一种具有多普勒容忍性的通感一体化波形设计

王佳欢 范平志 时 巧 周正春*
(西南交通大学信息科学与技术学院 成都 611756)

摘要：针对现有联合设计的通感一体化波形对运动目标探测性能不足的问题，该文提出了一种具有多普勒容忍性的通感一体化波形联合设计方案。首先，基于脉冲串模糊函数，推导了构造多普勒容忍波形等价于波形在相关区内具有极低的积分旁瓣电平。基于此，构建了以最小化一体化波形的加权积分旁瓣电平为优化准则，以发射波形的能量、峰均功率比以及与通信波形之间的相位差为约束条件的优化问题，从而实现具有多普勒容忍性的通感一体化波形的构造。由于该优化问题的非凸性，该文提出一种基于优化最小化的迭代优化算法对其进行求解。数值仿真实验表明，相比传统一体化波形，该文提出的一体化波形具有更高的多普勒容忍性和更低的误符号率，在保证通信质量的前提下显著提升了通感一体化系统对运动目标的探测性能。

关键词：通感一体化波形；多普勒容忍；积分旁瓣电平；优化最小化；误符号率
中图分类号：TN95 **文献标识码**：A **文章编号**：2095-283X(2023)02-0275-12
DOI: 10.12000/JR22155

引用格式：王佳欢, 范平志, 时巧, 等. 一种具有多普勒容忍性的通感一体化波形设计[J]. 雷达学报, 2023, 12(2): 275–286. doi: 10.12000/JR22155.

Reference format: WANG Jiahuan, FAN Pingzhi, SHI Qiao, *et al*. Doppler resilient integrated sensing and communication waveforms design[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(2): 275–286. doi: 10.12000/JR22155.

Doppler Resilient Integrated Sensing and Communication Waveforms Design

WANG Jiahuan FAN Pingzhi SHI Qiao ZHOU Zhengchun*
(*School of Information Science and Technology*, *Southwest Jiaotong University*, *Chengdu* 611756, *China*)

Abstract: Because Doppler resilience is limited in the existing joint design of Integrated Sensing And Communication (ISAC) waveforms, a new Doppler resilient ISAC waveform design is proposed based on a joint design. First, with the pulse train ambiguity function, a construction of the Doppler resilient pulse train is deduced, which is equivalent to designing a waveform with a very low integral sidelobe level in a correlation zone. Accordingly, to construct the Doppler resilient ISAC pulse train, an optimization problem is proposed that takes minimizing the weighted integral sidelobe level of the ISAC waveform as the objective function and takes the energy of the transmitted waveform, the peak-to-average power ratio, and the phase difference between the transmitted ISAC waveform and the communication data modulated waveform as constraints. Because the optimization problem is nonconvex, an iterative optimization algorithm based on the Majorization-Minimization (MM) framework is proposed to solve it. Nu-merical simulation experiments show that compared with the traditional ISAC waveform design method, the ISAC waveform proposed in this paper has higher Doppler resilience and a lower symbol error rate, and the detection performance of the ISAC system for moving targets is considerably improved without loss of communication quality.

Key words: Integrated Sensing and Communication (ISAC) waveform; Doppler resilience; Integrated Sidelobe Level (ISL); Majorization-Minimization (MM); Symbol Error Rate (SER)

收稿日期：2022-07-20；改回日期：2022-10-13；网络出版：2022-10-27
*通信作者： 周正春 zzc@swjtu.edu.cn *Corresponding Author: ZHOU Zhengchun, zzc@swjtu.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金(62020106001, 62131016, 62071397)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62020106001, 62131016, 62071397)
责任主编：崔国龙 Corresponding Editor: CUI Guolong

1 引言

雷达感知与无线通信作为两个独立发展的学科各自研制出了不同的硬件且分别占用不同的频谱资源。随着各自的快速发展，两者的宽带化和网络化趋势更加明显。然而，由于频谱资源有限，雷达与通信效能降低[1]。为高效利用频谱资源，学术界和工业界提出了两种解决方案[2]：(1)雷达与通信频谱共存(Radar Communication Coexistence, RCC)；(2)通感一体化(Integrated Sensing And Communication, ISAC)。

RCC技术是指分立的雷达与通信系统共用同一频谱，其往往要求雷达和通信系统周期性地交换一些信息以实现合作互利，从而导致了高复杂度和两者相互干扰的问题[2]。ISAC技术则直接通过共享硬件平台实现频谱共享，不需要额外的信息交换，因此受到学者的广泛关注[2–6]。相比RCC技术，ISAC技术需要实现雷达感知与无线通信功能的深度融合，其核心方法主要是一体化波形设计，使其既能携带通信信息，又能用于雷达目标探测。现阶段，一体化波形主要分为3种类型[3,7]：(1)以通信为主的一体化波形；(2)以雷达为主的一体化波形；(3)基于联合设计的一体化波形。

以通信为主的一体化波形是在现有通信波形的基础上实现感知功能，即通信是首要保证的功能。作为以通信为主的一体化波形的代表，正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)波形亦可实现部分的感知功能，而受到越来越多的关注[8,9]。然而，这种未对感知功能进行专门设计的OFDM波形，一般不具备感知所需的低相关性以及多普勒容忍性。此外，OFDM波形的高峰均功率比(Peak-to-Average Power Ratio, PAPR)也严重影响雷达感知的性能。另外，以通信为主的一体化波形由于通信数据的随机性，无法保证稳定的感知性能[4]。

以雷达为主的一体化波形是指在不降低感知性能的前提下，把通信数据嵌入到已有的感知信号中。作为以雷达为主一体化波形的典型，线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM) 波形的幅度、斜率、载频以及初相都可以携带通信信息而不影响其本身的感知性能[10,11]。此外，另一种经典的以雷达为主的一体化波形为相位编码波形，其可将通信的相位信息在脉间进行调制，其中雷达波形设计中一般以降低旁瓣电平为主[12–16]，重点结合各种实际场景的限制(例如频谱约束[17–19]、能量约束[18]、PAPR约束[15]、相似性约束[14]等)进行建模并优化，取得了大量研究成果，可以直接应用到以雷达为主的一体化波形中。综上，以雷达为主的一体化波形设计主要采用脉间调制通信信息的方式，虽然具备一定的通信信息传递能力，但是通信速率低，不利于通信信息的实时传输。

基于联合设计的一体化波形是指通过直接设计波形，使其同时具备通信信息传递与雷达感知的功能。在充分保证通信/感知性能的前提下，提升感知/通信的性能，或者根据实际需求对两者的性能进行折中。由于联合设计的一体化波形充分考虑了雷达和通信不同的性能需求，通过联合设计，相比以通信为主与以雷达为主的一体化波形设计考虑得更为全面，因此近些年来越来越多的学者开始致力于研究此类波形[3,20–24]。文献[21]在完美信道估计的假设下，以最小化多用户干扰为优化准则，考虑雷达方向图相似性约束构建优化问题，通过求解该优化问题设计出一体化波形，在MIMO系统中实现了感知和通信的功能。文献[22]在充分保证每个用户的信噪比前提下，以最大化雷达波束成形的性能为优化准则，不仅实现了一体化需求且雷达功能逼近以雷达为主的一体化波形。随后，文献[24]又以波形的协方差矩阵与给定的MIMO雷达最优协方差相等为约束，以最大化多用户信干噪比的效用函数为优化准则，建立并求解此优化问题，进一步提升了波形的干扰抑制能力。上述文献设计的一体化波形均能有效实现雷达和通信功能，但是均存在未考虑多普勒容忍性的问题。

在实际应用中，目标一般为运动目标，其产生的多普勒效应将使目标回波发生相位偏转，从而导致匹配滤波器失配，严重影响雷达的脉压性能的同时也会降低通信质量。因此，设计具有多普勒容忍性的一体化波形尤为重要。因此，针对以通信/雷达为主一体化波形的弊端以及现有的基于联合设计的一体化波形中未考虑多普勒容忍的问题，本文提出一种多普勒容忍的通感一体化波形设计方法。本文的主要贡献如下：

