非圆信号二维 DOA 和初始相位联合估计方法

王 凌^{*} 李国林 谢 鑫 齐 率 (海军航空工程学院 烟台 264001)

摘 要:针对传统联合估计方法计算量大、需要多维谱峰搜索的问题,该文提出了一种基于垂直阵列结构的任意初始相位非圆信号2维DOA (Direction Of Arrival)和初相联合估计方法,利用垂直阵列特点,将3维参数估计问题转化为可并行处理的3个2维参数估计,在每一个子阵上,同时使用噪声子空间正交性和信号子空间旋转不变性,将2维参数估计进一步转化为1维估计问题,最终只需要对扩展协方差矩阵进行一次特征分解即可实现2维DOA 和初相的联合估计及自动配对。该方法适用于空间信源处于过载的情形和低信噪比、短快拍环境,可估计信源数为2(*M*-1)。数值仿真验证了该算法的有效性。 关键词: 2维 DOA 估计;非圆信号;垂直阵列;阵列扩展

中图分类号: TN911.23 文献标识码: A 文章编号: 2095-283X(2012)01-0043-07 DOI: 10.3724/SP.J.1300.2012.20014

Joint 2-D DOA and Noncircularity Phase Estimation Method

Wang Ling Li Guo-lin Xie Xin Qi Shuai (Naval Aeronautics and Astronautics University, Yantai 264001, China)

Abstract: Classical joint estimation methods need large calculation quantity and multidimensional search. In order to avoid these shortcoming, a novel joint two-Dimension (2-D) Direction Of Arrival (DOA) and noncircularity phase estimation method based on three orthogonal linear arrays is proposed. The problem of 3-D parameter estimation can be transformed to three parallel 2-D parameter estimation according to the characteristic of three orthogonal linear arrays. Further more, the problem of 2-D parameter estimation can be transformed to 1-D parameter estimation by using the rotational invariance property among signal subspace and orthogonal property of noise subspace at the same time in every subarray. Ultimately, the algorithm can realize joint estimation and pairing parameters by one eigen-decomposition of extended covariance matrix. The proposed algorithm can be applicable for low SNR and small snapshot scenarios, and can estiame 2(M-1) signals. Simulation results verify that the proposed algorithm is effective.

Key words: 2-D Direction Of Arrival (DOA) estimation; Noncircular signals; Orthogonal arrays; Aperture extension

1 引言

近年来利用目标空间中信源的信息冗余特性来 提高空间谱估计的性能得到了广泛关注。信号的非 圆性作为时域上的信息扩充,Galy首先将其引入空 间谱估计研究中,提出了非圆信号测向的 MUSIC 算 法^[1](MUSIC algorithm for NonCircular signals, NC-MUSIC), Abeida 和 Delmas 进一步对非圆信号 MUSIC 类测向算法的 Cramer-Rao Bound (CRB) 进行了分析^[2]。近年来国内外不少文献对相关问题进 行了研究^[3-12]。目前,研究较多的一类非圆信号为

*通信作者: 王凌 wang_ling1@yeah.net

直线信号,例如幅度键控信号和二进制相移键控信 号等,其相位星座图沿直线分布,非圆率 $\rho=1$ 。文 献[3]中利用非圆信号为实值信号的特点,通过每次 阵列快拍构造了一组数据矩阵,实现了非圆相干信 号的完全解相干。文献[4,5]在构造的 Toeplitz 矩阵 中均利用非圆信号的共轭信息,降低了阵列孔径损 失,提高了阵列自由度。文献[6,7]利用非圆信号椭 圆协方差 $E[ss] \neq 0$ 特性,构造虚拟阵元,提高了角 度估计的精度。但上述算法模型背景中均假设非圆 信号的初始相位为零,这在实际环境中几乎不可能 满足。容易证明,非圆信号s(t)和其任意旋转 $s(t)e^{i\phi}$ 具有不同的概率分布,因此对于非圆信号来说,初 始相位不能忽略。如果考虑初始相位,上述基于非 圆信号特性的算法均会存在估计性能下降的情况, 特别是文献[3-5]中直接利用非圆信号的实值特性

