# -种基于二维信号稀疏重构的互质采样星载SAR成像处理方法

赵婉婉 王鹏波\* 门志荣 李春升 (北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100191)

摘 要: 互质采样星载SAR通过方位互质采样代替传统方位均匀采样,可有效缓解空间分辨率与有效成像宽度之间的相互制约,提升SAR系统的对地探测性能。然而,方位向互质采样使得回波信号呈现方位欠采样及非均匀采样特性,导致传统SAR成像处理方法无法实现互质采样星载SAR的有效成像处理。该文提出一种基于2维信号稀疏重构的互质采样星载SAR成像处理方法。该方法在距离向脉冲压缩后,根据各距离门的多普勒参数截取2维观测信号并构造相应的稀疏字典,然后通过改进的2维信号稀疏度自适应匹配追踪算法完成方位聚焦处理。该方法不仅可以补偿SAR回波信号的距离方位2维耦合,还可以消除成像参数随距离空变对稀疏重构造成的影响,从而实现全场景的精确重构。点目标及分布目标仿真实验结果验证了所提算法可在远低于奈奎斯特采样率的情况下实现稀疏场景的有效重构。

 关键词:合成孔径雷达;互质采样;稀疏重构;多普勒参数

 中图分类号:TN957.52
 文献标识码:A
 文章编号: 2095-283X(2020)01-0131-12

 DOI: 10.12000/JR19086
 文献标识码:A
 文章编号: 2095-283X(2020)01-0131-12

**引用格式:** 赵婉婉, 王鹏波, 门志荣, 等. 一种基于二维信号稀疏重构的互质采样星载SAR成像处理方法[J]. 雷达学报, 2020, 9(1): 131–142. doi: 10.12000/JR19086.

**Reference format:** ZHAO Wanwan, WANG Pengbo, MEN Zhirong, *et al.* Imaging method for Co-primesampling space-borne SAR based on 2D sparse-signal reconstruction[J]. *Journal of Radars*, 2020, 9(1): 131–142. doi: 10.12000/JR19086.

# Imaging Method for Co-prime-sampling Space-borne SAR Based on 2D Sparse-signal Reconstruction

ZHAO Wanwan WANG Pengbo<sup>\*</sup> MEN Zhirong LI Chunsheng

(School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Co-prime-sampling space-borne Synthetic Aperture Radar (SAR) replaces the traditional uniform sampling by performing co-prime sampling in azimuth, which effectively alleviates the conflict between spatial resolution and effective swath width, while also improving the ground detection performance of the SAR system. However, co-prime-sampling in azimuth causes the echo signal to exhibit azimuthal under sampling and non-uniform sampling characteristics, which means the traditional SAR image-processing method can not effectively image co-prime-sampled SAR. In this paper, an imaging method based on Two-Dimensional (2D) sparse-signal reconstruction is proposed for co-prime-sampling space-borne SAR. Using this method, after range-pulse compression, the 2D observed signal is intercepted and a corresponding sparse dictionary consisting of 2D atoms is constructed according to the Doppler parameters of each range gate. Then, azimuth-focus processing is completed by the improved 2D-signal sparsity adaptive matching pursuit algorithm. The proposed method not only compensates for the 2D coupling between the range and azimuth, but also eliminates the influence of space-varying imaging parameters on sparse reconstruction to achieve accurate reconstruction of

收稿日期: 2019-09-23; 改回日期: 2019-11-23; 网络出版: 2019-12-12

基金项目: 国家自然科学基金(61628101), 上海航天科技创新基金(SAST2016029)

<sup>\*</sup>通信作者: 王鹏波 wangpb7966@buaa.edu.cn \*Corresponding Author: WANG Pengbo, wangpb7966@buaa.edu.cn

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61628101), The Innovation Foundation of Aerospace Science and Technology of Shanghai (SAST2016029)

责任主编: 张群 Corresponding Editor: ZHANG Qun

the entire scene. The simulation results of the point targets and distribution targets verify that the proposed method can effectively reconstruct sparse scenes at a rate much lower than the Nyquist sampling rate.

 $\textbf{Key words: Synthetic Aperture Radar (SAR); Co-prime-sampling; Sparse recovery; Doppler parameters and the second state of the second state of$ 

# 1 引言

合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)作为一种主动式微波成像传感器,具备全天 候、全天时、高分辨对地观测的能力,在军事侦 察、自然资源普查、自然灾害监测等方面得到了广 泛的应用。高分辨率宽测绘带是星载SAR发展的重 要方向之一,自星载SAR应用于遥感领域以来,始 终朝着提高空间分辨率与测绘带宽度的方向努力[1,2]。 然而,传统星载SAR系统的空间分辨率与测绘带宽 度之间存在相互制约的关系,难以同时实现高空间 分辨率和宽测绘带的对地观测。为此,许多SAR研 制单位,如欧洲宇航防务集团(European Aeronautic Defence and Space company, EADS)、德 国宇航中心(Deutsches zentrum für Luft- und Raumfahrt, DLR)、美国喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)等均已开展高分辨率 宽覆盖星载SAR技术研究,众多先进的信息获取技 术如多通道技术[3]、参数捷变技术[4]、压缩感知 (Compressd Sensing, CS)技术<sup>[5,6]</sup>等均被应用于星 载SAR系统,提升星载SAR的对地探测性能。