(1) 构建了具有多普勒容忍性的一体化波形设计模型。首先，通过分析脉冲串的模糊函数，推导出多普勒容忍波形所需满足的低旁瓣要求。其次，为实现通信信息的有效传输，分析了一体化波形与通信数据调制波形所需满足的相位差约束。最后，以最小化加权积分旁瓣电平为目标函数，结合能量约束、PAPR约束和相位差约束建立了一体化波形设计的优化问题。

(2) 提出了基于优化最小化(Majorization-Minimization, MM)框架的一体化波形设计算法。由于构建的优化问题为非凸问题，本文基于MM框架，

利用一系列简单的线性函数替代原始目标函数，并结合相位差、PAPR等约束的特点，推导出了原始优化问题的闭式迭代表达式，从而可以快速获取一体化波形。

(3) 验证了提出的多普勒容忍一体化波形的有效性。基于数值仿真实验，本文综合对比了所提方法与传统方法的误符号率(Symbol Error Rate, SER)、相关性以及模糊函数性能。结果表明，所提方法具有更低的SER和距离旁瓣，多普勒容忍度也更高，提升了雷达和通信的性能。

2　多普勒容忍的一体化波形建模

如图1所示，考虑一个可以同时实现雷达目标感知与通信的ISAC系统。假设在一个相干处理周期(Coherent Processing Interval, CPI)内发射N个一体化脉冲，离散化的脉冲长度为L。对于第n个脉冲，发射的一体化波形离散化表示为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}_n=[x_{n,1},x_{n,2},\cdots,x_{n,L}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^L,\\&n=0,1,\cdots,N-1,\ l=0,1,\cdots,L-1\end{aligned}\tag{1}$$

其中，$\mathbb{C}^L$表示L维复数域。而后，回波被一体化系统接收，利用匹配滤波器与相干处理的方式对目标进行检测。发送到通信用户的波形，则通过解调获取通信信息而实现通信功能。

由于雷达与通信对波形有不同的需求，下文首先分别分析雷达和通信对一体化波形的需求，然后提出相应的优化模型以构建一体化波形。

2.1　雷达需求

为使设计的波形具有多普勒容限，其模糊函数在一定的多普勒区间内应具有很低的距离旁瓣[25–27]。假设雷达接收滤波器为匹配滤波器，当考虑静止目标时，滤波器的输出取决于第n个PRT中发射波形$\boldsymbol{x}_n$的非周期自相关函数$C_n(k)$：

$$C_n(k)=\begin{cases}\displaystyle\sum_{l=0}^{L-k-1}x_{n,l}x_{n,l+k}^*, & 0\le k\le L-1\\ \displaystyle\sum_{l=0}^{L+k-1}x_{n,l-k}x_{n,l}^*, & -(L-1)\le k\le -1\end{cases}\tag{2}$$

对一个CPI中所有滤波输出的结果进行相干积累，其总的输出取决于非周期自相关函数之和$g_0(k)$：

$$g_0(k)=\sum_{n=0}^{N-1}C_n(k),|k|=0,1,\cdots,L-1\tag{3}$$

若$g_0(k)=NL\delta_k$，δ_k为冲激函数，则$g_0(k)$也是冲激函数且脉冲串$\{\boldsymbol{x}_n\}_{n=0}^{N-1}$是互补的[25]。具有冲激式的输出表明距离旁瓣极低，其脉压输出性能是理想的。

若目标是运动的，假设其引起的多普勒频率为f，单位为Hz，则在一个CPI中，相干积累的结果取决于脉冲串$\{\boldsymbol{x}_n\}_{n=0}^{N-1}$的模糊函数[25,26]：

$$g(k,\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}C_n(k)\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\theta},|k|=0,1,\cdots,L-1\tag{4}$$

其中，$\theta=2\pi fT$是多普勒频移，单位为rad[25,27]。T表示脉冲重复周期(Pulse Repetition Time, PRT)。

为探测运动目标，要求脉冲串$\{\boldsymbol{x}_n\}_{n=0}^{N-1}$具有良好的多普勒容忍性，即$\theta$在一定多普勒频移区间能保持准互补特性[28]，也即模糊函数在给定的多普勒区间$(-D,D)$内任意的时延切片都具有低的距离旁瓣：

$$\frac{|g(k,\theta)|}{NL}\le\gamma,\ |k|=1,2,\cdots,Z-1,\ \theta\in(-D,D)\tag{5}$$

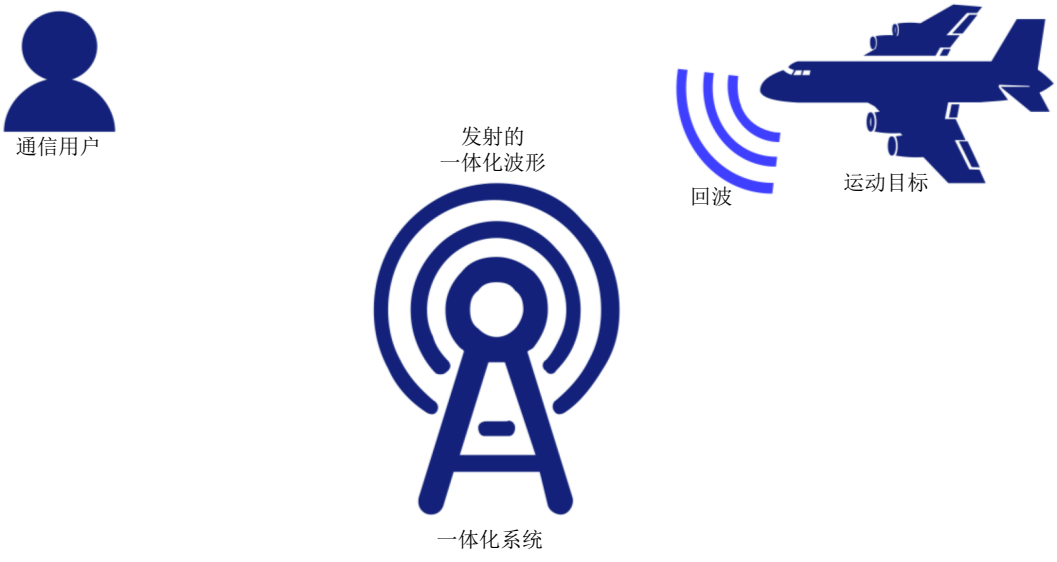


图 1 通感一体化模型图

Fig. 1　ISAC model

其中，D是最大多普勒频移，满足$D \le \pi$，D越大表明多普勒容忍区域也越大；γ为很小的正数，一般取10^{-4}。通常情况下，把具有互补性质的波形单独拿出来分析，会发现其自相关性并不理想[25]。为了克服这个弊端，本文将提出一种新的多普勒容忍波形。在此之前，先提出一个命题。

命题1 若自相关函数$C_n(k)$满足条件

$$|C_n(k)| \le L\gamma,\ |k| = 1,2,\cdots,Z-1 \tag{6}$$

其中，Z是感兴趣区间的宽度，且$Z \le L$，则模糊函数满足

$$\frac{|g(k,\theta)|}{NL} \le \gamma, |k| = 1,2,\cdots,Z-1,\ \theta \in (-\pi,\pi) \tag{7}$$

证明： 基于模糊函数定义以及式(6)，可得

$$\begin{aligned}|g(k,\theta)| &= \left|\sum_{n=0}^{N-1} C_n(k)\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\theta}\right| \le \sum_{n=0}^{N-1}|C_n(k)|\cdot\left|\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\theta}\right| \\ &\le \sum_{n=0}^{N-1} L\gamma = NL\gamma\end{aligned} \tag{8}$$