²⁰¹²⁻⁰³⁻¹⁴ 收到, 2012-03-19 改回; 2012-03-29 网络优先出版 国家自然科学基金资助项目(60902054),中国博士后科学基金资助 项目(201003758, 20090460114)和"泰山学者"建设工程专项经费资 助课题

构造数据矩阵,当考虑到初始相位时,信号模型将 不再满足实值特性,对算法的影响是严重的。近几 年,部分文献对上述算法进行了修正^[8,9]。

以上文献都是针对1维DOA估计的非圆算法, 针对非圆信号背景下的2维DOA估计问题,公开 文献中研究很少。仅有Haardt^[13,14]等提出将2维酉 ESPRIT用于非圆信号测向,以及刘剑^[15,16]提出的 基于双平行线结构的扩展 MUSIC 算法。但是上述 算法运算量都较大,需要构造维数为3*M*×3*M*的数 据矩阵,并进行特征分解。2维DOA和初相的联合 估计可以看作是在3维参数空间进行点估计,基本 思路是通过3维谱峰搜索实现,但运算量巨大。或 者根据二次型的性质,将多维搜索转化为1维搜索 或求根。

针对上述方法计算量大,且算法复杂的问题,本文提出了一种基于垂直阵列结构的任意初始相位 非圆信号 2 维 DOA 和初相联合估计方法,利用阵 列结构特点将 3 维参数估计转化为 3 个子阵上的 2 维参数估计问题,然后在每一个子阵列上,同时利 用信号子空间的旋转不变性和噪声子空间的正交特 性将 2 维估计转化为 1 维估计,且得到的 2 维 DOA 和初始相位能实现自动配对。该算法只需对 3 个 2*M*×2*M*维的数据矩阵进行一次特征分解,且可在 3 个维度并行处理,相较于文献[15]中算法,运算量 得到降低。由于利用了非圆信号特性,本文算法相 较于具有相同阵列结构的文献[17]中算法,估计精度 和可估计信源数都得到提升,且可估计多于阵元数 的信源,最多可估计2(*M*-1)个信源。

2 阵列信号模型

考虑采用如图 1 所示的传感器阵列系统模型, 该模型由 3 个相互垂直的均布线性子阵组成,记为 *X*_a,*Y*_a,*Z*_a,各子阵列阵元均为全向的,且阵列位于 远场。第 1 个子阵由阵元 0,1,…,*M* – 1 组成,第 2 个 子阵由阵元 0,1,…,*N* – 1 组成,第 3 个子阵由阵元



0,1,…,P-1组成,各个子阵的阵元间距分别为 d_x,d_y,d_z 。空间有D个相同载频的不相关窄带信源入 射该阵列系统,信源数D 假设为已知或已估计得到, 波达方向矢量角分别为($\theta_1,\theta_2,...,\theta_D$),其中 $\theta_k = (\alpha_k,\beta_k,\gamma_k), \alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ 分别为第k个源信号 入射方向与x轴,y轴和z轴的夹角。显然有如下关 系成立

$$\cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_k + \cos^2 \gamma_k = 1 \tag{1}$$

可知 3 个角度变量中只有两个独立,因此,波 达 方 向 矢 量 角 可 以 用 1×2 的 矢 量 表 示 ,即 $\theta_k = (\alpha_k, \beta_k) \circ \pi \alpha_k, \beta_k$ 分别为方位角和俯仰角。以 阵元 0 为参考阵元,则子阵列 X_a 中第 i 个阵元的输 出信号可表示为

$$x_{i}(t) = \sum_{k=1}^{D} s_{k}(t)u^{i}(\alpha_{k}) + n_{x_{i}}(t)$$
(2)