互质阵列和互质采样<sup>[7,8]</sup>是近些年在阵列信号 领域中提出的一种新颖的稀疏非均匀阵列及采样方 式,其在不增加物理阵元或时域采样点的情况下可 大大提高空域和时域自由度,有效减小系统所需要 的阵元数目。该阵列一经提出就受到极大的关注, 并被广泛地应用于阵列信号处理领域[9-16]。近年来, 众多学者开始尝试将互质采样技术应用于SAR成像 领域。文献[17]提出一种基于互质阵列波束形成的 OrthoCopSAR工作模式,其以两个低于Nyquist采 样率的脉冲重复频率(Pluse Repeated Frequency, PRF)发射两列脉冲信号,采用传统的SAR成像处 理方法完成对两个脉冲序列回波信号的聚焦处理, 并通过两幅图像的对消处理来抑制图像中的虚假目 标,实现在弱散射背景中强散射目标的精确成像, 可在降低回波数据量的同时增大距离测绘宽度。文 献[18]通过将低通滤波器和互质抽取函数结合,实 现了一种用于CS雷达采样的互质采样方法,并用 凸优化算法实现具有稀疏特性场景的精确重构。文 献[19]将互质采样和嵌套采样分别用于SAR方位采 样,并通过匹配滤波完成回波信号的距离向脉冲压 缩,然后在距离单元徙动(Range Cell Migration, RCM)可忽略的情况下,通过CS方法完成回波信号 的方位向脉冲压缩,实现了在远低于Nyquist采样 率的条件下稀疏目标的精确成像。然而,随着空间 分辨率的不断提升,回波信号的距离徙动量不断加 大,回波信号中的距离方位耦合效应将不可忽略。 为此,本文提出一种基于2维信号稀疏重构的成像 处理方法,综合考虑了回波信号距离方位耦合效应 及成像参数随距离门的空变特性,可实现互质采样 星载SAR回波信号的有效成像处理。

本文结构如下:第2节介绍了互质采样星载 SAR的成像工作模式;第3节详细阐述了基于2维信 号稀疏重构的互质采样星载SAR成像处理方法;第 4节利用点阵目标及分布目标进行了仿真验证及成 像性能分析,验证处理方法的有效性;最后第5节 对全文进行总结。

## 2 互质采样星载SAR成像工作模式

互质阵列由两个均匀线性阵列(Uniform Linear Array, ULA)组成,如图1所示:第1个ULA包含 M个阵元,阵元间隔为 $N\lambda/2$ ;第2个ULA包含N个 阵元,阵元间隔为 $M\lambda/2$ ,其中M和N为互质数,  $\lambda$ 为工作波长。由于两个子阵共用第1个阵元,一个 (M,N)-互质阵列仅包含M + N - 1个阵元,但其提 供的自由度可达到MN,远大于其物理阵元数<sup>[7]</sup>。



Fig. 1 Structure of an (M, N)-co-prime array

互质采样星载SAR将互质采样技术引入星载 SAR系统,通过方位向互质采样代替传统的方位均 匀采样,利用互质阵列可由低物理阵元数提供高自 由度的特点,可在采样率远低于奈奎斯特采样定律 的条件下实现具有稀疏特性场景的精确重构。此 时,若进一步采用时分复用技术,将互质采样节省 的采样点用于观测其他相邻观测区域,可进一步提 升SAR系统的距离向成像宽度。图2给出了互质采 样星载SAR对地观测示意图。如图2所示,SAR系 统在脉冲发射时序的互质时刻(以互质数3和5为 例),即蓝色点所表示的位置向测绘带1发射脉冲信



图 2 互质采样星载SAR对地观测示意图 Fig. 2 Schematic diagram of co-prime-sampling spaceborne SAR

号,而在非互质时刻,即黑色点所表示的位置可向 测绘带2发射脉冲信号,或者用于更多的其他测绘带。

与传统TOPSAR或ScanSAR实现宽覆盖对地 观测相比,互质采样星载SAR核心在于通过互质采 样来减小方位向的采样需求,进而在不改变空间分 辨率的情况下,通过时分复用的方式来增加雷达系 统的距离向成像幅宽。因此,互质采样星载SAR与 传统TOPSAR或ScanSAR的成像处理相比,最大 的不同在于子块观测数据的成像处理,而后续的拼 接处理可采用与传统TOPSAR或ScanSAR相同的 方式来实现。然而,互质采样技术的引入导致回波 信号呈非均匀采样特性,且不再满足奈奎斯特采样 定律,无法采用传统SAR的多普勒域成像处理算法 来实现回波信号的成像处理。

### 3 互质采样星载SAR成像处理方法

针对互质采样星载SAR成像处理问题,本文结 合压缩感知理论,提出一种基于2维信号稀疏重构 的成像处理方法,可补偿距离方位2维耦合及成像 参数随距离门空变对成像产生的影响,实现距离徙 动量不可忽略情况下互质采样星载SAR的精确成 像。本部分包含两小节,3.1节给出互质采样星载SAR 压缩感知成像模型,3.2节介绍具体的互质采样星载 载SAR成像处理方法。