从而可得式(7)。 证毕

命题1表明要构建具有多普勒容忍性的脉冲串$\{\boldsymbol{x}_n\}_{n=0}^{N-1}$，在预定的多普勒容限下，只需其自相关函数$C_n(k)$在一个感兴趣的时延区间内距离旁瓣电平$|C_n(k)|$很低即可，且不受PRT数目的限制。值得一提的是，相对于文献[25]中的多普勒容限(–0.1, 0.1)，根据命题1构建的脉冲串具有更大的多普勒容限，即$(-\pi,\pi)$。为降低$|C_n(k)|$的值，可通过最小化加权积分旁瓣电平(Weighted Integrated Sidelobe Level, WISL)实现，其中，

$$\mathrm{WISL} = \sum_{k=1}^{L-1}\omega_k|C_n(k)|^2 \tag{9}$$

其中，ω_k为权重，当$|k| = 1,2,\cdots,Z-1$时，$\omega_k = 1$；当$|k| \ge Z$时，$\omega_k = 0$。另外，WISL可以转化为[29,30]

$$f(\boldsymbol{x}_n) = \sum_{k=1}^{L-1}\omega_k|\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{x}_n|^2 \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{U}_k$是特普利茨矩阵[27,30,31]，$\boldsymbol{U}_k$的第(n_u,m_u)个元素$\boldsymbol{U}_k(n_u,m_u)$为

$$\boldsymbol{U}_k(n_u,m_u) = \begin{cases}1, & n_u - m_u = k\\ 0, & n_u - m_u \ne k\end{cases} \tag{11}$$

综上所述，雷达需求中的多普勒容忍波形设计问题可以转化为单个具有局部零/低相关区[32]的波形设计问题，这为多普勒容忍波形的构造提供了新的思路。

2.2 通信需求

对于通信用户而言，通信的准确性很重要。本节就通信的准确性与一体化波形之间的关系进行说明，并给出如何设计一体化波形，以满足通信需求。

在第n个PRT中，一体化波形$\boldsymbol{x}_n$被发射，通信用户接收到的波形为$\boldsymbol{y}_n = [y_{n,1},y_{n,2},\cdots,y_{n,L}]^{\mathrm{T}}$：

$$\boldsymbol{y}_n = h\boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{w}_n \tag{12}$$

其中，通信信道响应h是瑞利衰落的[21]，可以假设h被完美估计[21]且在一个CPI中保持不变[33]；$\boldsymbol{w}_n = [w_{n,1},w_{n,2},\cdots,w_{n,L}]^{\mathrm{T}}$是噪声符号向量且$\boldsymbol{w}_n \sim \mathcal{CN}(0,\sigma^2\boldsymbol{I}_N)$，即$w_{n,l}$服从均值为0、方差为$\sigma^2$的复高斯分布。

假设通信采用的调制方式是M-PSK (M-Phase-Shift Keying)，通信数据调制波形的离散化表示为$\boldsymbol{e}_n = [e_{n,1},e_{n,2},\cdots,e_{n,L}]$，其中，$e_{n,1}$的相位可以为

$$\arg(e_{n,l}) = \frac{2\pi}{M},\ \frac{2\pi}{M}\cdot 2,\ \cdots,\ \frac{2\pi}{M}\cdot M \tag{13}$$

M为大于等于2的正整数，那么一体化信号的每一个符号$x_{n,l}$应该满足相位差约束：

$$|\arg(x_{n,l}) - \arg(e_{n,l})| < \epsilon, l = 0,1,\cdots,L-1 \tag{14}$$

其中，$\arg(\cdot)$是复数的相位，ϵ是相位差阈值且$\epsilon < \pi/M$。通过设计$x_{n,l}$，使其与通信符号$e_{n,l}$之间的相位差尽可能得小，从而实现通信信息的准确传输。

接收的每一个符号$y_{n,l}$都可以在解调后以一定的SER得到所需的M-PSK符号。定义SER为

$$\mathrm{SER} = \frac{N_{\mathrm{err}}}{NL} \tag{15}$$

其中，N_{err}是估计的错误符号数，即下述集合中的元素个数，该集合具体表示为

$$\begin{aligned}&\{y_{n,l}/h : |\arg(y_{n,l}/h) - \arg(e_{n,l})| > \frac{\pi}{M},\\ &n = 0,1,\cdots,N-1, l = 0,1,\cdots,L-1\}\end{aligned} \tag{16}$$

综上所述，通信需求中的误符号率问题可以转化为相位差约束，相位差越小，误符号率越低。

2.3 一体化波形需求以及优化问题建模

根据上述对雷达和通信需求的分析，为设计具有雷达通信双功能的通感一体化波形，采用最小化WISL的优化准则，建立如下优化模型

$$\begin{aligned}P_J : \min_{\boldsymbol{x}_n}\ &\sum_{k=1}^{L-1}\omega_k|\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{x}_n|^2\\ \text{s.t.}\ \ &\mathrm{C1} : |\arg(x_{n,l}) - \arg(e_{n,l})| < \epsilon\\ &\mathrm{C2} : \|\boldsymbol{x}_n\|_2^2 = L\\ &\mathrm{C3} : \alpha_L < |x_{n,l}| < \alpha_U, l = 0,1,\cdots,L-1\end{aligned} \tag{17}$$

其中，目标函数用于确保雷达需求，使设计的波形

具有一定的多普勒容忍性；C1为通信约束，以确保通信SER；C2为波形能量约束；C3为模长约束。由于2.1节、2.2节并未提及模长约束C3，下文将介绍模长约束C3的由来。

在一体化波形发射接收过程中，若波形的PAPR过大，则由于功率放大器的限制将导致信息失真与低功效问题。因此，本文考虑引入PAPR约束对波形的峰值功率进行限制， 而PAPR的定义为[15,29]

$$\mathrm{PAPR}(\boldsymbol{x}_n)=\frac{\|\boldsymbol{x}_n\|_\infty^2}{\frac{1}{L}\|\boldsymbol{x}_n\|_2^2} \tag{18}$$

其中，$\|\boldsymbol{x}_n\|_\infty=\max\{|x_{n,l}|:l=0,1,\cdots,L-1\}$, $\|\boldsymbol{x}_n\|_2=\left(\sum_{l=0}^{L-1}|x_{n,l}|^2\right)^{1/2}$，因此PAPR的约束可以写为

$$\mathrm{PAPR}(\boldsymbol{x}_n)\le\alpha \tag{19}$$

其中，α表示PAPR的上界，$\alpha\ge1$。结合波形的能量约束C2，PAPR约束等价于波形每个符号的模长均有上界，即

$$|x_{n,l}|<\alpha_U \tag{20}$$

其中，$\alpha_U=\sqrt{\alpha}$。再者，由于$|x_{n,l}|$表示$x_{n,l}$的幅值，幅值越大表明符号能量越高。当考虑噪声时，符号能量越大译码时受噪声干扰越小。因此，需要给定$|x_{n,l}|$的下界α_L，即

$$|x_{n,l}|>\alpha_L \tag{21}$$

其中，$0<\alpha_L\le1$。因此，可以得到模长约束C3：

$$\alpha_L<|x_{n,l}|<\alpha_U \tag{22}$$

针对上述优化问题P_J，即式(17)，当不考虑通信约束C1时，其退化为仅有能量约束与模长约束的优化问题P_r：

$$\begin{aligned}P_r:\min_{\boldsymbol{x}_n}\ &\sum_{k=1}^{L-1}\omega_k|\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{x}_n|^2\\ \text{s.t.}\quad &\mathrm{C2}:\|\boldsymbol{x}_n\|_2^2=L\\ &\mathrm{C3}:\alpha_L<|x_{n,l}|<\alpha_U,l=0,1,\cdots,L-1\end{aligned} \tag{23}$$

综上可知，通过求解式(17)，可以获得具有多普勒容忍性的通感一体化波形；通过求解式(23)，可以设计具有多普勒容忍性的雷达波形。接下来，将具体推导求解优化问题P_J和P_r的方法。

3　基于MM的一体化波形设计

观察式(17)可以发现，优化问题P_J是一个非凸优化问题，难以直接对其求解。因此，本节提出一种基于MM优化框架的算法以求解优化问题P_J。

MM算法的核心思想是：采用一系列简单函数$u\left(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)$替代复杂的目标函数$f(\boldsymbol{x}_n)$，通过求解这些简单函数逐步获得原优化问题的解，其中，t代表迭代次数。简单函数的选取应满足[30]：

$$u\left(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)\ge f(\boldsymbol{x}_n) \tag{24}$$

$$u\left(\boldsymbol{x}_n^{(t)},\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)=f\left(\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right) \tag{25}$$