其中 $s_k(t)$ 为第k个直线信号, $u(\alpha_k) = e^{j\frac{i\pi}{\lambda}d_x\cos\alpha_k}$, λ 为其中心波长, $n_{x_i}(t)$ 为子阵列 X_a 中第i个阵元中的 复圆高斯白噪声,噪声功率为 σ^2 ,且噪声与信源不 相关。直线信号 $s_k(t) = e^{j\phi_k}s_{k,r}(t)$, $s_{k,r}(t) = s^*_{k,r}(t)$, 其中 ϕ_k 为第k个直线信号入射到参考阵元的初始相 位。文献[3-7]中均假定 ϕ_k 为零,然后利用实值性进 行处理。本文考虑较为合理的情形,即各直线信号 的非圆相位不全为零。

则子阵列 X_a的输出信号矢量可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= [x_0(t), x_1(t), \cdots, x_{M-1}(t)]^{\mathrm{T}} \\ &= \mathbf{A}_x(\alpha) \boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_r(t) + \mathbf{N}_x(t) \end{aligned}$$
(3)

式中

$$\boldsymbol{A}_{x}(\alpha) = [\boldsymbol{a}(\alpha_{1}), \boldsymbol{a}(\alpha_{2}), \cdots, \boldsymbol{a}(\alpha_{D})]$$

$$(4)$$

为 $M \times D$ 维阵列流型矩阵, $a(\alpha_k)$ 为对应的方向向量,且有

$$\boldsymbol{a}(\alpha_k) = \left[1, u(\alpha_k), u^2(\alpha_k), \cdots, u^{(M-1)}(\alpha_k)\right]^{\mathrm{T}}$$
(5)

 $S_r(t) = [s_{1,r}(t), s_{2,r}(t), \dots, s_{D,r}(t)]^T$ 为 D 个入射直线信 号矢量,很显然,

$$\begin{split} \boldsymbol{S}_{r}(t) &= \boldsymbol{S}_{r}^{*}(t), \quad \boldsymbol{\Phi} = \text{diag}[e^{j\phi_{1}}, e^{j\phi_{2}}, \cdots, e^{j\phi_{D}}] \\ \text{为 信 号 的 初 始 相 位 组 成 的 对 角 阵 。} \quad \boldsymbol{N}_{x}(t) = \\ &[n_{x_{0}}(t), n_{x_{1}}(t), \cdots, n_{x_{M-1}}(t)]^{\mathrm{T}} \text{为子阵列噪声矢量}. \end{split}$$

同理可以得到子阵列Y_a和Z_a的输出信号矢量

$$\boldsymbol{Y}(t) = \boldsymbol{A}_{y}(\beta)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{S}_{r}(t) + \boldsymbol{N}_{y}(t)$$
(6)

$$\boldsymbol{Z}(t) = \boldsymbol{A}_{z}(\gamma)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{S}_{r}(t) + \boldsymbol{N}_{z}(t)$$
(7)

式中

$$\mathbf{A}_{y}(\beta) = [\boldsymbol{a}(\beta_{1}), \boldsymbol{a}(\beta_{2}), \cdots, \boldsymbol{a}(\beta_{D})]$$
(8)

$$\boldsymbol{A}_{z}(\boldsymbol{\gamma}) = [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\gamma}_{1}), \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\gamma}_{2}), \cdots, \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\gamma}_{D})]$$
(9)

$$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\beta}_{k}) = \begin{bmatrix} 1, u(\boldsymbol{\beta}_{k}), \cdots, u^{(N-1)}(\boldsymbol{\beta}_{k}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad k = 1, \cdots, D \quad (10)$$

$$\boldsymbol{a}(\gamma_k) = \begin{bmatrix} 1, u(\gamma_k), \cdots, u^{(P-1)}(\gamma_k) \end{bmatrix}^T, \quad k = 1, \cdots, D \quad (11)$$

$$u(\beta_k) = e^{j\frac{-\alpha}{\lambda}d_y \cos\beta_k} \tag{12}$$

$$u(\gamma_k) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_z\cos\gamma_k} \tag{13}$$