### 3.1 互质采样星载SAR成像CS模型

图3给出了星载SAR对地观测空间几何关系示意 图。雷达系统通过向地面发射线性调频信号,并接收地 面目标的后向散射信号,完成对地面目标的成像探测。



图 3 星载SAR空间几何关系 Fig. 3 Geometry of a typical space-borne SAR

斜距为*R*(η)的点目标回波信号经混频、中放和 单边带通滤波处理后可表示为

$$\boldsymbol{s}_{0}\left(\tau,\eta\right) = \sigma_{0}w_{\mathrm{r}}\left[\tau - \frac{2R\left(\eta\right)}{\mathrm{c}}\right] w_{\mathrm{a}}\left(\eta - \eta_{\mathrm{c}}\right)$$
$$\cdot \exp\left\{-\mathrm{j}\frac{4\pi f_{0}R\left(\eta\right)}{\mathrm{c}}\right\}$$
$$\cdot \exp\left\{\mathrm{j}\pi K_{\mathrm{r}}\left(\tau - \frac{2R\left(\eta\right)}{\mathrm{c}}\right)^{2}\right\} \qquad (1)$$

其中, $\tau$ 表示距离时间, $\eta$ 表示方位时间, $\eta_c$ 表示雷

达波束照射中心时刻; $\sigma_0$ 表示目标的后向散射系数; $w_r(\tau)$ 表示距离向天线增益函数; $w_a(\eta)$ 表示方位向天线增益函数;c表示光速; $f_0$ 表示发射信号的载频; $K_r$ 表示距离chirp信号调频率; $R(\eta)$ 表示地面目标与SAR系统平台之间的斜距历程,采用等效斜视距离模型<sup>[20-23]</sup>进行表征,斜距历程 $R(\eta)$ 可表示为

$$R\left(\eta\right) = \sqrt{R_{\eta_{\rm c}}^2 + V_{\rm r}^2 (\eta - \eta_{\rm c})^2 - 2R_{\eta_{\rm c}} V_{\rm r} \left(\eta - \eta_{\rm c}\right) \cos\varphi_{\rm r}}$$
<sup>(2)</sup>

其中, $V_r$ 表示等效速度, $\varphi_r$ 表示等效斜视角。等效 速度 $V_r$ 和等效斜视角 $\varphi_r$ 可由多普勒中心频率 $f_D$ 和多 普勒调频率 $f_R$ 来确定,如式(3)和式(4)所示

$$V_{\rm r} = \sqrt{\left(\frac{\lambda f_{\rm D}}{2}\right)^2 + \frac{\lambda R_{\eta_{\rm c}} f_{\rm R}}{2}} \tag{3}$$

$$\varphi_{\rm r} = \arccos\left(-\frac{\lambda f_{\rm D}}{2V_{\rm r}}\right) \tag{4}$$

式(1)经过距离向脉冲压缩后输出为

$$\boldsymbol{s}_{0_{rc}}(\tau,\eta) = \sigma_{0} p_{r} \left[ \tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right] w_{a} (\eta - \eta_{c})$$
$$\cdot \exp\left(-j \frac{4\pi f_{0} R(\eta)}{c}\right)$$
(5)

其中,距离向压缩脉冲包络 $p_r(\tau)$ 为距离向频域窗函数 $W_r(f_{\tau})$ 的傅里叶逆变换处理结果。

如式(5)所示,受距离徙动效应的影响,距离 压缩后的回波信号在2维时域内呈现2维分布特性。 传统成像处理算法在多普勒域内完成距离徙动校正 处理,减小距离徙动效应对方位压缩处理的影响, 将方位压缩处理转换为1维信号处理,来完成回波 信号的方位压缩处理。然而,由于互质采样不满足 奈奎斯特采样定理,2维解耦操作不能同传统SAR 一样在距离多普勒域进行。本文将压缩感知理论引 入互质采样星载SAR成像处理,将2维耦合信号作 为一个整体进行重构,提出基于2维信号的稀疏重 构方法,实现互质采样星载SAR的成像处理。

根据压缩感知理论,互质采样星载SAR回波信 号的CS模型可以表示为

$$\boldsymbol{y}_{M \times \Delta k} = \boldsymbol{\varPhi}_{M \times N_{\mathrm{a}}} \boldsymbol{\varPsi}_{N_{\mathrm{a}} \times (\Delta k \times N_{\mathrm{a}})} \otimes_{\mathrm{b}} \boldsymbol{\theta}_{N_{\mathrm{a}} \times 1}$$
$$= \boldsymbol{A}_{M \times (\Delta k \times N_{\mathrm{a}})} \otimes_{\mathrm{b}} \boldsymbol{\theta}_{N_{\mathrm{a}} \times 1}$$
(6)

其中,  $\Phi_{M \times N_a}$ 表示互质采样矩阵, M表示方位向互 质采样点数,  $N_a$ 表示与方位向互质采样相同时间 内的均匀采样点数,  $y_{M \times \Delta k}$ 表示根据距离徙动单元 数 $\Delta k$ 从一个稀疏场景的距离向聚焦回波信号中截 取的2维观测信号, 如图4所示。 $\Psi_{N_a \times (\Delta k \times N_a)}$ 表示 由 $s_0$  rc  $(\tau, \eta)$ 中对应 $\Delta k$ 个距离门信号的不同方位时



图 4 在距离向聚焦回波信号上截取2维观测信号 Fig. 4 A 2-D observed signal is intercepted form the range-focused signal

