

## 正弦调频Fourier-Bessel变换及其在微动目标特征提取中的应用

何其芳\* 张 群 罗 迎 李开明

<sup>①</sup>(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

<sup>②</sup>(信息感知技术协同创新中心 西安 710077)

**摘 要:** 针对微动目标特征提取问题, 该文提出了一种正弦调频Fourier-Bessel变换(Sinusoidal Frequency Modulation Fourier-Bessel Transform, SFMFBT), 并基于SFMFBT提出了一种雷达目标微动频率的精确提取方法。首先给出了SFMFBT的定义, 分析了变换的相关性质, 并通过频率提取误差分析给出了一种修正方法, 最后讨论了离散信号处理中的若干问题。相比于傅里叶-贝塞尔变换, SFMFBT将 $k$ 分辨率参数引入Bessel函数基, 克服了其对应频率不可细分的缺陷, 并且通过误差分析提高了信号分解精度, 从而将Bessel函数基引入特征提取领域, 拓展了其应用范围。仿真结果表明该方法同样适用于微动群目标频率提取与回波分离重构, 且在SNR>0 dB条件下具有较好的鲁棒性。

**关键词:** 微多普勒; 特征提取; 群目标; 正弦调频Fourier-Bessel变换(SFMFBT)

**中图分类号:** TN957

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2095-283X(2018)05-0593-09

**DOI:** 10.12000/JR17069

**引用格式:** 何其芳, 张群, 罗迎, 等. 正弦调频Fourier-Bessel变换及其在微动目标特征提取中的应用[J]. 雷达学报, 2018, 7(5): 593-601. DOI: 10.12000/JR17069.

**Reference format:** He Qifang, Zhang Qun, Luo Ying, *et al.* A sinusoidal frequency modulation Fourier-Bessel transform and its application to micro-Doppler feature extraction[J]. *Journal of Radars*, 2018, 7(5): 593-601. DOI: 10.12000/JR17069.

## A Sinusoidal Frequency Modulation Fourier-Bessel Transform and its Application to Micro-Doppler Feature Extraction

He Qifang Zhang Qun Luo Ying Li Kaiming

<sup>①</sup>(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

<sup>②</sup>(Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** In this paper, a Sinusoidal Frequency Modulation Fourier-Bessel Transform (SFMFBT) is proposed for micro-Doppler (m-D) target feature extraction. Initially, the definition of SFMFBT is given, and then, some of its properties are analyzed. A method to reduce frequency extraction error is then introduced based on error analysis. Finally, some issues in the frequency extraction of discrete signals are discussed. After comparing with the values of Fourier-Bessel Transform (FBT), SFMFBT introduces the parameter  $k$ -resolution into the kernel function of FBT so that accuracy of the signal decomposition is distinctly improved. In addition, from the error analysis in SFMFBT, Bessel-based signal decomposition methods can be used for feature extraction, whose application scope is extended. Simulation results verify the effectiveness of the proposed method for a group m-D target and also verifies its robustness when SNR>0 dB.

**Key words:** Micro-Doppler effect (m-D effect); Feature extraction; Group target; Sinusoidal Frequency Modulation Fourier-Bessel Transform (SFMFBT)

收稿日期: 2017-07-07; 改回日期: 2017-09-01; 网络出版: 2017-11-14

\*通信作者: 何其芳 qifanghe@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61631019, 61471386), 陕西省青年科技新星计划项目(2016KJXX-49)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61631019, 61471386), The Youth Science and Technology New Star Project of Shaanxi Province (2016KJXX-49)

## 1 引言

目标或目标结构部件除过主体平动之外的旋转、振动等微小运动称为微动<sup>[1]</sup>。微动反映了目标的精细运动信息与结构信息,因此微动特征通常被认为是区分不同目标独一无二的特征。通过从目标回波中提取精细的微动特征,可为目标的分类识别提供可靠依据<sup>[2]</sup>。近年来,基于目标微动特征提取的空间、空中、地面目标、海面舰船等的分辨与识别技术得到了广泛的研究<sup>[3,4]</sup>。旋转、振动、进动等微动引起回波的周期性附加多普勒调制,针对这一周期性特征,基于联合时频分布(Joint Time-Frequency Distribution, JTFD)的微动特征提取技术得到了广泛的应用<sup>[5-8]</sup>。此类方法首先计算目标回波的时频分布,并通过其周期性参数来获得目标的微动特征。由于回波频率时变,因此JTFD的窗长设定应远小于微动周期,同时为了获得精确的微动频率,窗长又需尽可能地涵盖足够多的采样点,可见微动特征提取精度易受窗长影响;此外, JTFD方法对噪声较为敏感,在低信噪比条件下算法鲁棒性难以保证。归一化幅度差函数法与自相关法不受窗长影响,以其简单易行、运算速度快得到了广泛的应用<sup>[9,10]</sup>。然而,这类方法存在多周期混淆的现象,且微动频率提取精度受到采样频率的制约,不适用于精度要求较高的场合。此外,由于常见周期性运动引起的回波附加多普勒调制,多表现为正弦调频或相位项为多个正弦信号叠加的形式,因此,基于微动回波为正弦调频形式的特征提取技术近年来也得到了发展。Hough变换是微多普勒特征提取较为有效的方法之一,它通过谱图域提取曲线参数信息,再通过换算至正弦域得到目标的微多普勒特征<sup>[11,12]</sup>。

以上方法主要针对孤立目标回波进行微动特征提取,然而在实际场景中常常面临由多个目标组成的群目标,此时以上方法将不再适用。对于群目标回波,正弦调频傅里叶变换通过将回波分解在正交三角函数基上计算出回波的回波频率<sup>[13]</sup>,从而能够完成两个微动目标的回波频率提取,然而对于3个或3个以上的目标其频谱将出现干扰项,难以获得准确的微动频率<sup>[14]</sup>。近年来,由于Bessel函数良好的正交性及其与信号频率成分的线性关系,使得以Bessel函数为基函数的傅里叶-贝塞尔变换(Fourier-Bessel Transform, FBT)在信号分离中得到了良好的应用<sup>[15,16]</sup>。然而,由于与Bessel函数基对应的信号频率成分不可细分,因此FBT很少应用于特征提取中。为克服这一问题, $k$ 分辨参数被引入Bessel函数基中,使得一定时间积累下的信号频率分辨率得到了提升<sup>[17]</sup>。