3 本文算法描述

本文算法主线是利用空间信号入射到垂直阵列 后的阵列流型特点,将2维 DOA 和初相联合估计 问题转化为3个可并行处理的2维参数估计,然后 在每一子阵列上,同时利用信号子空间的旋转不变 性和噪声子空间的正交性,通过一次特征分解得到 的信号和噪声子空间将1维 DOA 和初始相位的2 维搜索转换为1维估计问题,这样就把3维参数估 计问题全部转化为1维估计,使算法运算量得到大 幅的降低。

3.1 算法描述

受文献[13, 18]启发,并利用非圆信号椭圆协方 差非零特性,首先在*x*轴向构造

$$\begin{aligned} \boldsymbol{G}_{x}(t) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{M} \boldsymbol{X}^{*}(t) \\ \boldsymbol{X}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{M} \boldsymbol{A}_{x}^{*} \boldsymbol{\Phi}^{*} \boldsymbol{\Phi}^{-1} \\ \boldsymbol{A}_{x} \end{bmatrix} \boldsymbol{S}(t) + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{M} \boldsymbol{N}_{x}^{*} \\ \boldsymbol{N}_{x} \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{B}_{x} \boldsymbol{S}(t) + \boldsymbol{W}_{x} \end{aligned}$$
(14)

式中, Π_M 为 $M \times M$ 维置换矩阵,其反对角线上元 素为 1,其余元素为 0。 $B_x = [b_{x1}(\alpha_1, \phi_1), \cdots, b_{xD}(\alpha_D, \phi_D)], b_{xk}(\alpha_k, \phi_k) = [\Pi_M a^{\mathrm{H}}(\alpha_k)e^{-j2\phi_k}, a^{\mathrm{T}}(\alpha_k)]^{\mathrm{T}},$ 从 $b_{xk}(\alpha_k, \phi_k)$ 的表达式中可以看出,此时已将 (α, β, ϕ) 的3维估计转化为 (α, ϕ) 的2维估计问题。 改写 b_{xk} 如下式

$$\boldsymbol{b}_{xk} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}^{-(M-1)}(\alpha_k) \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}^{(M-1)}(\alpha_k) \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} e^{-2j\phi_k} \\ \vdots \\ e^{-2j\phi_k} \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_M \boldsymbol{a}^*(\alpha_k) & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{a}(\alpha_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-2j\phi_k} \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$
(15)

式中 \odot 为哈达玛积。从 b_{xk} 的表达式不难发现,通过 利用信号非圆特性构造式(14)等效于在x轴向的负 向端扩展了一倍的阵列孔径,且扩展虚拟阵元的幅 相增益为 $e^{-2j\phi_k}$ 。按照上文思想,在y轴和z轴向同样 构造扩展的观测矢量 $G_y(t)$ 和 $G_z(t)$,则经过扩展后 的虚拟阵列结构如图2所示。



图2 扩展后的虚拟阵列系统模型

先计算
$$x$$
轴向的扩展协方差矩阵
 $\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{G}_x(t)\mathbf{G}_x^{\mathrm{H}}(t)]$

$$= \boldsymbol{B}_{x} E[\boldsymbol{S}(t)\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(t)]\boldsymbol{B}_{x}^{\mathrm{H}} + E[\boldsymbol{W}_{x}\boldsymbol{W}_{x}^{\mathrm{H}}]$$
(16)

定义 $R_s = E[S(t)S^{H}(t)],$ 假定空间为复圆性噪声,则 $E[W_xW_x^{H}] = I_{2M \times 2M}$ 。对 R_{xx} 进行特征分解

$$\boldsymbol{R}_{xx} = \sum_{i=1}^{2M} \lambda_{xi} \boldsymbol{e}_{xi} \boldsymbol{e}_{xi}^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{U}_{x\mathrm{S}} \boldsymbol{\Sigma}_{x\mathrm{S}} \boldsymbol{U}_{x\mathrm{S}}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{U}_{x\mathrm{N}} \boldsymbol{\Sigma}_{x\mathrm{N}} \boldsymbol{U}_{x\mathrm{N}}^{\mathrm{H}} \quad (17)$$