延版本组成的稀疏字典,  $A_{M \times (\Delta k \times N_a)}$ 表示感知矩阵, 其下标 $M \times (\Delta k \times N_a)$ 表示将矩阵按列分块为 ( $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{N_a}$ ), 每块 $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, ..., N_a$ )的大小为  $M \times \Delta k$ ,  $\otimes_b$ 表示矩阵分块相乘, 定义为 $A_{M \times (\Delta k \times N_a)}$  $\otimes_b \theta_{N_a \times 1} = \sum_{i=1}^{N_a} \theta_i \alpha_i$ ,  $\theta_{N_a \times 1}$ 表示所截取2维观测信号的1维稀疏表示向量。

### 3.2 基于2维信号稀疏重构的成像处理方法

图5给出了基于2维信号稀疏重构的互质采样星 载SAR成像处理方法的流程图。如图5所示,主要 包含距离向脉冲压缩、2维观测信号截取、稀疏字 典构造及2维信号稀疏重构4步。首先,对方位互质 采样回波数据Scos在距离向进行传统脉冲压缩,获 得距离向聚焦信号Scosrc; 接着,从距离向聚焦信 号 $S_{cos rc}$ 的第1个距离门开始,根据该距离门的多 普勒参数计算距离单元徙动数 $\Delta k$ ,并在 $S_{\rm cos\ rc}$ 上截 取相应 $\Delta k$ 个距离门作为2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ ; 然 后,根据该距离门的多普勒参数构造相应的稀疏字 典 $\Psi_{N_a \times (\Delta k \times N_a)}$ ;最后,用改进的2维信号稀疏度自 适应的稀疏重构算法重构出2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ 的 1维稀疏表示向量估计 $\hat{\theta}_{N_a \times 1}$ 。当对距离向聚焦信号 Scos re的所有距离门均完成观测信号截取、稀疏字 典构造及2维信号稀疏重构后,将所有观测信号的 1维稀疏表示向量按距离门顺序排列为 $I_{N_a \times N_a}$ ,就 得到对场景域的稀疏估计结果。

### 3.2.1 2维观测信号截取

由于距离徙动量随距离发生变化,为了消除成 像参数空变对成像造成的影响,截取2维信号的距 离门数应随距离门而更新。对已完成距离向聚焦数 据的某一距离门 $k \in \{1, 2, ..., N_r\}$ 而言,2维观测信 号 $y_{M \times \Delta k}$ 对应 $S_{cos_rc}$ 的第 $k - \Delta k_1 \sim k + \Delta k_2$ 个距离 门,其中 $\Delta k_1, \Delta k_2$ 公式由式(7)给出, $\Delta k = \Delta k_1 + \Delta k_2$ 表示回波信号的距离徙动量。



图 5 基于2维信号稀疏重构的互质采样星载SAR成像处理方法流程图

Fig. 5 General flow chart of the imaging method based on 2D sparse signal reconstruction for co-prime-sampling spaceborne SAR

$$\Delta k_{1} = \frac{2f_{s} \{R_{k} - \operatorname{Min} [R(\eta)]\}}{c}, -\frac{T_{\operatorname{syn}}}{2} < \eta < \frac{T_{\operatorname{syn}}}{2} \Delta k_{2} = \frac{2f_{s} \{\operatorname{Max} [R(\eta)] - R_{k}\}}{c}, -\frac{T_{\operatorname{syn}}}{2} < \eta < \frac{T_{\operatorname{syn}}}{2} \end{cases}$$

$$(7)$$

其中,  $R_k$ 表示距离门k对应的波束照射中心斜距;  $R(\eta; R_k)$ 表示以 $R_k$ 为波束照射中心斜距时在波束照 射范围之内的斜距历程;  $\eta$ 表示方位时间; Min(·) 表示求最小值函数; Max(·)表示求最大值函数;  $f_s$ 表示距离向采样率,  $T_{syn}$ 表示合成孔径时间。

### 3.2.2 稀疏字典构造

对于2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ ,其对应的稀疏字典 可根据如式(8)所示的参考信号 $s_{k_{re}}(\tau_{l},\eta)$ 构造

$$s_{k_{rc}}(\tau_{l},\eta) = p_{r}\left[\tau_{l} - 2R\left(\eta\right)/c\right] \exp\left\{\frac{-j4\pi f_{0}R\left(\eta\right)}{c}\right\},$$
  
$$\tau_{l} \in \left[\tau_{a}, \tau_{b}\right]$$
(8)

$$\boldsymbol{\Psi}_{N_{a} \times (\Delta k \times N)} = \begin{bmatrix} s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 1) & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 1) \\ \vdots & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) & \\ s_{k_{rc}}(\tau_{l}, U) & \vdots & \\ & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, U) & \\ & & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, U) & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & & \\ &$$

其中,<sub>刀</sub>表示距离时间序列, $p_{r}(\tau)$ 为距离脉冲压缩 包络, $\tau_{a} = 2$ Min  $[R(\eta)]/c$ , $\tau_{b} = 2$ Max  $[R(\eta)]/c$ 。