针对以上问题,本文在传统FBT及文献<sup>[17]</sup>的基础上,综合考虑调制指数、信号幅度等参数对分解结果的影响,提出了一种正弦调频Fourier-Bessel变换(Sinusoidal Frequency Modulation Fourier-Bessel Transform, SFMFBT),分析了SFMFBT的相关性质,并将其引入群目标微动特征提取与回波分离重构中,具体工作内容如下:(1)将 $k$ 分辨参数引入Bessel函数基,基于该函数基提出SFMFBT变换对,并对相关性质进行了推导;(2)将SFMFBT引入微动特征提取中,分析了误差的产生原因,并讨论了离散信号处理中的相关问题。与现有部分算法相比,基于SFMFBT的微动频率提取方法不需时域加窗,因此能够获得更高的积累增益与提取精度;此外,该方法同样适用于时频域交叠的微动群目标回波。

## 2 正弦调频Fourier-Bessel变换

### 2.1 变换定义

SFMFBT将信号的相位历程分解至各项 $\alpha$ 阶Bessel函数基上,信号 $s(t)$ 的SFMFBT定义为:

$$S_{\alpha}(\nu) = \text{SFMFBT}[s(t)] = \int_0^{\infty} j t \ln[s(t)] J_{\alpha}(\nu t) dt \quad (1)$$

其中, $J_{\alpha}(\nu t)$ 为 $\alpha$ 阶Bessel函数, $\nu$ 为SFMFB域变量。相应地,正弦调频傅里叶-贝塞尔反变换(Inverse SFMFBT, ISFMFBT)定义为:

$$\begin{aligned} s(t) &= \text{ISFMFBT}[S_{\alpha}(\nu)] \\ &= \exp \left[ j \int_0^{\infty} \nu S_{\alpha}(\nu) J_{\alpha}(\nu t) d\nu \right] \end{aligned} \quad (2)$$

对于有限时域信号, $s(t), t \in (0, T)$ 可被分解为有限项加权的Bessel函数:

$$s(t) = \exp \left[ j \sum_{m=1}^M C_m J_{\alpha}(\mu_m t / kT) \right], \quad t \in [0, T] \quad (3)$$

其中, $k$ 为SFMFB核函数分辨率, $C_m$ 为第 $m$ 项SFMFB系数, $\mu_m$ 为 $\alpha$ 阶Bessel函数的第 $m$ 项升序正根。将以 $k$ 为分辨率的SFMFB级数称为 $k$ -SFMFB级数(简称SFMFB级数)。式(3)中第 $m$ 项SFMFB级数 $C_m$ 计算为:

$$\begin{aligned} C_m &= 2 \int_0^T j t \ln[s(t)] J_{\alpha}(\mu_m t / kT) dt \\ &\quad / [kT J_{\alpha+1}(\mu_m)]^2 \end{aligned} \quad (4)$$

### 2.2 性质分析

下面以正弦调频信号 $s(t)$ 为例,进行SFMFBT以分析变换结果与信号频率之间的关系。设有限时域信号

$$s(t) = \sigma \exp\{j[a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)]\}, \quad t \in [0, T] \quad (5)$$

其中,  $\sigma$ 为信号散射系数,  $\omega$ 为信号调制频率,  $a$ 和 $b$ 分别为正弦项与余弦项的调制指数。将信号 $s(t)$ 代入式(4)中得

$$C_m = C_0 - \frac{2(aC_1 + bC_2)}{k^2 T^2 J_{\alpha+1}^2(\mu_m)} \quad (6)$$

其中,  $C_0$ 为虚数,  $C_1, C_2$ 分别为:

$$C_1 = \int_0^T t \sin(\omega t) J_\alpha\left(\frac{\mu_m}{kT} t\right) dt \quad (7)$$

$$C_2 = \int_0^T t \cos(\omega t) J_\alpha\left(\frac{\mu_m}{kT} t\right) dt \quad (8)$$

考虑Bessel函数的不定积分性质<sup>[18]</sup>

$$\int t J_\alpha(t) dt = t J_{\alpha+1}(t) \quad (9)$$

$$\int J_{\alpha+1}(t) dt = -J_\alpha(t) \quad (10)$$

及以下积分<sup>[19]</sup>

$$\int_0^T J_\alpha\left(\frac{\mu_m}{T} t\right) \exp(j\omega t) dt = \frac{T J_{\alpha+1}(\mu_m) \exp(jT\omega)}{(\mu_m^2 - T^2\omega^2)^2 + jT\omega} \quad (11)$$

将 $k$ 分辨参数引入式(11), 并与式(9)、式(10)代入式(6), 可得 $C_1$ 和 $C_2$ 分别为:

$$C_1 = \frac{k^2 T^2 \mu_m J_{\alpha+1}(\mu_m)}{(\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2)^2 + k^2 T^2 \omega^2} \cdot \left[ \sin(kT\omega) (\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2) - \cos(kT\omega) kT\omega \right] \quad (12)$$

$$C_2 = \frac{k^2 T^2 \mu_m J_{\alpha+1}(\mu_m)}{(\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2)^2 + k^2 T^2 \omega^2} \cdot \left[ \cos(kT\omega) (\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2) + \sin(kT\omega) kT\omega \right] \quad (13)$$

联立式(6)、式(12)和式(13)可得第 $m$ 项SFMTFB级数为

$$C_m = C_0 - \frac{-2\sqrt{a^2+b^2} \mu_m}{J_{\alpha+1}(\mu_m)} \frac{\sin(kT\omega - \varphi_m - \phi)}{\sqrt{(\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2)^2 + k^2 T^2 \omega^2}} \quad (14)$$

