SUN Mengwei, DAVIES M E, PROUDLER I K, *et al*. Adaptive kernel Kalman filter based belief propagation algorithm for maneuvering multi-target tracking[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2022, 29: 1452–1456. doi: 10.1109/LSP.2022.3184534.

[16] SHARMA P, SAUCAN A A, BUCCI D J, *et al*. Decentralized Gaussian filters for cooperative self-localization and multi-target tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(22): 5896–5911. doi: 10.1109/TSP.2019.2946017.

[17] CORMACK D and HOPGOOD J R. Message passing and hierarchical models for simultaneous tracking and registration[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(3): 1524–1537. doi: 10.1109/TAES.2020.3046090.

[18] KROPFREITER T, MEYER F, and HLAWATSCH F. A fast labeled multi-Bernoulli filter using belief propagation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(3): 2478–2488. doi: 10.1109/TAES.2019.2941104.

[19] LIANG Mingchao and MEYER F. Neural enhanced belief propagation for multiobject tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, 72: 15–30. doi: 10.1109/TSP.2023.3314275.

[20] LAU R A and WILLIAMS J L. Tracking a coordinated group using expectation maximisation[C]. The Eighth IEEE International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing, Melbourne, Australia, 2013: 282–287. doi: 10.1109/ISSNIP.2013.6529803.

[21] ZHANG Xuqi, MENG Fanqin, LIU Haiqi, *et al*. Seamless tracking of group targets and ungrouped targets using belief propagation[EB/OL]. https://arxiv.org/abs/2208.12035, 2022.

[22] GADALETA S, POORE A B, ROBERTS S, *et al*. Multiple hypothesis clustering and multiple frame assignment tracking[C]. SPIE 5428, Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando, USA, 2004: 294–307. doi: 10.1117/12.542213.

[23] ZHANG Xuqi, LIU Haiqi, MENG Fanqin, *et al*. Group target tracking via jointly optimizing group partition and association[J]. *Automatica*, 2023, 153: 111013. doi: 10.1016/J.AUTOMATICA.2023.111013.

[24] MIHAYLOVA L, CARMI A Y, SEPTIER F, *et al*. Overview of Bayesian sequential Monte Carlo methods for group and extended object tracking[J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 25: 1–16. doi: 10.1016/j.dsp.2013.11.006.

[25] POORE A B. Multidimensional assignment formulation of data association problems arising from multitarget and multisensor tracking[J]. *Computational Optimization and Applications*, 1994, 3(1): 27–57. doi: 10.1007/BF01299390.

[26] GNING A, MIHAYLOVA L, MASKELL S, *et al*. Group object structure and state estimation with evolving networks and Monte Carlo methods[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1383–1396. doi: 10.1109/TSP.2010.2103062.

[27] LU Zhejun, HU Weidong, LIU Yongxiang, *et al*. Seamless group target tracking using random finite sets[J]. *Signal Processing*, 2020, 176: 107683. doi: 10.1016/j.sigpro.2020.107683.

[28] PANG S K, LI J, and GODSILL S J. Detection and tracking of coordinated groups[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(1): 472–502. doi: 10.1109/TAES.2011.5705687.

[29] LI Qing and GODSILL S. A new leader-follower model for Bayesian tracking[C]. The 23rd IEEE International Conference on Information Fusion (FUSION), Rustenburg, South Africa, 2020: 1–7. doi: 10.23919/FUSION45008.2020.9190329.

[30] 易伟, 袁野, 刘光宏, 等. 多雷达协同探测技术研究进展: 认知跟踪与资源调度算法[J]. 雷达学报, 2023, 12(3): 471–499. doi: 10.12000/JR23036.
YI Wei, YUAN Ye, LIU Guanghong, *et al*. Recent advances in multi-radar collaborative surveillance: Cognitive tracking and resource scheduling algorithms[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(3): 471–499. doi: 10.12000/JR23036.

[31] 齐崇英, 贺峰, 陈超. 多雷达组网与协同探测关键技术研究[J]. 指挥控制与仿真, 2023, 45(6): 42–46. doi: 10.3969/j.issn.1673-3819.2023.06.007.
QI Chongying, HE Feng, and CHEN Chao. Research on key technology of multi-radar network and cooperative detection[J]. *Command Control & Simulation*, 2023, 45(6): 42–46. doi: 10.3969/j.issn.1673-3819.2023.06.007.

[32] 李劲东. 中国高分辨率对地观测卫星遥感技术进展[J]. 前瞻科技, 2022, 1(1): 112–125. doi: 10.3981/j.issn.2097-0781.2022.01.010.
LI Jindong. Advances in high-resolution earth observation satellite remote sensing technologies in China[J]. *Science and Technology Foresight*, 2022, 1(1): 112–125. doi: 10.3981/j.issn.2097-0781.2022.01.010.

[33] PAO L Y and TRAILOVIC L. The optimal order of processing sensor information in sequential multisensor fusion algorithms[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(8): 1532–1536. doi: 10.1109/9.871766.

[34] WANG Yang, JING Zhongliang, HU Shiqiang, *et al*. On the sensor order in sequential integrated probability data association filter[J]. *Science China Information Sciences*, 2012, 55(3): 491–500. doi: 10.1007/s11432-011-4542-y.

[35] LIU Long, JI Hongbing, and FAN Zhenhua. Improved Iterated-corrector PHD with Gaussian mixture implementation[J]. *Signal Processing*, 2015, 114: 89–99. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.01.007.

[36] MALLICK M, KRISHNAMURTHY V, and VO B N. Integrated Tracking, Classification, and Sensor Management: Theory and Applications[M]. Piscataway: Wiley, 2013: 9–11.

[37] RISTIC B and ARULAMPALAM S. Bernoulli particle filter with observer control for bearings-only tracking in clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(3): 2405–2415. doi: 10.1109/TAES.2012.6237599.

[38] RAHMATHULLAH A S, GARCÍA-FERNÁNDEZ Á F, and SVENSSON L. Generalized optimal sub-pattern assignment metric[C]. The 20th International Conference on Information Fusion (Fusion), Xi'an, China, 2017: 1–8. doi: 10.23919/ICIF.2017.8009645.

[39] BEARD M, VO B T, and VO B N. OSPA$^{(2)}$: Using the OSPA metric to evaluate multi-target tracking performance[C]. 2017 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), Chiang Mai, Thailand, 2017: 86–91. doi: 10.1109/ICCAIS.2017.8217598.

[40] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, *et al*. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174–188. doi: 10.1109/78.978374.

作 者 简 介

张栩琪，博士，工程师，主要研究方向为目标跟踪、信息融合、信号和信息处理等。

周　彬，硕士，研究员，主要研究方向为电子对抗总体技术、信号和信息处理等。

刘海琪，博士，博士后，主要研究方向为目标跟踪、数据关联和优化方法等。

廖　骥，硕士，高级工程师，主要研究方向为信号探测、无源定位等。

刘永旭，博士，高级工程师，主要研究方向为卫星电子载荷总体技术、信号和信息处理等。

杨　光，硕士，高级工程师，主要研究方向为电子对抗总体技术、信号和信息处理等。

(责任编辑：高山流水)