然而,在一些应用中,比如SAR图像干涉,需 要保留由目标距离引入的固定相位。如果对参考信 号 $s_{k_{rc}}(\tau_1,\eta)$ 乘以相位因子exp{ $j4\pi f_0 R_k/c$ },则重 构的结果中将包含相位exp{ $-j4\pi f_0 R_k/c$ }。因此, 用于构造稀疏字典的参考信号可表示为

$$\boldsymbol{s}_{k_{rc}}(\tau_{l},\eta) = p_{r}\left[\tau_{l} - \frac{2R(\eta)}{c}\right] \exp\left\{-\frac{j4\pi f_{0}R(\eta)}{c}\right\}$$
$$\cdot \exp\left\{\frac{j4\pi f_{0}R_{k}}{c}\right\}, \ \tau_{l} \in [\tau_{a},\tau_{b}]$$
(9)

稀疏字典 $\Psi_{N_a \times (\Delta k \times N_a)}$ 通过将参考信号 $s_{k_re}(\tau_1, \eta)$ 在方位向进行循环移位来获得。此外,为了减小 不必要的计算开销,可以舍去由于循环移位导致有 效回波位置不连续的原子,由此得到稀疏字典  $\Psi_{N_a \times (\Delta k \times N)}$ 如式(10)所示,其中,U表示在一个合 成孔径时间内均匀采样的方位采样点数,字典中的 原子个数为 $N = N_a - U$ ,每个原子的大小为 $N_a \times \Delta k$ 。

$$\begin{array}{c}
 s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 1) \\
 s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) \\
 \vdots & \ddots & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 1) \\
 s_{k_{rc}}(\tau_{l}, U) & & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) \\
 & & \vdots & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) \\
 & & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) \\
 & & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, 2) \\
 & & s_{k_{rc}}(\tau_{l}, U) \\
\end{array}$$
(10)

#### 3.2.3 2维观测信号稀疏重构

由于SAR回波信号中距离方位2维耦合的存在,使得上述截取的2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ 及构造的

稀疏字典 $\Psi_{N_a \times (\Delta k \times N)}$ 的原子均为2维不可分离信号,因此,本文将适用于1维信号的稀疏度自适应 匹配追踪算法(Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP)算法<sup>[24]</sup>进行改进,使其从1维拓展到2维, 且适用于当前从SAR回波截取2维观测信号的稀疏 重构。改进后的SAMP算法框图如图6所示。

具体来说,主要做出了以下4个方面的改进:

(1) 在算法初始化之前,将2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ 、 传感矩阵 $A_{M \times (\Delta k \times N)}$ 的所有2维原子 $a_j$ (j=1,2,...,N) 均拉长成1维列向量,通过这样简单的拉长操作, 1维信号的稀疏重构算法可适用于2维信号的稀疏 重构;

(2) 预测试1:通过筛选 $A_{M\times(\Delta k\times N)}$ 中有效回 波位置完全包含于观测信号 $y_{M\times\Delta k}$ 中有效回波位置 的原子构成原子初选集P。通过原子初选集的筛 选,可以排除有效回波位置不匹配的原子,大大减 小了重构算法不必要的计算开销,提高重构效率; (3) 预测试2:通过分别测试原子初选集P与观测信号**y**<sub>M×Δk</sub>的相关度以及原子初选集P与残差 **r**<sub>t-1</sub>的相关度进行筛选,以获得原子候选集C<sub>t</sub>。且 选择与观测信号最匹配原子的步长和选择支撑集的 步长一致,并随迭代次数递增,但选择与残差最匹 配原子的步长只随迭代阶段递增。

改变原子候选集选取策略的原因如下:由于互 质采样阵的特性,导致传感矩阵中会出现有效回波 位置完全一致,但却代表方位向不同位置点目标的 原子,如图7中的第2和第3个原子,第8和第9个原 子等(采用互质数3和5)。由于残差 $r_{t-1}$ 是由第 t-1次迭代中按使残差减小量最大原则选取的支撑 集 $F_{t-1}$ 计算得到,使得残差 $r_{t-1}$ 与 $F_{t-1}$ 对应的原子 正交,如果只按与残差的相关度匹配候选集原子,



#### 图 6 改进的2维信号SAMP算法框图







图 7 含有相同有效回波位置的原子的感知矩阵

Fig. 7 A sensing matrix containing atoms with the same effective echo position.

则在第t次迭代时将不会匹配到与F<sub>t-1</sub>中某一具有 相同回波位置的原子,这时如果由于噪声或者面目 标的原因使得残差能量在迭代过程中不能趋近于 0,具有相同有效回波位置的原子中将会有一些被 遗漏。如果在候选集中优先加入这些具有相同有效 回波位置且与观测信号相关度很高的原子,同时不 把当前残差能量对初始残差能量的比率作为唯一的 迭代停止判断条件,将会避免原子匹配遗漏情况的 发生。

(4)迭代条件的改变:由于本文中观测信号的 截取以及稀疏字典的构造方式,面目标的观测信号 在迭代过程中残差能量不能减小至0或者无限接近 噪声功率,因此本文在判断当前残差能量对初始残 差能量的比率的基础上,引入对连续两次迭代的残 差能量减小量对初始残差能量的比率的判断条件, 即使连续两次迭代之间的残差能量减小率在小于某 个阈值时停止迭代。