其中,  $C_0$ 为虚数项,  $\tan \varphi_m = (\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2) / kT\omega$ 且 $\tan \phi = b/a$ 。由于 $T$ 和 $\omega$ 均为常数, 因此SFMTFB级数实值部分的幅值随项数 $m$ 而变化。当 $\mu_m \rightarrow \omega kT$ 时,  $|\text{Re}(C_m)|$ 取得最大值, 因此可通过级数实部最大值项数进行频率的估计, 即

$$f_{m_{\max}} = \frac{\mu_{m_{\max}}}{2\pi kT} \quad (15)$$

其中,  $m_{\max} = \arg \max_m \{|\text{Re}(C_m)|\}$ 。

由Bessel函数根的性质<sup>[20]</sup>, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 相邻两项Bessel函数正根之差 $\Delta\mu_m$ 趋近于 $\pi$ :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \mu_{m+1} - \mu_m = \pi \quad (16)$$

因此, 相邻两项SFMTFB级数对应的频率分辨率为:

$$\Delta f_k = \frac{\mu_{m+1}}{2\pi kT} - \frac{\mu_m}{2\pi kT} \approx \frac{1}{2kT} \quad (17)$$

令信号实际频率 $f$ 与提取频率 $f_{m_{\max}}$ 之差的绝对值为绝对误差 $f_e = |f_{m_{\max}} - f|$ , 则任一信号实际频率的最大绝对误差满足 $\max f_e < 1/2kT$ , 则当信号足够长时,  $k$ 分辨越大分辨率 $\Delta f_k$ 越为精细, 频率提取结果越精确。

### 3 基于SFMTFB的微动特征提取

#### 3.1 信号模型

设空间存在某自旋群目标, 雷达与群目标质心 $o$ 的初始距离为 $R_0$ , 该群目标包含 $P$ 个子目标, 第 $p$ 个子目标质心为 $o_p$ , 其上含有 $q_p (p = 1, 2, \dots, P)$ 个散射点。以雷达 $O$ 为原点建立全局坐标系 $(X, Y, Z)$ , 对于每个子目标分别以目标质心 $o_p$ 为原点建立本地坐标系 $(x, y, z)$ , 坐标 $(X, Y, Z)$ 的3个坐标轴分别与 $(x, y, z)$ 的坐标轴平行。目标 $p$ 以角速度 $\omega_p = (\omega_{px}, \omega_{py}, \omega_{pz})^T$ 进行自旋, 其自旋轴与雷达视线(Line-Of-Sight, LOS)方向单位向量 $n$ 的夹角为 $\varepsilon_p$ 。雷达与群目标的坐标几何关系示意图如图1所示。

雷达发射载频为 $f_c$ 的单频连续波, 则在 $t$ 时刻散射点 $q_p$ 的回波为:

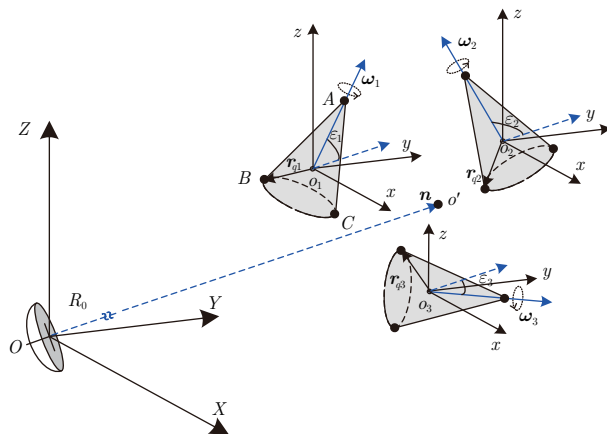


图1 雷达与群目标几何关系

Fig. 1 The geometry model of the radar and the group target

$$s_{q_p}(t) = \sigma_{q_p} \exp \left( j2\pi f_c \left( t - \frac{2r_{q_p}(t)}{c} \right) \right) \quad (18)$$

其中,  $\sigma_{q_p}$  为散射点  $q_p$  的散射系数,  $r_{q_p}(t)$  为  $t$  时刻点  $q_p$  与雷达之间的距离

$$r_{q_p}(t) = R_0 + \|\mathbf{r}_{q_p}\| \cos(\Omega_p t + \theta_{q_p}) \sin \varepsilon_p \quad (19)$$

其中,  $\Omega_p = \|\boldsymbol{\omega}_p\|_2$  为目标  $p$  的旋转角速度,  $\theta_{q_p}$  为  $q_p$  点初相, 对  $s_{q_p}(t)$  作基带变换后得到

$$s'_{q_p}(t) = \sigma_{q_p} \exp \left( j2\pi f_c \frac{2r_{q_p}(t)}{c} \right) = \sigma_{q_p} \exp(j\Phi_{q_p}(t)) \quad (20)$$

其中,  $\Phi_{q_p}(t)$  为相位项。对相位项关于时间求导, 可得目标回波多普勒频率为:

$$\begin{aligned} f_d &= \sum_p \sum_q \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_{q_p}(t)}{dt} \\ &= -\frac{2f_c}{c} \sum_p \sum_q \Omega_p \|\mathbf{r}_{q_p}\| \sin(\Omega_p t + \theta_{q_p}) \sin \varepsilon_q \quad (21) \end{aligned}$$

由式(21)可知, 自旋目标的回波频率为正弦形式, 自旋群目标回波为多分量正弦调频信号的叠加。

### 3.2 微动频率提取算法

在实际应用中, 雷达回波经数字采样后为离散形式, 已知离散回波的相位测量范围为  $(-\pi, \pi)$ , 当回波总相移超过  $2\pi$  时产生相位模糊, 因此在进行微动频率提取之前应首先对回波进行相位解模糊。当回波相邻两采样点的最大相移小于  $2\pi$  时可通过相邻采样点相位之差进行解模糊处理<sup>[17]</sup>。此外, 如式(3)所述, 离散有限时域信号可展开为有限项 SFMF B 级数, 称 SFMF B 级数最大项数为最大有效项数  $M$ , 则最大有效项数  $M$  可通过以下计算得出。设回波信号采样频率为  $f_s$ , 信号序列长为  $N$ ,  $f_M$  为第  $M$  项级数对应频率。根据 Nyquist 采样定律, 可表征的信号最大频率为  $f_M = f_s/2$ , 则  $f_M$  可由首项系数对应频率  $f_1$  与  $\Delta f_k$  表示为:

$$f_M = f_1 + (M-1)\Delta f_k = \frac{\mu_1 f_s}{2\pi k N} + (M-1) \frac{f_s}{2kN} \quad (22)$$