式中 U_{xs} 为D个大特征值对应的特征矢量张成的信 号子空间, U_{xN} 为2M - D个小特征值对应特征矢量 张成的噪声子空间。如果直接利用噪声子空间的正 交性进行估计,即x轴向的方向向量 b_{xk} 与噪声子空 间 U_{xN} 正交,得到

$$\boldsymbol{b}_{xk}^{\mathrm{H}}(\alpha_k, \phi_k) \boldsymbol{U}_{x\mathrm{N}} = 0 \tag{18}$$

由于噪声影响,式(18)并不完全接近于0,此时 初始相位和1维DOA的估计就转化为最小化下式来 实现

$$H(\alpha,\phi) = \boldsymbol{b}_{x}^{\mathrm{H}}(\alpha,\phi)\boldsymbol{U}_{x\mathrm{N}}\boldsymbol{U}_{x\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}_{x}(\alpha,\phi)$$
(19)

此时需要对α, φ进行2维搜索,为了避免复杂 搜索,本文考虑在利用噪声子空间特性的同时使用 信号子空间的旋转不变性来降维。以*x*轴向为例,扩 展后的虚拟阵列如图3所示。经典的子阵划分方法为 图中虚线所示。但由于非圆信号初始相位的影响, 导致按图中虚线划分的子阵间将不再满足旋转不变 性。由于虚拟阵元幅相增益的存在,可以考虑按实 线方式进行子阵划分,此时





$$\boldsymbol{B}_{x1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{x}(1:M-1,:) \\ \boldsymbol{B}_{x}(M+1:2M-1,:) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{(M-1)\times(M-1)} & \boldsymbol{0}_{(M-1)\times 1} & \boldsymbol{0}_{(M-1)\times M} \\ \boldsymbol{0}_{(M-1)\times M} & \boldsymbol{I}_{(M-1)\times(M-1)} & \boldsymbol{0}_{(M-1)\times 1} \end{bmatrix} \boldsymbol{B}_{x} = \boldsymbol{V}_{1}\boldsymbol{B}_{x}$$
(20)

$$\boldsymbol{B}_{x2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{x}(2:M,:) \\ \boldsymbol{B}_{x}(M+2:2M,:) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{(M-1)\times 1} & \boldsymbol{I}_{(M-1)\times (M-1)} & \boldsymbol{0}_{(M-1)\times M} \\ \boldsymbol{0}_{(M-1)\times M} & \boldsymbol{0}_{(M-1)\times 1} & \boldsymbol{I}_{(M-1)\times (M-1)} \end{bmatrix} \boldsymbol{B}_{x} = \boldsymbol{V}_{2}\boldsymbol{B}_{x}$$
(21)

其中1/1和1/2为选择矩阵,同样令

$$\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{x}\mathrm{S1}} = \boldsymbol{V}_{1}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{x}\mathrm{S}} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{x}\boldsymbol{S}\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{x}\boldsymbol{S}} \tag{23}$$

因为 $B_{x2} = B_{x1}\Psi_x$, 其中 $\Psi_x = \text{diag}[u(\alpha_1), u(\alpha_2), \dots, u(\alpha_D)]$,根据信号子空间旋转不变原理, 易得: $U_{xS1} = B_{x1}T_x \perp U_{xS2} = B_{x2}T_x$,其中 T_x 为一个 非奇异转换矩阵,可得

$$\boldsymbol{U}_{xS2} = \boldsymbol{U}_{xS1} \boldsymbol{T}_{x}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{x} \boldsymbol{T}_{x} = \boldsymbol{U}_{xS1} \boldsymbol{\Theta}_{x}$$
(24)