据此可得单调非增不等式：

$$f\left(\boldsymbol{x}_n^{(t+1)}\right)\le u\left(\boldsymbol{x}_n^{(t+1)},\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)\le u\left(\boldsymbol{x}_n^{(t)},\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)=f\left(\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right) \tag{26}$$

其中，$\boldsymbol{x}_n^{(t+1)}\in\arg\min_{\boldsymbol{x}_n}u(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_n^{(t)})$。结合目标函数$f(\boldsymbol{x}_n)$的下界为0这一事实，并根据“单调有界数列必定收敛”这一定理可知：MM算法是收敛的。

根据文献[30]，目标函数$f(\boldsymbol{x}_n)$在第t个迭代点$\boldsymbol{x}_n^{(t)}$处的替代函数为

$$\begin{aligned}u\left(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)=&-2\mathrm{Re}\left(\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}_n^{(t)}\right)+2L(\boldsymbol{\lambda}_{\boldsymbol{J}}L+\lambda_u)\\&-3\sum_{k=1}^{L-1}\omega_k\left|C_n^{(t)}(k)\right|^2\end{aligned} \tag{27}$$

其中，

$$\boldsymbol{a}_n^{(t)}=-\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}_n^{(t)}+(\lambda_{\boldsymbol{J}}L+\lambda_u)\boldsymbol{x}^{(t)} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{R}=\sum_{k=1-L}^{L-1}\omega_kC_n^{(t)}(-k)\boldsymbol{U}_k \tag{29}$$

$$\boldsymbol{J}=\sum_{k=1-L}^{L-1}\omega_k\mathrm{vec}\left(\boldsymbol{U}_k\right)\mathrm{vec}(\boldsymbol{U}_k)^{\mathrm{H}} \tag{30}$$

λ_J和λ_u分别表示$\boldsymbol{J}$的最大特征值和$\boldsymbol{R}$的最大特征值的上界，即

$$\lambda_J=\min_k\{\omega_k(L-k):k=1,2,\cdots,L-1\} \tag{31}$$

$$\lambda_u=\frac{1}{2}\left(\max_{1\le i\le L}\mu_{2i}+\max_{1\le i\le L}\mu_{2i-1}\right) \tag{32}$$

其中，μ_i是$\boldsymbol{\mu}$的第i个元素，$\mu=\boldsymbol{F}\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{F}$是$2L\times2L$的离散傅里叶(Discrete Fourier Transform, DFT)矩阵，且$\boldsymbol{c}=\left[0,\omega_1r_1^{(l)},\cdots,\omega_{L-1}r_{L-1}^{(l)},0,\omega_{L-1}r_{1-L}^{(l)},\cdots,\omega_1r_{-1}^{(l)}\right]^{\mathrm{T}}$。为了表述方便，令$r_k^{(t)}=C_n^{(t)}(k)$。可得

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}_n^{(t)}=\frac{1}{2L}\boldsymbol{F}_{:,1:L}^{\mathrm{H}}\mathrm{Diag}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{c})\boldsymbol{F}_{:,1:L}\boldsymbol{x}_n^{(t)} \tag{33}$$

其中，$\mathrm{Diag}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{c})$表示以$\boldsymbol{F}\boldsymbol{c}$为对角元素的对角阵。

式(33)表明$\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}^{(t)}$可由快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)/快速傅里叶逆变换 (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT)实现，而式(28)中$\boldsymbol{a}_n^{(t)}$包含$\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}^{(t)}$，因此$\boldsymbol{a}_n^{(t)}$可被快速计算，具体计算步骤见表1[30]。

表 1 基于FFT/IFFT快速计算$\boldsymbol{a}_n^{(t)}$[30]

Tab. 1 Compute $\boldsymbol{a}_n^{(t)}$ based on FFT/IFFT[30]

1. 输入：$\boldsymbol{x}_n^{(t)}$, $\{\omega_l\}_{l=-L+1}^{L-1}$，执行：
2. $\boldsymbol{fx}=\text{fft}([\boldsymbol{x}_n^{(t)},\boldsymbol{0}_{1\times L}]^{\text{T}})$
3. $\boldsymbol{r}=\text{ifft}(|\boldsymbol{fx}|^2)$
4. $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{r}\circ[0,\omega_1,\cdots,\omega_{L-1},0,\omega_{L-1},\cdots,\omega_1]^{\text{T}}$
5. $\boldsymbol{\mu}=\text{fft}(\boldsymbol{c})$
6. $\textbf{tmp}=\text{ifft}\,(\mu\circ(\boldsymbol{fx}))$
7. $\boldsymbol{Rx}_n^{(t)}=\textbf{tmp}_{1:L}$
8. $\lambda_J=\max\limits_k\{\omega_k(L-k):k=1,2,\cdots,L-1\}$
9. $\lambda_u=\dfrac{1}{2}\left(\max\limits_{1\le i\le L}\mu_{2i}+\max\limits_{1\le i\le L}\mu_{2i-1}\right)$
10. $\boldsymbol{a}_n^{(t)}=-\boldsymbol{Rx}^{(t)}+(\lambda_J L+\lambda_u)\boldsymbol{x}^{(t)}$
11. 输出：$\boldsymbol{a}_n^{(t)}$

观察式(27)，忽略$u\left(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_n^{(t)}\right)$中的常数项，原优化问题$P_J$的目标函数可转化为

$$\min_{\boldsymbol{x}_n}\ -2\text{Re}\left\{\boldsymbol{x}_n^{\text{H}}\boldsymbol{a}_n^{(t)}\right\}\tag{34}$$

式(34)等价于$\min\limits_{\boldsymbol{x}_n}\|\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{a}_n^{(t)}\|_2$，因此，$P_J$在$\boldsymbol{x}_n^{(t)}$处的优化问题可以表述为

$$\begin{aligned}P_{J,1}:&\min_{\boldsymbol{x}_n}\ \|\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{a}_n^{(t)}\|_2\\ &\text{s.t.}\quad \text{C1}:|\arg(x_{n,l})-\arg(e_{n,l})|<\epsilon,\\ &\qquad\ \text{C2}:\|\boldsymbol{x}_n\|_2^2=L\\ &\qquad\ \text{C3}:\alpha_L<|x_{n,l}|<\alpha_U,l=0,1,\cdots,L-1\end{aligned}\tag{35}$$

为便于求解$P_{J,1}$，首先不考虑通信约束C1，则有

$$\begin{aligned}P'_{J,1}:&\min_{\boldsymbol{x}_n}\left\|\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{a}_n^{(t)}\right\|_2\\ &\text{s.t.}\quad \text{C2}:\|\boldsymbol{x}_n\|_2^2=L\\ &\qquad\ \text{C3}:\alpha_L<|x_{n,l}|<\alpha_U,l=0,1,\cdots,L-1\end{aligned}\tag{36}$$

观察$P'_{J,1}$，可直接获得$P'_{J,1}$的解析解：

$$x_{n,l}^{(t+1)}=\left|x_{n,l}^{(t+1)}\right|\text{e}^{\text{j}\arg\left(a_{n,l}^{(t)}\right)}\tag{37}$$

其中，$\arg(a_{n,l}^{(t)})$表示$a_{n,l}^{(t)}$的相位。进一步，考虑模长约束C3，$x_{n,l}^{(t+1)}$的模长$|x_{n,l}^{(t+1)}|$为

$$\left|x_{n,l}^{(t+1)}\right|=\begin{cases}\alpha_L, & \delta|a_{n,l}|\le\alpha_L\\ \alpha_U, & \delta|a_{n,l}|\ge\alpha_U\\ \delta|a_{n,l}|, & \delta|a_{n,l}|\in(\alpha_L,\alpha_U)\end{cases}\tag{38}$$

其中，δ可由二分法[34](见表2)得到以确保能量约束C2: $\|\boldsymbol{x}_n\|_2^2=L$，其等价于确保$f_L(\delta)=0$，其中

$$f_L(\delta)=-L+\sum_{l=0}^{L-1}\max\left\{\min\left\{\alpha_U^2,\delta^2|a_{n,l}|^2\right\},\alpha_L^2\right\}\tag{39}$$