则有

$$M = \left( \frac{1}{2} f_s - \frac{\mu_1 f_s}{2\pi k N} \right) \frac{2kN}{f_s} + 1 = kN - \frac{\mu_1}{\pi} + 1 \quad (23)$$

由式(15)可知, 在对信号进行 SFMF B T 的计算过程中, 微动频率可根据信号的 SFMF B 系数实部绝对值的最大项得到。接下来将对 SFMF B T 算法的频率误差进行分析, 并在此基础上给出一种误差减小的方法进行微动频率修正。

如我们所知, 若对信号进行傅里叶变换 (Fourier Transform, FT), 其 FT 频谱谱线与信号实际频率的差值不超过相邻谱线频率差值 (即频率分辨

率)的二分之一, 即最大误差与 FT 基函数的频率分辨率相同, 当且仅当信号实际频率落在相邻两函数基等分处时取得最大误差。然而, 这一情况仅适用于单频率成分投影在单项级数或单根谱线上。与 FT 频谱不同, 在 SFMF B 级数中单频率成分投影在若干项 SFMF B 系数上, 即第  $m$  项 SFMF B 系数对应的理论频率  $f_m$  在第  $m$  项系数上的投影值虽为最大, 但其在与第  $m$  项邻近的若干项系数上的投影不为零。对信号  $s(t)$  进行 SFMF B T, 若第  $m$  项 SFMF B 系数的实部绝对值与第  $m+1$  项 SFMF B 系数的实部绝对值相等, 即  $|\operatorname{Re}(C_m)| = |\operatorname{Re}(C_{m+1})|$ , 则有 (推导过程见附录)

$$\begin{aligned} &\sqrt{[\mu_m^2 - (kT\omega)^2]^2 + (kT\omega)^2} \\ &= \sqrt{[\mu_{m+1}^2 - (kT\omega)^2]^2 + (kT\omega)^2} \quad (24) \end{aligned}$$

由基本不等式性质, 则信号  $s(t)$  实际频率满足

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{\frac{\mu_m^2 + \mu_{m+1}^2}{2 \times (2\pi k T)^2}} > \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_m}{2\pi k T} + \frac{\mu_{m+1}}{2\pi k T} \right) \\ &= \frac{1}{2} (f_m + f_{m+1}) \quad (25) \end{aligned}$$

其中,  $\mu_m \neq \mu_{m+1}$ 。因此, 当  $|\operatorname{Re}(C_m)| = |\operatorname{Re}(C_{m+1})|$  时, 信号实际频率大于第  $m$  项与第  $m+1$  项 SFMF B 系数对应理论频率的平均值, 其最大绝对误差也大于频率分辨率的二分之一:

$$\frac{1}{2} \Delta f_k < \max f_e < \Delta f_k \quad (26)$$

下面给出一种将最大绝对误差减小至  $\Delta f_k/2$  的方法。首先计算中心误差  $f_{\text{cen}}$ , 并将初始提取频率  $f_{m_{\text{max}}}$  与  $f_{\text{cen}}$  之差作为修正的频率。具体计算方法为: (1) 根据  $C_{m_{\text{max}}}$  计算频率  $f^{(1)} = f_{m_{\text{max}}} - \Delta f_k/2$  和  $f^{(L)} = f_{m_{\text{max}}} + \Delta f_k/2$ , 并将频率离散化为  $L$  项:  $f^{(l)} \in \{f^{(1)}, \dots, f^{(L)}\}$ ; (2) 依次以  $f^{(l)}$  为调制频率代入  $s(t)$ , 计算得到最大项系数对应频率  $f_{m_{\text{max}}}^{(l)} \in \{f_{m_{\text{max}}-1}, f_{m_{\text{max}}}, f_{m_{\text{max}}+1}\}$ ; (3)  $f_{\text{cen}}$  即为各项频率  $f^{(l)}$  与提取频率  $f_{m_{\text{max}}}^{(l)}$  的最大误差与最小误差的平均值<sup>[16]</sup>。

在对群目标回波进行微动频率提取与回波分离重构的过程中, 以能量大小作为判别 SFMF B 系数中是否含有目标回波的依据。由于 SFMF B 系数与信号频率成分一一对应, 则信号能量与 SFMF B 系数的平方成正比。令  $\zeta_{m_{\text{max}}} = \sum (C_{m'_{\text{max}}})^2 / \sum_{m=1}^M (C_m)^2$ , 其中  $C_{m'_{\text{max}}} = [C_{m_{\text{max}}-w}, \dots, C_{m_{\text{max}}+w}]$  为以  $C_{m_{\text{max}}}$  为邻域的若干项系数, 存在阈值  $\eta$ , 若

$\varsigma_{m_{\max}} > \eta$ , 则判定SFMFB域上仍存在目标回波, 若 $\varsigma_{m_{\max}} \leq \eta$ , 则不再包含目标。

综上所述, 利用SFMFBT算法进行微动群目标频率提取及信号分离重构的步骤如下:

**Step 1 初始化:** 目标个数 $i=0$ , 幅值最大项系数对应项数 $m_{\max,i}=1$ , SFMFBT分辨率 $k \geq 1$ , 信号能量阈值 $\eta > 0$ ;

**Step 2** 计算最大有效项数 $M = kN - \frac{\mu_1}{\pi} + 1$ , 频率分辨率  $\Delta f_k \approx f_s/2kN$ ;

**Step 3** 计算 $C_m = \text{SFMFB}[s(n)]$ , 寻找 $m_{\max,i} = \arg \max_m \{|\text{Re}(C_m)|\}$ , 计算对应频率 $f_{m_{\max,i}} = \mu_{m_{\max,i}} f_s / 2\pi kN$ ;