利用最小二乘或总体最小二乘方法求解式(24) 得到两子阵信号子空间之间的旋转不变关系矩阵 Θ_x ,通过对 Θ_x 特征分解得到的 Ψ_x 即可求得空间信 源的方位角 α_k ,然后将得到的 α_k 代入式(19),通过 1维搜索即可求得对应于第k个信源的初始相位 ϕ_k , 这样就把(α, ϕ)的2维估计问题转化为两个1维估计。

同理,对另外两个轴向的旋转不变关系 Θ_y 和 Θ_z 进行特征分解可得到 Ψ_y 和 Ψ_z ,进而可计算出各 个信号与y轴和z轴之间的夹角 β_i 和 γ_j 。2维角度参 数的配对可以通过计算d(k,i,j)的最小值来实现, d(k,i,j)的定义式为



$$\begin{aligned} d(k,i,j) &= \left| 1 - \left(\cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_j \right) \right|, \\ (i,j,k=1,2,\cdots,D) \end{aligned} \tag{25}$$

3.2 算法步骤

由上文分析,可得到本文算法步骤如下:

(1) 通过阵列天线获取垂直阵列的观测矢量*X*(*t*), *Y*(*t*) 和 *Z*(*t*);

(2) 根据式(14)形式构造扩展观测矢量 $G_x(t)$, $G_y(t) 和 G_z(t)$;

(3) 计算扩展协方差矩阵 R_{xx} , R_{yy} 和 R_{zz} ;

(4) 对扩展协方差矩阵进行特征值分解,得到 各维度上相应的信号和噪声子空间;

(5) 利用式(24)中信号子空间的旋转不变性计 算信源与各轴之间夹角 α , $\beta 和 \gamma$,并用式(25)进行 配对:

(6)利用上步得到结果代入式(19)中,根据噪声 子空间的正交性得到对应的初始相位φ。

4 数值仿真

为验证本文算法的有效性,从3个方面进行数值 仿真验证,仿真中对比了具有相同阵列结构的文献 [17]中算法。第1步验证本文算法对空间信源2维 DOA和初始相位的联合估计性能;第2步验证本文 算法对快拍数和信噪比的敏感度。最后验证本文算 法的抗过载能力,即多于阵元数的信源估计能力。

4.1 2 维 DOA 和初始相位联合估计验证

仿真1 利用图1中的阵列系统模型,取阵元数 *M*, *N*和*P*均为8,为避免估值模糊,阵元间距 d_x , d_y 和 d_z 均取为 $\lambda/2$ 。3个空间信号的2维到达方向分 别为(30°,90°,60°),(60°,60°,45°),(85°,75°,15.9°)。 其附加初始相位分别为 $e^{j\pi/6}$, $e^{j2\pi/3}$ 和 $e^{j\pi/3}$ 。信噪比为 15 dB,快拍数为500,进行100次Monte-Carlo试



图4 2维DOA和初相联合估计

验。图 4(a)和 4(b)就是采用本文算法得到 2 维 DOA 估计的星座图和初始相位的 MUSIC 谱图。从仿真 结果可知,本文算法能够准确地估计得到 2 维 DOA 和初始相位,并能实现自动配对。

4.2 信噪比和快拍数对本文算法的影响

仿真1只是定性说明了本文算法的估计性能,下 面通过两个仿真试验验证本文算法的估计均方根误 差大小随信噪比和快拍数的变化趋势,并加入文献 [17]中算法作为比较。

仿真2 阵列和信号模型与仿真1相同,文献算 法采用同样模型参数。快拍数固定为1000,改变信 噪比,在0 dB到20 dB分别进行50次的Monte-Carlo 统计试验,得到如图5所示的2维DOA估计性能与信 噪比变化曲线。从图中可以看出,本文算法对每个 信号的估计均方根误差都优于文献[17]中算法,并且 随着信噪比的提升,算法估计误差逐渐减小。定义 第*k*个信号的均方根误差为

$$E_{\rm rms}^{k} = \sqrt{E\left\{\left(\hat{\alpha}_{k} - \alpha_{k}\right)^{2}\right\} + E\left\{\left(\hat{\beta}_{k} - \beta_{k}\right)^{2}\right\}},$$

$$k = 1, \cdots, D \tag{26}$$

仿真3 仿真参数同上。固定信噪比为5 dB,改 变快拍数,在400次到1400次分别进行50次的 Monte-Carlo统计试验,得到如图6所示的估计误差 与快拍数变化曲线。从仿真结果可得,随着快拍数 的增加,均方根误差逐渐减小,在快拍数高于900 次后,误差趋于收敛。总体来看,本文算法在低信 噪比和短快拍环境下,对2维DOA估计的均方根误 差能控制在1°以内,且优于文献中算法。