表 2 二分法求δ

Tab. 2 Bisection method for δ

1. 初始化：设置搜索区间(δ_L,δ_U)。设置$\delta_L=0$以及 $\delta_U=\dfrac{\alpha_U}{\min\{|a_{n,l}|\ne0,l=1,2,\cdots,L\}}$, 令$\delta\in(\delta_L,\delta_U)$
2. While $|\delta_U-\delta_L|>\text{eps}\cdot|\delta_U|$
3. $\quad\delta=(\delta_L+\delta_U)/2$
4. $\quad$If $\text{sign}(f_L(\delta))=\text{sign}(f_L(\delta_U))$
5. $\qquad\delta_U=\delta$
6. $\quad$or
7. $\qquad\delta_L=\delta$
8. $\quad$End if
9. End while，输出：δ

表2中，$\text{eps}=2.22\times10^{-16}$。若实数$a>0$，则$\text{sign}\,(a)=1$；如果$a<0$，则$\text{sign}\,(a)=-1$；若$a=0$，则$\text{sign}\,(a)=0$。

结合式(37)与式(38)，可得优化问题$P'_{J,1}$的解为

$$x_{n,l}^{(t+1)}=\begin{cases}\alpha_L\text{e}^{\text{j}\arg(a_{n,l})}, & \delta|a_{n,l}|\le\alpha_L\\ \alpha_U\text{e}^{\text{j}\arg(a_{n,l})}, & \delta|a_{n,l}|\ge\alpha_U\\ \delta|a_{n,l}|\text{e}^{\text{j}\arg(a_{n,l})}, & \delta|a_{n,l}|\in(\alpha_L,\alpha_U)\end{cases}\tag{40}$$

不失一般性，亦为后续叙述方便，令$\bar{x}_{n,l}^{(t+1)}=x_{n,l}^{(t+1)}$。

基于此，继续分析优化问题$P_{J,1}$。相比$P'_{J,1}$，优化问题$P_{J,1}$多了一个相位差约束C1。由于求解$P'_{J,1}$得到的解通常不在相位差约束C1中，即不在$P_{J,1}$的可行集中。为使$P'_{J,1}$的解满足相位差约束，定义如下投影算子$\Pi(\cdot)$：

$$\Pi(\bar{x}_n^{(t+1)})=\begin{cases}\bar{x}_{n,l}^{(t+1)}, & |\arg(\bar{x}_{n,l})-\arg(e_{n,l})|<\epsilon\\ \left|\bar{x}_{n,l}^{(t+1)}\right|\text{e}^{\text{j}(\arg(e_{n,l})+\epsilon)}, & \arg(\bar{x}_{n,l})-\arg(e_{n,l})>\epsilon\\ \left|\bar{x}_{n,l}^{(t+1)}\right|\text{e}^{\text{j}(\arg(e_{n,l})-\epsilon)}, & \arg(\bar{x}_{n,l})-\arg(e_{n,l})<-\epsilon\end{cases}\tag{41}$$

其中，$\bar{\boldsymbol{x}}_n^{(t+1)}$是$P'_{J,1}$的解。从而，将$P'_{J,1}$的解投影到相位差约束集上，得到$P_{J,1}$的解：$\boldsymbol{x}_n^{(t+1)}=\Pi(\bar{\boldsymbol{x}}_n^{(t+1)})$。

综上所述，将提出的基于MM的一体化波形设计算法总结在表3中。此外可以发现，$P'_{J,1}$的解$\bar{\boldsymbol{x}}_n^{(t+1)}$实际为不考虑通信约束时，优化问题$P_r$在第$t$+1个迭代点处的解，当其收敛所得的波形即为雷达波形。值得一提的是，在迭代过程中，为进一步提高算法收敛速度，可以采用文献[30]提出的基于平方迭代法(Squared Iterative Method, SQUAREM)的加速方案。

4 数值结果与分析

本节利用数值仿真结果验证提出的通感一体化波形设计方法的有效性。假设通信信道响应

表 3 基于MM算法的一体化波形设计

Tab. 3 MM-based algorithm for ISAC waveform design

1. 输入：α, ϵ, ω_l, $\boldsymbol{e}_n$，以及$\boldsymbol{x}_n^{(0)}=\boldsymbol{e}_n$
2. for $t=0,1,2,\cdots$执行
3. 计算 $\boldsymbol{a}_n^{(t)}$(根据表1执行)
4. 计算 $\bar{\boldsymbol{x}}_n^{(t+1)}$(根据式(40))
5. 计算 $\boldsymbol{x}_n^{(t+1)}=\Pi(\bar{\boldsymbol{x}}_n^{(t+1)})$(根据式(41))
6. end for (当收敛时)
7. 输出：$\boldsymbol{x}_n^{(t+1)}$

$h\sim\mathcal{CN}(0,1)$。信号长度$L=512$，脉冲数$N=64$。通信信号$\boldsymbol{e}_n$采用正交相移键控(Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)调制方式，具体而言是$\pi/4$-QPSK调制方式。为了便于后续仿真，定义系统接收端信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)为$\mathrm{SNR}=P|h|^2/\sigma^2$，其中，$P=1$为发射波形的平均功率。定义第$n$个PRT内发射波形的峰值旁瓣电平(Peak Sidelobe Level, PSL)[30,35]为

$$\mathrm{PSL}=\max_{|k|\in\{1,2,\cdots,Z-1\}}20\lg\left(|C_n(k)|/L\right) \tag{42}$$

接下来，本文首先对提出的基于MM的一体化波形进行性能分析，主要分析算法的收敛性、PSL和SER等性能。随后，对本文提出的基于MM的一体化波形与传统的基于LFM的一体化波形进行性能比较，主要从SER、自相关函数以及模糊函数这3个方面验证所提方法的性能优势。

4.1 性能分析

本节首先对所提算法进行收敛性分析，而后分析提出的一体化波形的PSL和SER性能。

4.1.1 收敛性分析

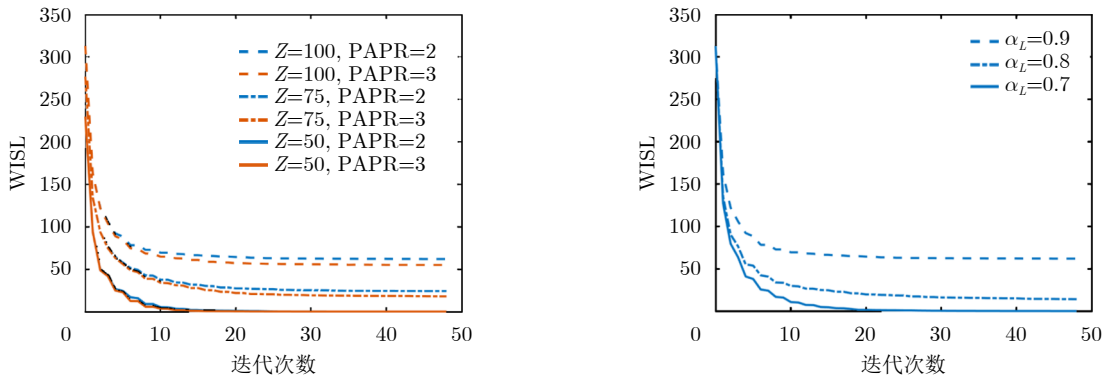
图2(a)和图2(b)展示了不同参数下所提算法的收敛性曲线。可以观察到，WISL随着迭代次数增加快速收敛到一个稳定值。

图2(a)为相位差阈值$\epsilon=0.3$且模长下界$\alpha_L=0.9$的情况下，WISL随着感兴趣时延区间$(-Z,Z)$、PAPR以及迭代次数变化的曲线图。可以看出，Z越小WISL的值越小。这是因为从优化的角度，当约束集固定时，目标考虑的要素越少越容易优化，从而感兴趣的时延区间$(-Z,Z)$越小，越容易得到低WISL的波形。另外可以发现，PAPR越大，WISL的值也越低。这是因为PAPR增大，可行集也随之增大，从而也更容易获得低WISL的波形。