**Step 4** 离散化 $f^{(l)} \in [f_{m_{\max,i}-1}, f_{m_{\max,i}+1}]$ , 计算中心误差频率 $f_{\text{cen}}$ 、修正频率 $\hat{f}_i = f_{m_{\max,i}} - f_{\text{cen}}$ ;

**Step 5** 计算 $\varsigma_{m_{\max,i}} = \frac{\sum (C_{m'_{\max,i}})^2}{\sum_{m=1}^M (C_m)^2}$ ; 若 $\varsigma_{m_{\max,i}} > \eta$ , 令 $i = i + 1$ , 转至Step 6; 若 $\varsigma_{m_{\max,i}} \leq \eta$ , 停止迭代;

**Step 6** 令 $C_m = C_m \setminus C_{m'_{\max,i}}$ ; 计算 $s_i(n) = \text{ISFMFB}[C_{m'_{\max,i}}]$ ,  $s_i(n)$ 即为第 $i$ 目标回波信号, 重复Step 4至Step 6。

## 4 仿真实验

### 4.1 算法有效性验证

设空间存在3个自旋锥形目标, 每个目标各含有1个锥顶散射点和2个锥底边缘散射点, 其中锥顶散射点位于自旋轴上对回波不存在微多普勒调制。目标1以3.0 Hz进行自旋, 自旋轴与LOS方向夹角为 $\pi/6$ , 底面半径为0.5 m; 目标2以6.5 Hz进行自旋, 自旋轴与LOS方向夹角为 $\pi/9$ , 底面半径为0.3 m; 目标3以10.2 Hz进行自旋, 自旋轴与LOS方向夹角为 $\pi/12$ , 底面半径为0.4 m。雷达照射时间为2 s, 脉冲重复频率(Pulse Repetition Frequency,

PRF)为256 Hz。分别在 $k=1$ ,  $k=4$ 和 $k=10$ 的条件下, 回波信号的SFMFBT结果如图2所示。

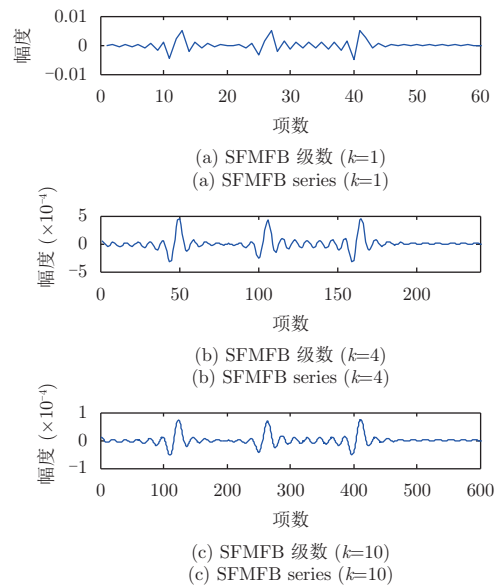


图2 回波信号SFMFBT结果

Fig. 2 SFMFBT of returned signals

从图2可以看出, 信号经SFMFBT后表现为SFMFB级数, 在不同 $k$ 分辨率下SFMFB级数均分别在3处取得峰值。按照级数峰值项数计算得到3个目标的初始频率、修正频率和绝对误差如表1所示。在 $k=10$ 条件下, 目标回波及采用ISFMFBT得到的各目标分离重构回波的时频分析如图3所示。

从图3可以看出, 从原始目标回波的时频图像难以直接读取群目标的有效频率信息, 而各子目标重构信号的时频分布则较好地反映了3个目标各自的频率信息。

### 4.2 性能分析

**4.2.1 算法鲁棒性分析** 本节在不同信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)条件下对算法的鲁棒性进行

表1 微动频率提取结果

Tab. 1 The m-D frequency extraction result

目标	$k$ 分辨率	最大值项数	初始频率(Hz)	修正频率(Hz)	绝对误差(Hz)
目标1	1	11	2.6878	2.7398	0.2602
	4	50	3.1094	3.0254	0.0254
	10	124	3.0938	3.0088	0.0088
目标2	1	25	6.1876	6.2381	0.2619
	4	106	6.6094	6.5234	0.0234
	10	264	6.5938	6.5083	0.0083
目标3	1	40	9.9376	9.9881	0.2119
	4	165	10.2969	10.2089	0.0089
	10	412	10.2938	10.2078	0.0078

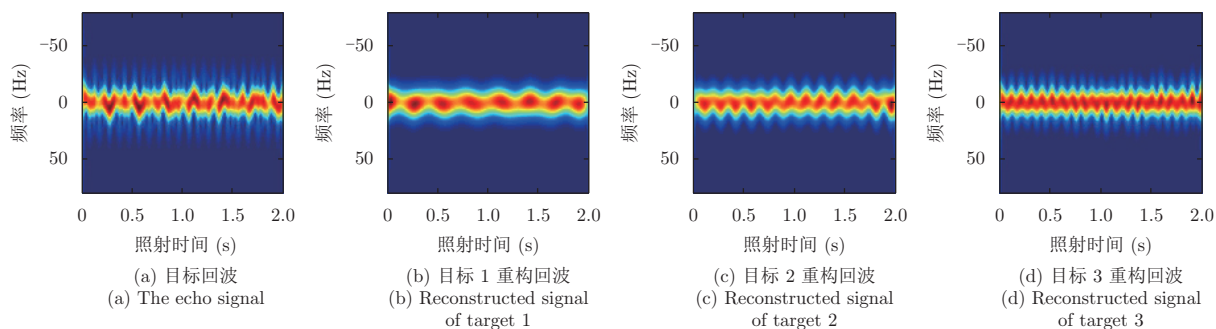
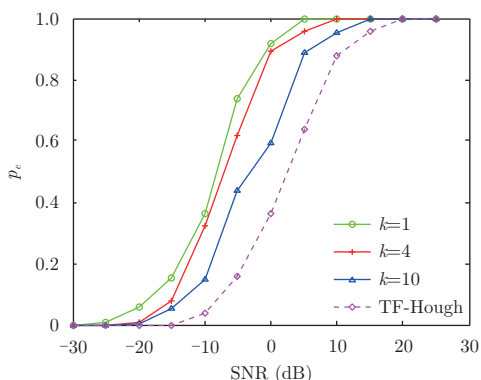