表1给出了改进的2维信号SAMP算法的伪代 码。一些简要的说明及符号定义如下: 传感矩阵  $A_{M \times (\Delta k \times N)} = \Phi_{M \times N_a} \Psi_{N_a \times (\Delta k \times N)}$ , 拉长后A的大 小为 $(M \times \Delta k) \times N$ ; 2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ 拉长后的 大小为 $(M \times \Delta k) \times 1$ ; 初始化中,  $r_t$ 表示残差, t表 示迭代次数,且 $t \leq M$ , $\Lambda_t$ 表示t次迭代后的传感矩 阵A中原子的序号集合, Ø表示空集, L<sub>u</sub>表示选择 与观测信号y最匹配的原子步长, L<sub>r</sub>表示选择与残 差 $r_t$ 最匹配的原子步长,l表示初始步长, $\hat{ heta}_{N imes 1}$ 表 示观测信号y的稀疏表示向量估计;预测试2中,  $S_{ut}$ 表示原子初选集P中与观测信号y满足相关度测 试的原子索引集合, S<sub>rt</sub>表示原子初选集P中与残差  $r_{t-1}$ 满足相关度测试的原子索引集合,  $A_P = \{a_i\}$ (for all  $i \in P$ ),  $a_i$ 表示A中拉长的各原子,  $i = 1, 2, \dots, N$ 表示各原子在A中的序列号, Max  $\{a, L\}$ 表示返回 a中前L个最大的值对应的索引, |-|表示求绝对值运 算, U表示集合并运算; rateo 表示当前残差能量对 于初始残差能量的比率, rate1表示当前相邻两次迭 代残差能量的减少量对初始残差能量的比率, ||.||。 表示向量的二范数运算。 $\varepsilon_0$ 为根据rate<sub>0</sub>判定迭代停 止的阈值,当无噪声时可令 $\varepsilon_0 = 0$ ,有噪声时可令  $\varepsilon_0$ 为噪声功率。 $\varepsilon_1$ 为根据rate<sub>1</sub>判定迭代停止的阈值,  $\varepsilon_1$ 越接近于0,重构的精确度越高,但如果 $\varepsilon_1$ 过小, 将造成不必要的计算开销,因此实际应用中应当衡 量ε1的取值对重构精确度和重构时间产生的影响。

此外,在得到1维稀疏表示向量估计 $\hat{\theta}_{N\times 1}$ 后,

表 1 改进的SAMP算法 Tab. 1 The modified 2D SAMP algorithm

输入: 感知矩阵 $m{A}=m{\Phi}m{\Psi}$ ,观测信号 $m{y}$ ,步长 $l$ ;
输出:输入观测信号的1维稀疏表示向量估计 $\hat{m heta}_{N imes 1};$
拉长: 将观测信号 <b>y</b> 和感知矩阵A中所有原子均拉长为一个1维列向量;
初始化: $\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{y}, \Lambda_0 = \varnothing, L_y = l, L_r = l, t = 1, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{N \times 1} = [0, 0, \cdots, 0]_{1 \times N}^{\mathrm{T}};$
预测试1:选择感知矩阵A中有效回波位置正确的原子加入初选集P;
重复下述循环:
预测试2: $S_{yt} = \operatorname{Max}\left\{\left \boldsymbol{A}_{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{y}\right , L_{y}\right\}, S_{rt} = \operatorname{Max}\left\{\left \boldsymbol{A}_{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{r}_{t-1}\right , L_{r}\right\}, C_{t} = \Lambda_{t-1} \cup S_{yt} \cup S_{rt};$
最终测试: $F_t = Max \left\{ \left  \left( \boldsymbol{A}_{C_t}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{C_t} \right)^{-1} \boldsymbol{A}_{C_t}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{y} \right , L_y \right\}$
$ \qquad \qquad$
判断: if $rate_0 > 1 - \varepsilon_0$ :
$F_{\mathrm{final}}=F_t,\mathbf{quit};$
else:
$\mathbf{if} \operatorname{rate}_1 < 0$ :
$L_y = L_y + l,  L_r = L_r + l;$
else:
$L_y = L_y + l,  L_r = l,  \Lambda_t = F_t,  oldsymbol{r}_t = oldsymbol{r}_{ ext{new}},  t = t+1$ ,
$\mathbf{if} \operatorname{rate}_1 > \varepsilon_1$ :
$F_{\mathrm{final}}=F_t;$
else: quit;
结束循环条件: $t = M$ ;
输出: $\hat{oldsymbol{ heta}}_{N imes 1} = oldsymbol{A}_{F_{ ext{final}}} oldsymbol{A}_{F_{ ext{final}}} oldsymbol{b}^{-1} oldsymbol{A}_{F_{ ext{final}}}^{ ext{H}} oldsymbol{y}$

需要在其两端分别补U/2个0,才能得到观测信号  $y_{M \times \Delta k}$ 最终的稀疏表示向量估计 $\hat{\theta}_{N_a \times 1}$ 。向量 $\hat{\theta}_{N_a \times 1}$ 中的非零元素及位置即表示2维观测信号 $y_{M \times \Delta k}$ 所包含地面目标的后向散射信息。

# 4 仿真试验

为了验证处理算法的有效性,采用点阵目标和 分布目标进行仿真分析。表2给出了成像仿真参数, 仿真时所采用的互质数为3和28,降采样率为35.7%。

### 4.1 点阵目标成像仿真

参数

轨道高度 (km)