图2(b)为相位差阈值$\epsilon=0.3$、感兴趣时延区域宽度$Z=100$以及PAPR固定为2的情况下，WISL随着模长下界α_L与迭代次数变化的曲线图。可以看出，α_L越小，WISL的值也越低。这是因为α_L减小，引起可行集增大，从而容易获得低WISL的波形。综合图2(a)与图2(b)可知，感兴趣区域越小、PAPR越大、波形模长下界α_L越小，波形的WISL值也越低。

4.1.2 PSL和SER分析

图3展示了在$\epsilon=0.3$且PAPR=2的情况下，SER随着感兴趣时延区间$(-Z,Z)$、模长下界α_L以及SNR变化的曲线，并计算了对应参数下无噪声情况时波形的PSL。仿真结果为1000次独立蒙特卡罗仿真实验得到。从图3可以看出：Z越大，则SER也越大。这是因为从优化的角度，目标函数考虑的要素越多，越难实现，导致部分相位在相位差约束的边界取到，从而引起SER增加。当Z较小时，SER随着模长下界α_L的增加而几乎不变。由于模长决定了符号能量，模长越小，符号能量越低，越容易受噪声的影响导致SER增大。而上述现象表明了当Z较



(a) WISL随迭代次数的变化(参数为Z与PAPR)
(a) WISL versus iteration number with Z and PAPR

(b) WISL随迭代次数的变化(参数为α_L)
(b) WISL versus iteration number with α_L

图 2 算法收敛曲线

Fig. 2 Convergence curve of the proposed algorithm

小时，实际优化得到的一体化波形中的符号模长均较大，导致SER的值均相差无几，也表明这种情况下模长下界的约束作用较小。反之，当Z较大时，SER随着模长下界α_L的增加而增加，此时模长下界的约束作用明显增大。

此外，随着模长下界α_L的增加，PSL总体是增大的。这是因为模长下界α_L增加导致可行集缩小，从而增大了获得低旁瓣波形的难度。总之，当Z较大，即感兴趣的时延区间$(-Z,Z)$较大时，随着模长下界α_L的增大，SER增大，PSL也增大，此时PSL的改善是以牺牲SER而达到的；而Z较小时，即感兴趣时延区间$(-Z,Z)$较小时，随着模长下界α_L的增大，SER几乎不变，而PSL会增大。因此，可根据实际应用需求，选择适当的参数。

4.2 性能比较

为了进一步验证本文所提算法的性能，本文采用文献[21]提出的一种基于LFM的单天线情况下通感一体化波形设计方法作为对比方案。具体地，令$\boldsymbol{s}$表示LFM波形，若设计的波形$\boldsymbol{x}_n$满足$\boldsymbol{x}_n=\boldsymbol{s}$，表明设计的波形以雷达功能为主；若满足$\boldsymbol{x}_n=\boldsymbol{e}_n$，表明设计的波形以通信功能为主。若采用两者之间相互折中的方案，令ρ表示权重，则有如下优化问题：

$$\min_{\boldsymbol{x}_n}(1-\rho)\|\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{e}_n\|_2^2+\rho\|\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{s}\|_2^2 \tag{43}$$

显然，式(43)为一个典型的二次优化问题，具有闭式解

$$\boldsymbol{x}_n=(1-\rho)\boldsymbol{e}_n+\rho\boldsymbol{s} \tag{44}$$

然后，以式(44)设计的基于LFM的一体化波形为对比方案，对比分析两种方案的SER、自相关函数以及模糊函数，验证本文所提的基于MM的一体化波形的性能优势。

4.2.1 MM与LFM的SER对比

图4展示了当 PAPR $=2$, $\alpha_L=0.9$, $Z=50$ 时，SER随着SNR变化的曲线，且分析了SER与基于LFM的一体化波形设计中参数ρ和本文所提方法中参数ϵ的关系。可以看出，针对所提的基于MM的一体化波形，随着参数ϵ减小，误符号率在不断减小，这表明了发送的一体化波形与通信数据调制波形之间相位差越小，通信的准确性越高。此外，所提的基于MM的一体化波形方案的误符号率大部分都低于对比方案。这表明基于MM的一体化波形比基于 LFM 的一体化波形具有更好的通信质量。

4.2.2 自相关对比

此处，对原始的LFM波形、基于LFM的一体化波形、基于MM的雷达波形以及基于MM的一体化波形的非周期自相关函数进行对比。其中，基于LFM的一体化波形的参数为$\rho=0.3$，而基于MM的一体化波形的参数为 PAPR $=2$, $\alpha_L=0.9$, $Z=50$。从图5(a)、图5(c)可以看出：基于LFM的一体化波形的自相关函数的旁瓣要高于原始的LFM波形的自相关函数的旁瓣。这是因为基于LFM的一体化波形方案是一种通信功能与雷达功能折中的方案，加权因子ρ对性能影响很大。此外，从图5(b)、图5(d)可以观察到基于MM的一体化波形的自相关函数也略高于基于MM的雷达波形自相关函数，然而两者在感兴趣时延区间内的距离旁瓣均处于极低的电平。

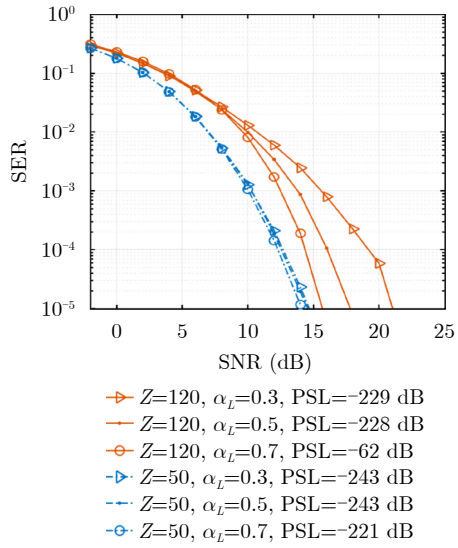


图 3 基于MM的一体化波形在不同参数下的SER比较

Fig. 3 SER comparison under various parameters based on MM-based ISAC waveform

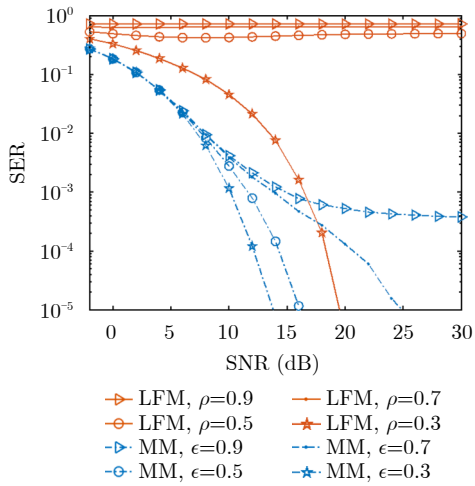
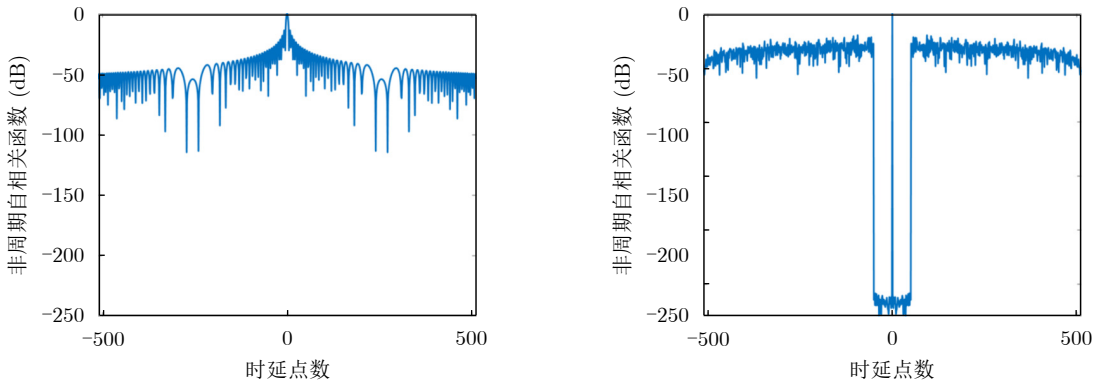