图3 目标回波及各目标重构回波时频分析

Fig. 3 Time-frequency analysis of the echo signal and the individual reconstructed signals

验证, 并与联合时频分布结合扩展Hough变换(TF-Hough)的微动参数提取方法<sup>[11]</sup>进行对比分析。TF-Hough方法在对回波进行时频分析的基础上, 通过时频分析结果与扩展Hough空间的映射关系, 完成对正弦曲线进行检测及参数提取。以4.1节旋转目标1回波信号为例, 分别在SNR=-30 dB至SNR=20 dB的高斯白噪声条件下进行300次Monte Carol实验, 频率提取正确概率 $p_e$ 随SNR及 $k$ 分辨率的变化曲线如图4所示。

图4 频率提取正确概率 $p_e$ 随SNR及 $k$ 分辨率变化曲线Fig. 4 The curve of m-D frequency extraction probability  $p_e$  in different SNR and  $k$ -resolution conditions

从图4可以看出, 取 $k=1$ 且当SNR>0 dB时, 所提算法的频率提取正确概率可达90%以上。即使当信号序列足够长时, 频率提取精确程度与 $k$ 分辨率成正比, 但随着 $k$ 的增大, 级数的划分也越为精细, 算法也越易受噪声干扰。可见, 虽然 $k$ 分辨率越小频率提取精度越低, 但算法在高斯白噪声下鲁棒性越强。对于TF-Hough方法, 由于时频分析结果对噪声较为敏感且精度易受窗长影响, 当SNR>15 dB时, 正弦检测及频率提取的正确概率可达90%。由此可见, 基于SFMFBT的方法作为一种参数化微动频率提取方法, 与TF-Hough方法相比具有更高的检测精度, 在低SNR条件下算法的鲁棒性更强。

下面对阈值 $\eta$ 进行讨论。设噪声分解得到的系数幅值在全部级数项上均匀分布, 则有

$$\begin{aligned} \zeta_{m_{\max}} &= \sum (C_{m'_{\max}})^2 / \sum_{m=1}^M (C_m \setminus C_{m'_{\max}, i})^2 \\ &= (2w+1) / [kN - (2w+1)] \end{aligned} \quad (27)$$

取 $w=2k$ , 以4.1节信号模型为例: ①在接收信号全部为高斯白噪声(不包含目标回波), 有 $\zeta_{m_{\max}} = 0.0081$ , 则阈值下限可设为 $\eta_L = 0.0081$ ; ②在无噪声条件下, 仿真得到三分量信号的比值分别为 $\zeta_{m_{\max 1}} = 0.6824$ ,  $\zeta_{m_{\max 2}} = 0.6596$ 和 $\zeta_{m_{\max 3}} = 0.5895$ ; ③在SNR=0 dB条件下, 仿真得到三分量信号的比值分别为 $\zeta_{m_{\max 1}} = 0.1680$ ,  $\zeta_{m_{\max 2}} = 0.1530$ 和 $\zeta_{m_{\max 3}} = 0.1179$ 。又由图4的仿真结果可知, 在SNR>0 dB且 $k=1$ 时检测正确概率 $p_e > 90\%$ , 则阈值上限可设为 $\eta_U = 0.1$ 。此外, 门限 $\eta$ 还受到子目标个数、各子目标的强散射点个数、各散射点散射系数、散射点旋转半径、旋转半径所在直线与LOS所呈角度等一些因素的影响, 因此阈值可取区间约为 $\eta \in [0.01, 0.1]$ 。

在实际应用中, 对于信号 $s(t)$ , 所取 $k$ 值越大频率分辨率越小, 微动频率估计精度也得到一定程度的提升; 另一方面,  $k$ 值越小算法在相同SNR条件下的鲁棒性越强。因此 $k$ 的取值应由所需微动频率估计精度、接收信号序列长及SNR共同决定。对于所需精度高、噪声干扰较小的环境,  $k$ 取值应相对较大; 对于噪声干扰较大的环境,  $k$ 取值应相对较小。

**4.2.2 旋转半径对算法精度的影响** 同样以自旋目标为例, 讨论目标旋转半径对微动频率提取精度的影响。以归一化均方误差(Normalized Root-Mean-Square Error, NRMSE)进行算法提取频率 $\hat{f}$ 与信号实际频率 $f$ 接近程度的度量, 即 $\text{NRMSE} = |\hat{f} - f| / f$ 。由式(21)可知, SFMFB系数的最大值与信号正弦调频形式的调制指数有关。同样以4.1节旋转目标1回波信号为例, 在不同旋转半径及SNR=-4 dB至

SNR=8 dB下分别进行300次Monte Carol实验, 算法提取的旋转频率与实际频率的NRMSE曲线如图5所示。

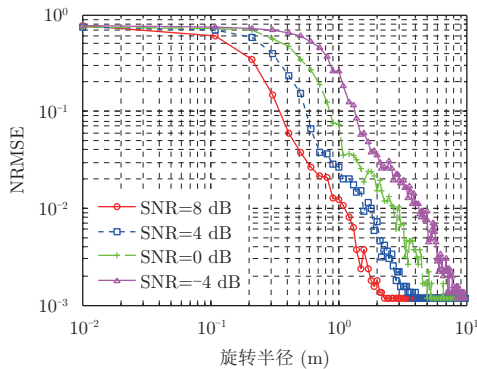


图5 提取旋转频率NRMSE随旋转半径及SNR变化曲线

Fig. 5 NRMSE curves with different rotation radius and SNR

从图5可以看出, 在相同旋转半径下, SNR越大提取频率与实际频率越为接近, 对应的NRMSE越小; 在相同SNR条件下, 旋转半径越大则最大SFMB级数幅值越为显著, 提取频率与实际频率的NRMSE越小, 这与式(14)结论一致。