4.3 阵列抗过载性能检验

由于使用了利用非圆信号特性构造的扩展观测 矢量,因此本文能够估计的空间信源数为2(M-1),



图5 估计误差随信噪比变化曲线

能够对多于阵元数的空间信号进行估计,此时文献[17] 中算法已经失效。

仿真 4 取阵元数 *M*, *N* 和 *P* 均为 4, 4 个空间 信号的 2 维到达方向分别为(30°,90°,60°), (60°,60°,45°),(85°,75°,15.9°),(70°,25°,75.6°)。其附 加初始相位分别为 *e^{jπ/6}*,*e^{j2π/3}* 和 *e^{jπ/3}*, 和 *e^{j5π/6}*。信噪 比为 20 dB,快拍数为 500,进行 100 次 Monte-Carlo 试验。图 7(a)和 7(b)就是采用本文算法得到 2 维 DOA 估计的星座图和初始相位的 MUSIC 谱图。此时阵列 处于过载状态,传统的子空间估计方法失效,本文算 法仍能准确得到结果。图 7(a)和 7(b)中不同来波方向 信源的 2 维 DOA 和初始相位估计误差有区别的原因 是仿真中采用了不同的信号形式。

5 结论

以往的2维 DOA 和初始相位联合估计问题, 一方面需要复杂的3维搜索,另一方面需要对高维 度数据矩阵进行特征分解运算,针对传统算法的复 杂性,本文提出了一种基于垂直阵列结构的任意初 始相位非圆信号 2 维 DOA 和初相联合估计方法, 利用垂直阵列特点,将3维参数估计问题转化为可 并行处理的3个2维参数估计,在每一个子阵上,同 时使用噪声子空间正交性和信号子空间旋转不变性, 将2维参数估计进一步转化为1维估计问题,最终只 需要对协方差矩阵进行一次特征分解即可实现 2 维 DOA 和初相的联合估计及自动配对。由于使用扩展 观测矢量构造的协方差矩阵,本文算法适用于空间信 源处于过载的情形和低信噪比、短快拍环境,因此适 合多目标和干扰下对2维DOA 和初相估计要求较高 的机载、弹载阵列天线系统和小型地面阵列天线系 统。数值仿真验证了本文算法的上述优良性能。



图6 估计误差随快拍数变化曲线





参考文献

- Gounon P, Adnet C, and Galy J. Localization angulaire de signaux non circulaires[J]. Traitement du Signal, 1998, 15(1): 17–23.
- [2] Abeida H and Delmas J P. Gaussian Cramer-Rao bound for direction estimation of noncircular signals in unknown noise fields[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(12): 4610–4618.
- [3] 朱圣棋,廖桂生,李海,等.基于数据矩阵的非圆相干信号完 全解相关算法[J].系统工程与电子技术,2009,31(1):21-24.
 Zhu Sheng-qi, Liao Gui-sheng, and Li Hai, et al. DOA estimation of coherent signals based on data matrix[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(1):21-24.
- [4] 缪善林,陆安南,李文华.相关非圆信号的波达方向估计[J]. 通信对抗, 2009, (2): 26-29.
 Miao Shan-lin, Lu An-nan, and Li Wen-hua. DOA estimation of coherent noncircular signals[J]. *Communication Countermeasures*, 2009, (2): 26-29.
- [5] 谢鑫,李国林,刘华文.采用单次快拍数据实现相干信号 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(3): 604-608.
 Xie Xin, Li Guo-lin, and Liu Hua-wen. DOA estimation of coherent signals using one snapshot[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(3): 604-608.
- [6] 刘志刚,汪晋宽,王福利. 虚拟空间平滑算法[J]. 电子学报, 2007, 35(9): 1762–1765.
 Liu Zhi-gang, Wang jin-kuan, and Wang Fu-li. Virtual spatial smoothing algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(9): 1762–1765.
- Tayem N and Kwon H M. Conjugate ESPRIT(C-SPRIT)[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(10): 2618–2624.
- [8] 徐友根,刘志文.修正的虚拟空间平滑算法[J].电子学报, 2009, 37(12): 2646-2650.