发射信号载频 (GHz)

发射信号脉宽 (µs)

发射信号带宽 (MHz)

距离向采样率 (MHz)

方位向天线长度 (m)

脉冲重复频率 (Hz)

设置9个单位RCS点目标,成像结果如图8所 示。图9给出图8中编号为1~5的点目标的3维轮廓

表 2 SAR成像仿真参数

Tab. 2 SAR imaging simulation parameters

值

800

10

30

60

72

9

2000

图。从仿真结果可以看出,各点目标距离向剖面为 sinc包络状旁瓣,而方位向剖面则无旁瓣。这说明 采用互质数3和28,仅利用原始回波35.7%的数据量 就完成了方位向聚焦,且无方位旁瓣。

设置81个点目标,平均分为3行,每行点目标 具有相同的后向散射系数,其中,第1行为0.2,第 2行为0.6,第3行为1.0。第2行最中间的点目标位于 场景中心。图10给出了利用本文算法的成像处理结 果,图11(a)显示了各行点目标重构幅度与所设置 幅度的归一化平方误差曲线,可以看出,重构结果 的幅度误差在10-3数量级内呈微小波动特性,这说



1980 2000 2020 2040 2060 2080 2100 2120 Range (sampling points)

#### 图 8 点目标重构结果

Fig. 8 Reconstruction results of point targets



Fig. 9 3D contour map of each point target



图 10 多点目标重构结果

Fig. 10 Reconstruction results of multiple point targets



Fig. 11 The amplitude error curve and phase error curve of the point targets in the reconstruction result

第9卷

明所提出成像方法能精确重构雷达目标后向散射系 数幅度信息。图11(b)展示了各行点目标重构相位 值与理论相位值的归一化平方误差曲线,可以看 出,相位误差整体在10<sup>-5</sup>数量级,这说明所提方法 具有良好的保相性能。

### 4.2 分布目标成像仿真

为了进一步验证处理算法的有效性,利用真 实SAR图像作为散射源进行成像仿真处理。图12 给出了TerraSAR-X条带模式Level1 SSC产品 图像,观测区域为新加坡海峡。选取其中蓝色矩 形框区域(如图13(a)所示)来进行成像仿真处理。 图13(b)给出了采用本文算法所获得的成像处理结 果。从仿真结果可见,采用互质采样模式,即利 用35.7%的回波数据,即可实现对稀疏场景的精 确重构处理。



(a) 输入图像散射源(a) Input image scatter source



图 12 TerraSAR-X Level1 SSC产品图像 Fig. 12 TerraSAR-X Level1 SSC product image



(b) 互质采样SAR重构结果(b) Reconstruction results of co-prime-sampling SAR

图 13 海面场景目标成像仿真结果 Fig. 13 Sea surface target imaging simulation result

# 5 结论

互质采样星载SAR通过方位互质采样缓解空间 分辨率和测绘带宽之间的相互制约关系。然而,互 质采样SAR回波信号的稀疏非均匀采样特性导致无 法使用传统SAR成像处理方法。本文结合压缩感知 理论,提出了一种基于2维信号稀疏重构的成像处 理方法,可补偿回波信号中距离方位2维耦合及成 像参数空变对成像造成的不利影响,从而实现互质 采样星载SAR稀疏非均匀采样回波信号的精确聚 焦。仿真结果验证了所提出成像处理方法可从互质 采样回波信号中精确重构出具有稀疏特性场景中目 标的幅度与相位信息。本文的工作可为将互质采样 应用于高分辨宽覆盖星载SAR成像提供一定的参考 意义。

# 参 考 文 献

- 李春升,杨威,王鹏波. 星载SAR成像处理算法综述[J]. 雷达学报, 2013, 2(1): 111–122. doi: 10.3724/SP.J.1300.2013.20071.
   LI Chunsheng, YANG Wei, and WANG Pengbo. A review of spaceborne SAR algorithm for image formation[J]. *Journal of Radars*, 2013, 2(1): 111–122. doi: 10.3724/SP.J.1300.2013.20071.
- [2] 邓云凯,赵凤军,王宇.星载SAR技术的发展趋势及应用浅析[J].雷达学报,2012,1(1):1-10.doi:10.3724/SP.J.
   1300.2012.20015.
   DENG Yunkai, ZHAO Fengjun, and WANG Yu. Brief

analysis on the development and application of spaceborne SAR[J]. Journal of Radars, 2012, 1(1): 1–10. doi: 10.3724/SP.J.1300.2012.20015.

[3] 赵耀,邓云凯,王宇,等. 原始数据压缩对方位向多通道SAR系

统影响研究[J]. 雷达学报, 2017, 6(4): 397-407. doi: 10. 12000/JR17030.

ZHAO Yao, DENG Yunkai, WANG Yu, *et al.* Study of effect of raw data compression on azimuth multi-channel SAR system[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(4): 397–407. doi: 10.12000/JR17030.