图 4 基于MM和基于LFM的一体化波形SER性能比较

Fig. 4 SER comparison between MM-based and LFM-based ISAC waveform



(a) 原始的LFM波形
(a) Original LFM waveform

(b) 本文提出的基于MM的雷达波形
(b) Proposed MM-based radar waveform

(c) 基于LFM的一体化波形
(c) LFM-based ISAC waveform

(d) 本文提出的基于MM的一体化波形
(d) Proposed MM-based ISAC waveform

图 5 非周期自相关函数

Fig. 5 Aperiodic auto-correlation functions

除此之外，通过横向对比，可以观察到基于MM的两种波形比基于LFM的两种波形在感兴趣范围内的旁瓣电平更低。显然，基于MM的两种波形是牺牲了测距范围，而提高了感兴趣时延范围内的脉压性能。值得注意的是，当感兴趣时延范围增大时，本文提出的波形脉压旁瓣电平将相应增加。为实现更大的感兴趣时延范围内的目标检测，未来可研究整个时延范围内具有良好自相关电平特性的一体化波形设计。

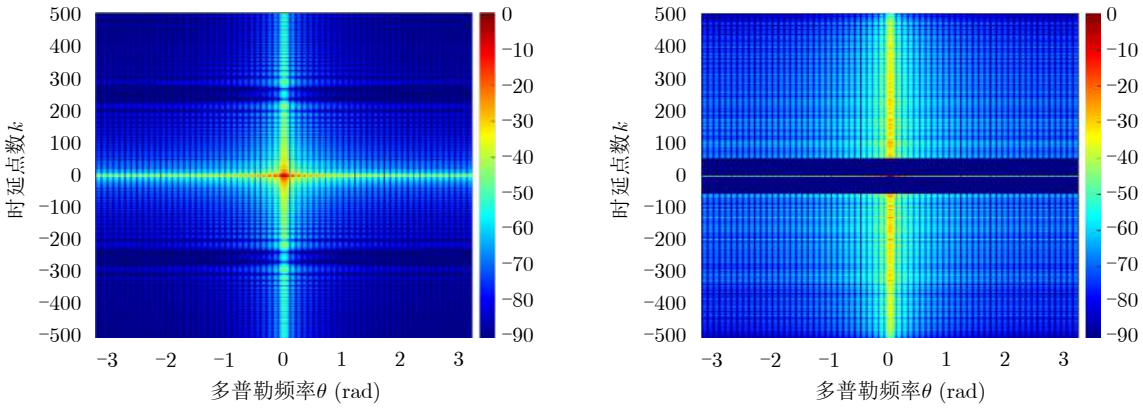
4.2.3 模糊函数对比

图6对比了4种方案下脉冲数均为$N = 64$的情况下的模糊函数，以分析多普勒容忍性。首先需要明确的是，在某个多普勒频移θ_0处是多普勒容忍的，是指沿着模糊函数图$\theta = \theta_0$切过去得到的时延切片中，需要观察到零时延处存在一个峰值且在感兴趣的时延区间$(-Z, Z)$内距离旁瓣极低，显示出良好的探测性能。

图6(a)展示了原始的LFM波形的模糊函数图。在$(-\pi, \pi)$中任意多普勒频率处的时延切片中，零时延附近有高的距离旁瓣。这将导致面对两个能量相差较大的目标，弱目标的峰值会被强目标的旁瓣遮盖，使得无法对两者进行分辨。然而，从图6(b)关于本文提出的基于MM的雷达波形的模糊函数可知，在任意多普勒频率的时延切片中限定在感兴趣时延范围内的距离旁瓣均很低；在零多普勒附近区域外，超出感兴趣时延范围的距离旁瓣也较低。因此，基于MM的雷达波形在测距能力上要强于LFM。

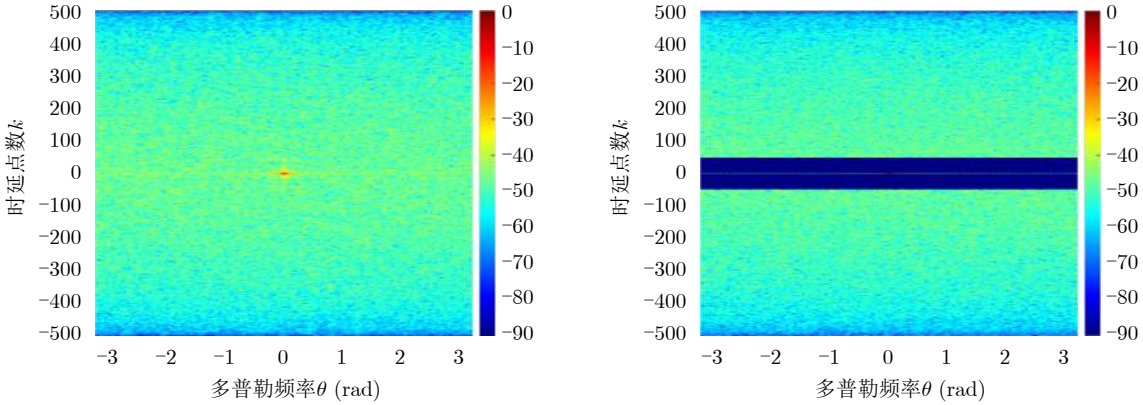
从图6(c)可以明显观察到基于LFM的一体化波形的模糊函数在$(-\pi, \pi)$中任意多普勒频率处的时延切片中距离旁瓣高；而在图6(d)中，针对本文提出的基于MM的一体化脉冲串，在$(-\pi, \pi)$任意的多普勒频率处的时延切片中，可以观察到在感兴趣时延区间内均具有极低的距离旁瓣，验证了基于MM的一体化波形具有较高的多普勒容限。

值得一提的是，本文提出的基于MM的一体化波形与传统的LFM雷达波形相比，在同样的多普勒频移下(任取$\theta_0 \in (-\pi, \pi)$)，观察两者的时延切片，发现它们在零时延处都存在峰值而在感兴趣时延区间$(-Z, Z)$内距离旁瓣相差很大，主要体现在LFM雷达波形的旁瓣很高，而基于本文提出的MM的一体化波形的旁瓣非常低。



(a) 原始的LFM波形
(a) Original LFM waveform

(b) 本文提出的基于MM的雷达波形
(b) Proposed MM-based radar waveform



(c) 基于LFM的一体化波形
(c) LFM-based ISAC waveform

(d) 本文提出的基于MM的一体化波形
(d) Proposed MM-based ISAC waveform

图 6 模糊函数

Fig. 6 Ambiguity functions

5 结语

本文提出了一种具有多普勒容忍性的通感一体化波形设计方案，在保证系统的通信性能以及满足PAPR等约束的前提下，最小化波形的加权积分旁瓣电平。同时提出了一种基于MM框架的迭代优化算法来有效解决建立的非凸优化问题。数值实验表明，相比现有方法，所提方案在给定多普勒区间内都能在感兴趣的时延区间内保持接近理想的相关性能且能以较低误符号率传输通信信息。在未来的工作中，可进一步考虑结合抗干扰特性，设计具有多普勒容忍性的通感一体化波形。

参 考 文 献

[1] 田团伟, 邓浩, 鲁建华, 等. 智能反射面辅助雷达通信双功能系统的多载波波形优化方法[J]. 雷达学报, 2022, 11(2): 240–254. doi: 10.12000/JR21138.

TIAN Tuanwei, DENG Hao, LU Jianhua, *et al*. Multicarrier waveform optimization method for an intelligent reflecting surface-assisted dual-function radar-communication system[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(2): 240–254. doi: 10.12000/JR21138.

[2] 刘凡, 袁伟杰, 原进宏, 等. 雷达通信频谱共享及一体化: 综述与展望[J]. 雷达学报, 2021, 10(3): 467–484. doi: 10.12000/JR20113.

LIU Fan, YUAN Weijie, YUAN Jinhong, *et al*. Radar-communication spectrum sharing and integration: Overview and prospect[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(3): 467–484. doi: 10.12000/JR20113.

[3] YU Xianxiang, YAO Xue, YANG Jing, *et al*. Integrated waveform design for MIMO radar and communication via spatio-spectral modulation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 2293–2305. doi: 10.1109/TSP.2022.3170687.