**4.2.3 运算量分析** 对所提算法进行运算量分析。由式(24)可知, 信号的SFMB级数最大有效项数  $M$  与  $k$  分辨和信号序列长  $N$  的乘积成正比, 则计算序列长为  $N$  的信号的  $k$  分辨SFMB级数, 其算法复杂度为  $O(kN)$ 。下面分别在  $k = 2^0, 2^1, \dots, 2^5$  的条件下, 对序列长为  $N=20, 40, 80, 160$  的信号进行了500次仿真实验, 算法运行时间如图6所示。

### 附录

由式(24)所述, 当第  $m$  项与第  $m+1$  项SFMB系数的实部绝对值相等, 即

$$\left| \frac{-2\sqrt{a^2 + b^2}\mu_m}{J_{\alpha+1}(\mu_m)} \frac{\sin(kT\omega - \varphi_m - \phi)}{\sqrt{(\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2)^2 + k^2 T^2 \omega^2}} \right| = \left| \frac{-2\sqrt{a^2 + b^2}\mu_{m+1}}{J_{\alpha+1}(\mu_{m+1})} \frac{\sin(kT\omega - \varphi_{m+1} - \phi)}{\sqrt{(\mu_{m+1}^2 - k^2 T^2 \omega^2)^2 + k^2 T^2 \omega^2}} \right| \quad (A-1)$$

其中  $\tan \varphi_m = (\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2) / kT\omega$ 。由于第  $m$  项系数实部绝对值与第  $m+1$  项实部绝对值相等, 将  $\omega = \mu_m / kT, \omega = \mu_{m+1} / kT$  分别代入式(A-1), 则  $\varphi_m$  计算为:

$$\varphi_m = \arctan \frac{\mu_m^2 - k^2 T^2 \omega^2}{kT\omega} = 0 \quad (A-2)$$

于是有

$$\sin(kT\omega - \varphi_m - \phi) = \sin(\mu_m - \phi) \quad (A-3)$$

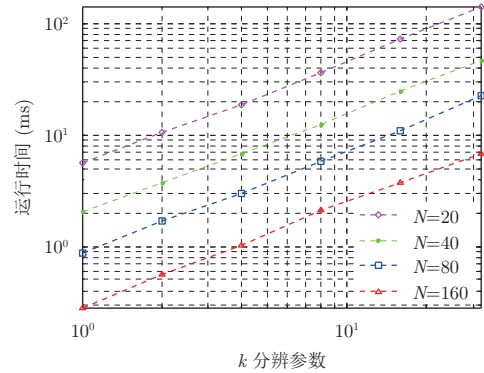


图6 算法运行时间

Fig. 6 Computation time of the SFMB series

由图6可知, SFMB级数的运算量受到信号序列长和  $k$  分辨参数的共同影响。对于某一信号, 算法采用的函数基的  $k$  分辨值越大, 运算量越大; 相应地, 对于相同  $k$  分辨函数基, 信号序列越长则运算量越大。这一结论与算法复杂度为  $O(kN)$  的结论相符。

### 5 结论

本文提出了一种正弦调频Fourier-Bessel变换, 对变换的相关性质进行了推导, 并将SFMBT引入群目标微动频率提取中, 并对离散信号处理中的相关问题进行了讨论。基于SFMBT的微动频率提取方法利用全部信号序列长, 相比于加窗算法其具有更高积累增益与提取精度, 此外, 该方法同样适用于群目标的微动频率提取与信号分离重构。下一步可将该方法与其他微动特征提取算法进行结合以提取更多的微动特征。

$$\sin(kT\omega - \varphi_{m+1} - \phi) = \sin(\mu_{m+1} - \phi) \quad (\text{A-4})$$

令  $\gamma_m = \frac{\mu_{m+1} \sin(\lambda_{m+1} - \phi) / J_{\alpha+1}(\mu_{m+1})}{\mu_m \sin(\mu_m - \phi) / J_{\alpha+1}(\mu_m)}$ , 经数值仿真可知  $\lim_{m \rightarrow \infty} |\gamma_m| \rightarrow 1$ , 联立式(A-1)–式(A-4), 则有

$$\sqrt{[\mu_m^2 - (kT\omega)^2]^2 + (kT\omega)^2} = \sqrt{[\mu_{m+1}^2 - (kT\omega)^2]^2 + (kT\omega)^2} \quad (\text{A-5})$$