- [4] 罗绣莲, 徐伟, 郭磊. 捷变PRF技术在斜视聚束SAR中的应用[J]. 雷达学报, 2015, 4(1): 70-77. doi: 10.12000/JR14149.
   LUO Xiulian, XU Wei, and GUO Lei. The application of PRF variation to squint spotlight SAR[J]. Journal of Radars, 2015, 4(1): 70-77. doi: 10.12000/JR14149.
- [5] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: 10.1109/TIT.2006.871582.
- [6] ENDER J H G. On compressive sensing applied to radar[J]. Signal Processing, 2010, 90(5): 1402–1414. doi: 10.1016/ j.sigpro.2009.11.009.
- [7] VAIDYANATHAN P P and PAL P. Sparse sensing with co-prime samplers and arrays[J]. *IEEE Transactions on* Signal Processing, 2011, 59(2): 573-586. doi: 10.1109/ TSP.2010.2089682.
- [8] VAIDYANATHAN P P and PAL P. Theory of sparse coprime sensing in multiple dimensions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(8): 3592–3608. doi: 10.1109/tsp.2011.2135348.
- [9] ZHANG Y D, AMIN M G, and HIMED B. Sparsity-based DOA estimation using co-prime arrays[C]. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vancouver, Canada, 2013. doi: 10.1109/ ICASSP.2013.6638403.
- [10] TAN Zhao, ELDAR Y C, and NEHORAI A. Direction of arrival estimation using co-prime arrays: A super resolution viewpoint[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(21): 5565–5576. doi: 10.1109/TSP.2014.2354316.
- [11] YU Lei, WEI Yinsheng, and LIU Wei. Adaptive beamforming based on nonuniform linear arrays with enhanced degrees of freedom[C]. TENCON 2015- 2015 IEEE Region 10 Conference, Macao, China, 2015. doi: 10.1109/ TENCON.2015.7373099.
- [12] QIN Si, ZHANG Y D, and AMIN M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(6): 1377–1390. doi: 10.1109/TSP.2015.2393838.
- [13] SUN Fenggang, GAO Bin, CHEN Lizhen, et al. A lowcomplexity ESPRIT-based DOA estimation method for coprime linear arrays[J]. Sensors, 2016, 16(9): 1367. doi: 10.3390/s16091367.
- [14] 王龙刚,李廉林. 基于互质阵列雷达技术的近距离目标探测方法(英文)[J]. 雷达学报, 2016, 5(3): 244-253. doi: 10.12000/

#### JR16022.

WANG Longgang and LI Lianlin. Short-range radar detection with (*M*, *N*)-coprime array configurations[J]. *Journal of Radars*, 2016, 5(3): 244–253. doi: 10.12000/JR16022.

- [15] SUN Fenggang, LAN Peng, and ZHANG Guowei. Reduced dimension based two-dimensional DOA estimation with full DOFs for generalized co-prime planar arrays[J]. *Sensors*, 2018, 18(6): 1725. doi: 10.3390/s18061725.
- [16] RAZA A, LIU Wei, and SHEN Qing. Thinned coprime array for second-order difference co-array generation with reduced mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(8): 2052–2065. doi: 10.1109/TSP. 2019.2901380.
- [17] DI MARTINO G and IODICE A. Orthogonal coprime synthetic aperture radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(1): 432–440. doi: 10.1109/TGRS.2016.2608140.
- [18] TAO Yu, ZHANG Gong, and LI Daren. Coprime sampling with deterministic digital filters in compressive sensing radar[C]. 2016 CIE International Conference on Radar, Guangzhou, China, 2016. doi: 10.1109/RADAR.2016. 8059224.
- [19] SHI Hongyin and JIA Baojing. SAR imaging method based on coprime sampling and nested sparse sampling[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2015, 26(6): 1222-1228. doi: 10.1109/JSEE.2015.00134.
- [20] CAFFORIO C, PRATI C, and ROCCA F. SAR data focusing using seismic migration techniques[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1991, 27(2): 194–207. doi: 10.1109/7.78293.
- [21] MITTERMAYER J, MOREIRA A, and LOFFELD O. Spotlight SAR data processing using the frequency scaling algorithm[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, 37(5): 2198–2214. doi: 10.1109/36.789617.
- [22] SUN Xiaobing, YEO T S, and ZHANG Chengbo, et al. Time-varying step-transform algorithm for high squint SAR imaging[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(6): 2668–2677. doi: 10.1109/36.803414.
- [23] WANG Pengbo, LIU Wei, CHEN Jie, et al. A high-order imaging algorithm for high-resolution spaceborne SAR based on a modified equivalent squint range model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(3): 1225–1235. doi: 10.1109/TGRS.2014.2336241.
- [24] DO T T, GAN Lu, NGUYEN N, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing[C]. The 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, 2008. doi: 10.1109/ACSSC.2008.5074472.



# 作者简介

赵婉婉(1992-),女,山西临汾人,硕 士,研究方向为新体制合成孔径雷达成像。 E-mail: zhao\_ww@buaa.edu.cn



王鹏波(1979-),男,江西波阳人,副教 授,研究方向为新体制合成孔径雷达成 像,高分辨率雷达成像处理技术,多元 信息融合技术。

E-mail: wangpb7966@buaa.edu.cn



门志荣(1988-),男,山东莱西人,博士 后,研究方向为新体制合成孔径雷达技术。 E-mail: menzhirong@buaa.edu.cn



李春升(1963-),男,天津人,教授,博 士生导师,研究方向为星载SAR系统总 体与仿真、多源遥感图像信息融合、信 息获取与处理等。

E-mail: chunshengli201@163.com