[4] LIU Fan, CUI Yuanhao, MASOUROS C, *et al*. Integrated sensing and communications: Toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1728–1767. doi: 10.1109/JSAC.2022.3156632.

[5] TIAN Tuanwei, ZHANG Tianxian, KONG Lingjiang, *et al*. Transmit/Receive beamforming for MIMO-OFDM based dual-function radar and communication[J]. *IEEE*

Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(5): 4693–4708. doi: 10.1109/TVT.2021.3072094.

[6] TIAN Tuanwei, LI Guchong, DENG Hao, *et al*. Adaptive bit/power allocation with beamforming for dual-function radar-communication[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, 11(6): 1186–1190. doi: 10.1109/LWC.2022.3160674.

[7] 马丁友, 刘祥, 黄天耀, 等. 雷达通信一体化: 共用波形设计和性能边界[J]. 雷达学报, 2022, 11(2): 198–212. doi: 10.12000/JR21146.
MA Dingyou, LIU Xiang, HUANG Tianyao, *et al*. Joint radar and communications: Shared waveform designs and performance bounds[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(2): 198–212. doi: 10.12000/JR21146.

[8] JOHNSTON J, VENTURINO L, GROSSI E, *et al*. MIMO OFDM dual-function radar-communication under error rate and beampattern constraints[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1951–1964. doi: 10.1109/JSAC.2022.3156651.

[9] KESKIN M F, WYMEERSCH H, and KOIVUNEN V. MIMO-OFDM joint radar-communications: Is ICI friend or foe?[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1393–1408. doi: 10.1109/JSTSP.2021.3109431.

[10] SADDIK G N, SINGH R S, and BROWN E R. Ultra-wideband multifunctional communications/radar system[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2007, 55(7): 1431–1437. doi: 10.1109/TMTT.2007.900343.

[11] GAGLIONE D, CLEMENTE C, ILIOUDIS C V, *et al*. Waveform design for communicating radar systems using fractional Fourier transform[J]. *Digital Signal Processing*, 2018, 80: 57–69. doi: 10.1016/j.dsp.2018.05.002.

[12] GEMECHU A Y, CUI Guolong, and YU Xianxiang. Spectral-compatible transmit beampattern design with minimum peak sidelobe for narrowband MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2022: 1–12. doi: 10.1109/TVT.2022.3193720.

[13] CUI Guolong, DE MAIO A, FARINA A, *et al*. Radar Waveform Design Based on Optimization Theory[M]. London, U.K.: Institution of Engineering and Technology, 2020.

[14] CUI Guolong, LI Hongbin, and RANGASWAMY M. MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(2): 343–353. doi: 10.1109/TSP.2013.2288086.

[15] WANG Fulai, PANG Chen, ZHOU Jian, *et al*. Design of complete complementary sequences for ambiguity functions optimization with a PAR constraint[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2021, 19: 3505705. doi: 10.1109/LGRS.2021.3071249.

[16] WANG Fulai, PANG Chen, WU Hao, *et al*. Designing constant modulus complete complementary sequence with high doppler tolerance for simultaneous polarimetric radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(12): 1837–1841. doi: 10.1109/LSP.2019.2949686.

[17] FAN Wen, LIANG Junli, YU Guoyang, *et al*. Minimum local peak sidelobe level waveform design with correlation and/or spectral constraints[J]. *Signal Processing*, 2020, 171: 107450. doi: 10.1016/j.sigpro.2019.107450.

[18] FAN Wen, LIANG Junli, SO H C, *et al*. Min-max metric for spectrally compatible waveform design via log-exponential smoothing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 1075–1090. doi: 10.1109/TSP.2020.2969043.

[19] FAN Wen, LIANG Junli, LU Guangshan, *et al*. Spectrally-agile waveform design for wideband MIMO radar transmit beampattern synthesis via majorization-ADMM[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 1563–1578. doi: 10.1109/TSP.2021.3052997.

[20] SHI Qiao, ZHANG Tianxian, YU Xianxiang, *et al*. Waveform designs for joint radar-communication systems with OQAM-OFDM[J]. *Signal Processing*, 2022, 195: 108462. doi: 10.1016/j.sigpro.2022.108462.

[21] LIU Fan, ZHOU Longfei, MASOUROS C, *et al*. Toward dual-functional radar-communication systems: Optimal waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(16): 4264–4279. doi: 10.1109/TSP.2018.2847648.

[22] LIU Xiang, HUANG Tianyao, SHLEZINGER N, *et al*. Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3929–3944. doi: 10.1109/TSP.2020.3004739.

[23] CHEN Li, WANG Zhiqin, DU Ying, *et al*. Generalized transceiver beamforming for DFRC with MIMO radar and MU-MIMO communication[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1795–1808. doi: 10.1109/JSAC.2022.3155515.

[24] LIU Xiang, HUANG Tianyao, and LIU Yimin. Transmit design for joint MIMO radar and multiuser communications with transmit covariance constraint[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1932–1950. doi: 10.1109/JSAC.2022.3155512.

[25] PEZESHKI A, CALDERBANK A R, MORAN W, *et al*. Doppler resilient Golay complementary waveforms[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(9): 4254–4266. doi: 10.1109/TIT.2008.928292.

[26] CHI Yuejie, PEZESHKI A, CALDERBANK R, *et al*. Range sidelobe suppression in a desired Doppler interval[C]. 2009 International Waveform Diversity and Design Conference, Orlando, FL, USA, 2009: 258–262. doi: 10.1109/WDDC.2009.4800356.

[27] WANG Jiahuan, FAN Pingzhi, ZHOU Zhengchun, *et al*. Quasi-orthogonal Z-complementary pairs and their applications in fully polarimetric radar systems[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2021, 67(7): 4876–4890. doi: 10.1109/TIT.2021.3063764.

[28] WU Zhongjie, WANG Chenxu, ZHOU Zhiquan, *et al*. Design of (quasi) complementary waveform with Doppler resilience for range sidelobe suppression[C]. 2020 IEEE Radar Conference, Florence, Italy, 2020: 1–6. doi: 10.1109/RadarConf2043947.2020.9266661.

[29] 崔国龙, 余显祥, 杨婧, 等. 认知雷达波形优化设计方法综述[J]. 雷达学报, 2019, 8(5): 537–557. doi: 10.12000/JR19072.
CUI Guolong, YU Xianxiang, YANG Jing, *et al*. An overview of waveform optimization methods for cognitive radar[J]. *Journal of Radars*, 2019, 8(5): 537–557. doi: 10.12000/JR19072.

[30] SONG Junxiao, BABU P, and PALOMAR D P. Sequence design to minimize the weighted integrated and peak sidelobe levels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(8): 2051–2064. doi: 10.1109/TSP.2015.2510982.

[31] CUI Guolong, FU Yue, YU Xianxiang, *et al*. Local ambiguity function shaping via unimodular sequence design[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(7): 977–981. doi: 10.1109/LSP.2017.2700396.

[32] FAN Pingzhi, SUEHIRO N, KUROYANAGI N, *et al*. Class of binary sequences with zero correlation zone[J]. *Electronics Letters*, 1999, 35(10): 777–779. doi: 10.1049/el:19990567.

[33] XIAO Zhiqiang and ZENG Yong. Waveform design and performance analysis for full-duplex integrated sensing and communication[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1823–1837. doi: 10.1109/JSAC.2022.3155509.

[34] MOLER C B. Numerical Computing with MATLAB[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004: 2–3. doi: 10.1137/1.9780898717952.

[35] YU Xianxiang, FAN Tao, QIU Hui, *et al*. Constrained transceiver design with expanded mainlobe for range sidelobe reduction[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(5): 4803–4813. doi: 10.1109/TAES.2022.3163120.

作 者 简 介

王佳欢，博士生，主要研究方向为通感一体化波形设计。

范平志，教授，博士生导师，主要研究方向为雷达/通信信号设计及其应用、高移动车辆无线通信、无线大数据、信息理论与编码。

时 巧，助理教授，主要研究方向为雷达通信一体化波形设计。

周正春，教授，博士生导师，主要研究方向为编码理论、通信/雷达波形设计、电子信息对抗。

(责任编辑：于青)