即为式(24)所述。

### 参 考 文 献

- [1] Chen V C. Doppler signatures of radar backscattering from objects with micro-motions[J]. *IET Signal Processing*, 2008, 2(3): 291–300. DOI: [10.1049/iet-spr:20070137](https://doi.org/10.1049/iet-spr:20070137).
- [2] Talmoush D. Review of micro-Doppler signatures[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(9): 1140–1146.
- [3] 陈小龙, 关键, 何友. 微多普勒理论在海面目标检测中的应用及展望[J]. *雷达学报*, 2013, 2(1): 123–134. DOI: [10.3724/SP.J.1300.2013.20102](https://doi.org/10.3724/SP.J.1300.2013.20102).  
Chen Xiao-long, Guan Jian, and He You. Applications and prospect of micro-motion theory in the detection of sea surface target[J]. *Journal of Radars*, 2013, 2(1): 123–134. DOI: [10.3724/SP.J.1300.2013.20102](https://doi.org/10.3724/SP.J.1300.2013.20102).
- [4] 赵双, 鲁卫红, 冯存前, 等. 基于窄带雷达网的弹道目标三维运动特征提取[J]. *雷达学报*, 2017, 6(1): 98–105. DOI: [10.12000/JR15129](https://doi.org/10.12000/JR15129).  
Zhao Shuang, Lu Weihong, Feng Cunqian, et al. Three-dimensional precession feature extraction of ballistic targets based on narrowband radar network[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(1): 98–105. DOI: [10.12000/JR15129](https://doi.org/10.12000/JR15129).
- [5] 韩勋, 杜兰, 刘宏伟, 等. 基于时频分布的空间锥体目标微动形式分类[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(4): 684–691.  
Han Xun, Du Lan, Liu Hong-wei, et al. Classification of micro-motion form of space cone-shaped objects based on time-frequency distribution[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(4): 684–691.
- [6] Shui Peng-lang, Bao Zheng, and Su Hong-tao. Nonparametric detection of FM signals using time-frequency ridge energy[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(5): 1749–1760. DOI: [10.1109/TSP.2007.909322](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.909322).
- [7] 陈小龙, 刘宁波, 王国庆, 等. 基于高斯短时分数阶Fourier变换的海面微动目标检测方法[J]. *电子学报*, 2014, 42(5): 971–977.  
Chen Xiao-long, Liu Ning-bo, Wang Guo-qing, et al. Gaussian short-time fractional Fourier transform based detection algorithm of target with micro-motion at sea[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(5): 971–977.
- [8] Chen Xiaolong, Guan Jian, Bao Zhonghua, et al. Detection and extraction of target with micromotion in spiky sea clutter via short-time fractional Fourier transform[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(2): 1002–1018. DOI: [10.1109/TGRS.2013.2246574](https://doi.org/10.1109/TGRS.2013.2246574).
- [9] Li K, Liu Y, Huo K, et al. Estimation of micro-motion parameters based on cyclostationary analysis[J]. *IET Signal Processing*, 2010, 4(3): 218–223. DOI: [10.1049/iet-spr.2009.0044](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2009.0044).
- [10] Orović I, Stankovic S, and Thayaparan T. Time-frequency-based instantaneous frequency estimation of sparse signals from incomplete set of samples[J]. *IET Signal Processing*, 2014, 8(3): 239–245. DOI: [10.1049/iet-spr.2013.0354](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2013.0354).
- [11] Luo Ying, Zhou Liang, Lin Yong-zhao, et al. Micro-Doppler extraction of frequency-stepped chirp signal based on the Hough transform[C]. *Proceedings of the 8th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory*, Kunming, China, 2008: 408–411.
- [12] Zhang Qun, Yeo T S, Tan H S, et al. Imaging of a moving target with rotating parts based on the Hough transform[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2008, 46(1): 291–299. DOI: [10.1109/TGRS.2007.907105](https://doi.org/10.1109/TGRS.2007.907105).
- [13] Peng Bo, Wei Xizhang, Deng Bin, et al. A sinusoidal frequency modulation Fourier transform for radar-based vehicle vibration estimation[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2014, 63(9): 2188–2199. DOI: [10.1109/TIM.2014.2308031](https://doi.org/10.1109/TIM.2014.2308031).
- [14] 杨陈, 池龙, 张群, 等. 正弦调频傅里叶变换的自旋微动群目标分辨[J]. *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2016, 17(3): 51–56. DOI: [10.3969/j.issn.1009-3516.2016.03.010](https://doi.org/10.3969/j.issn.1009-3516.2016.03.010).  
Yang Chen, Chi Long, Zhang Qun, et al. Resolution of group targets with spinning micro motion based on sinusoidal frequency modulation Fourier transform[J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2016, 17(3): 51–56. DOI: [10.3969/j.issn.1009-3516.2016.03.010](https://doi.org/10.3969/j.issn.1009-3516.2016.03.010).
- [15] Suresh P, Thayaparan T, and Venkataraman K. Fourier-Bessel transform and time-frequency-based approach for detecting manoeuvring air target in sea-clutter[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(5): 481–491.

- [16] Suresh P, Thayaparan T, Obulesu T, *et al.*. Extracting micro-Doppler radar signatures from rotating targets using Fourier-Bessel transform and time-frequency analysis[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(6): 3204–3210. DOI: [10.1109/TGRS.2013.2271706](https://doi.org/10.1109/TGRS.2013.2271706).
- [17] 张群, 何其芳, 罗迎. 基于贝塞尔函数基信号分解的微动群目标特征提取方法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(12): 3056–3062. DOI: [10.11999/JEIT161036](https://doi.org/10.11999/JEIT161036).  
Zhang Qun, He Qifang, and Luo Ying. Micro-Doppler feature extraction of group targets using signal decomposition based on Bessel function basis[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(12): 3056–3062. DOI: [10.11999/JEIT161036](https://doi.org/10.11999/JEIT161036).
- [18] Spiegel M R, Lipschutz S L, and Liu J. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*[M]. Third Edition, New York: Academic Press Co., 2009.
- [19] McLachlan N W. *Bessel Functions for Engineers*[M]. Oxford, England: Clarendon Press, 1955.
- [20] *Mathematical Handbook*[M]. Athens, Abbrev. State: ESPI Publishing, 2007.

### 作者简介



何其芳(1993–), 女, 陕西西安人, 现为空军工程大学信息与导航学院硕士研究生, 研究方向为雷达信号处理与目标识别。

E-mail: [qifanghe@163.com](mailto:qifanghe@163.com)



罗迎(1984–), 男, 湖南益阳人, 现为空军工程大学信息与导航学院副教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、雷达成像。

E-mail: [luoying2002521@163.com](mailto:luoying2002521@163.com)



张群(1964–), 男, 陕西合阳人, 现为空军工程大学信息与导航学院教授, 博士生导师, IEEE Senior Member, 研究方向为雷达信号处理、雷达成像与目标识别。

E-mail: [zhangqunus@gmail.com](mailto:zhangqunus@gmail.com)



李开明(1982–), 男, 山西应县人。现为空军工程大学信息与导航学院讲师, 研究方向为雷达成像及目标识别。

E-mail: [likaiming1982@163.com](mailto:likaiming1982@163.com)