Xu You-gen and Liu Zhi-wen. Modified virtual spatial smoothing algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(12): 2646–2650.

- Delmas J P. Comments on "Conjugate ESPRIT(C-SPRIT)"
 [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007, 55(2): 511.
- [10] 倪淑燕,程乃平,倪正中. 共轭虚拟阵列波束形成方法[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 2120-2124.
 Ni Shu-yan, Cheng Nai-ping, and Ni Zheng-zhong. Conjugate virtual array beamforming method[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9): 2120-2124.
- [11] 刘振霞,李堰,宋爱民,等. 非圆信号扩展传播算子 DOA 估 计求根算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2011, 12(4): 58-63.

Liu Zhen-xia, Li Yan, and Song Ai-min, *et al.*. Extended propagator method for noncircular signals estimation with polynomial rooting[J]. *Journal of Air Force Engineering University*(*Natural Science Edition*), 2011, 12(4): 58–63.

- [12] 李堰, 宋爱民, 刘剑. 非圆信号多级维纳滤波 MUSIC 测向算 法[J]. 信号处理, 2011, 27(5): 635-657.
 Li Yan, Song Ai-min, and Liu Jian. MUSIC algorithm based on MSWF for non-circular signals[J]. Signal Processing, 2011, 27(5): 635-657.
- [13] Haardt M and Romer F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Montral, QC, Canada, May 17–21, 2004: 101–104.
- [14] Romer F and Haardt M. Efficient 1-D and 2-D DOA estimation for non-circular sources with hexagonal shaped espar arrays[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Toulouse, France, May 2006: 881–884.

- [15] 刘剑,黄知涛,周一宇. 非圆信号方位、俯仰及初相联合估计
 [J]. 电子与信息学报, 2008, 30(7): 1666-1670.
 Liu Jian, Huang Zhi-tao, and Zhou Yi-yu. Joint 2-D angle and noncircularity phase estimation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(7): 1666-1670.
- [16] 刘剑, 梁俊, 宋爱民, 等. 非圆信号二维测向 ERARE 算法的 精度分析[J]. 电子对抗, 2011, 136(1): 21-26.
 Liu Jian, Liang Jun, Song Ai-min, *et al.*. Performance analysis of ERARE algorithm for 2-D DOA estimation of noncircular signals[J]. *Electronic Warfare*, 2011, 136(1): 21-26.

作者简介



王 凌(1985-),男,博士生,研究方向 为无线电引信探测、阵列信号处理。 [17] 占金龙,王安义,卢建军.一种新的二维 ESPRIT 算法的研究
[J].西安电子科技大学学报(自然科学版),2003,30(4): 561-564.
Zhan Jin-long, Wang An-yi, and Lu Jian-jun. A new 2-D

ESPRIT algorithm[J]. Journal of Xidian University, 2003, 30(4): 561–564.

[18] Charge P, Wang Y, and Saillard J. A non-circular sources direction finding method using polynomial rooting[J]. Signal Processing, 2001, 81(8): 1765–1770.



谢 鑫(1981-),男,讲师,研究方向为 无线电引信探测。

齐 率(1988-),男,硕士生,研究方向为无线电引信探测。



李国林(1955--),男,教授,博士生导师, 研究方向为军用近程目标探测、识别与 信息处理。