第2卷第4期	雷 达 学 报	Vol. 2No. 4
2013年12月	Journal of Radars	Dec. 2013

基于测控电磁波极化特征信息的飞行器姿态估计

孙红梅^{*1} 陈广东² 张 弓¹ ¹(南京航空航天大学电子信息工程学院 南京 210016) ²(南京航空航天大学无人机研究院 南京 210016)

摘 要: 该文应用正交解耦的姿态参数信号模型描述极化电磁波的3维波结构,将最大似然估计和 MUSIC 算法推 广应用于部分极化波参数估计,利用极化电磁波传递信号基站标定的姿态基准信息。飞行器通过单电磁矢量传感器 接收并处理信号,确定电磁波结构向量,计算得到地理坐标系下的飞行器姿态。此方法有别于需多点测量的三角计 算法,只需一个地面基站信号和运动平台上单一接收点,就可实现姿态感知,可替代姿态导航仪和航向导航仪。该 文介绍了运动平台姿态估计算法,为工程应用提供技术支持。 关键词: 电磁矢量传感器; 极化状态; 波达方向; 姿态导航; 部分极化信号

中图分类号: TN911 文献标识码: A 文章编号: 2095-283X(2013)04-0466-10 DOI: 10.3724/SP.J.1300.2013.13087

Estimation of Aircraft Attitude/Heading Based on the Polarization of Electromagnetic Waves

Sun Hong-mei^① Chen Guang-dong^② Zhang Gong^①

^①(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

⁽²⁾(Unmanned Aerial Vehicle Research Department, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: This paper illustrates the full use of an orthogonal decoupling signal model to describe the 3-D construction of polarized electromagnetic waves. The maximum likelihood method and MUSIC algorithm were introduced into the parameter estimation of partially polarized waves. Attitude reference information for an aircraft that was calibrated by an information base station was delivered by polarized electromagnetic waves. Through receiving and processing the information of the aircraft, a single electromagnetic vector sensor can acquire the aircraft attitude in a geographic coordinate system. Differing from the triangle calculation method which relies on a multi-point measurement, the proposed method only needs a base station signal and a single receiver on the motion platform to realize the posture perception of aircraft. It can therefore serve as a substitute for aircraft attitude navigation and aircraft heading navigation. The introduction of the motion platform attitude estimation algorithm provides a technology support for engineering applications.

Key words: Electromagnetic vector sensor; State of polarization; Direction Of Arrival (DOA); Attitude determination; Partially polarized signal

1 引言

电磁波是雷达和通信等信息系统中承载信息的 媒介,信号时延、多普勒频率、空间到达角和极化 状态是其重要特征参量,能携带丰富的信息。在时 域,电磁波的往返时间用来探测目标的距离;在频 域,多普勒频移用来探测目标速度;在空域,波达 角用来探测目标方位。因此对电磁信号的获取和处 理显得尤为重要。目前提出的利用旋转不变 ESPRIT类算法^[1]研究波达角和极化角的联合参量 估计问题,所用阵列为均匀、矩形、稀疏电磁矢量 传感器阵列,它要求阵元间距离远大于信号半波 长^[2-4]。而 MUSIC^[5]算法通过构造空域-极化域联合 参数估计谱,搜索 MUSIC 谱峰值位置来估计信号到 达角和极化角,其对联合谱的谱估计精度和分辨力 这两项性能指标要求很高^[6]。此外,国内外都研究在 地球卫星导航系统接收端利用多点接收、三角计算

²⁰¹³⁻⁰⁹⁻²² 收到, 2013-12-05 改回; 2013-12-11 网络优先出版 国家自然科学基金(61271327, 61071163)资助课题 *通信作者: 孙红梅 876520283@qq.com

467

的方法来感知姿态^[7,8]。相比之下,利用单一电磁矢 量传感器估计信号波达方向和极化参数^[9,10]的优势在 于:(1)适用于近场或远场,宽带或窄带信号;(2)在 空间域-极化域可分离多个极化信号;(3)阵列体积 小,分辨率相对较高;(4)天线的工作方向覆盖全空 域,各方向信号接收性能一致,适宜机动平台使用。

本文应用正交解耦的姿态参数信号模型描述极 化电磁波的3维波结构,优化传统的最大似然估计 部分极化波参数估计方法,利用极化电磁波传递信 号基站标定的姿态基准信息,避免了前面方法提出 的一些标准要求,只需一个基站信号和飞行器上单 一接收点,就可实现姿态感知,并用仿真实验验证 了方法的有效性。

2 电磁矢量传感器接收信号

电磁波信号沿 -u 方向传播,如图 1(a)所示,电 磁波空间到达方向用参量(θ , ϕ)表示, θ , ϕ 分别表示仰 角和方位角 $-\pi/2 < \theta \le \pi/2$, $-\pi < \phi \le \pi$,则矢量

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

用极化椭圆描述子 (γ,η) 表示电磁波的极化属性,如 图 1(b)所示,极化角 $-\pi/2 < \gamma \le \pi/2$,极化椭圆 率 $-\pi/4 \le \eta \le \pi/4$ 。 $\eta = 0$ 时,极化椭圆压缩为长 轴所在的直线, $\eta = \pm \pi/4$ 时,极化椭圆为圆形, 本文研究的测控系统 η 为常数。部分极化波是电磁 波存在的一般形式,可分解为主极化分量和次主极 化分量。全电磁矢量传感器接收到的部分极化波信 号可表达为^[11]:

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_{\rm E}(t) \\ y_{\rm H}(t) \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_1 a_1(t) + \boldsymbol{A}_2 a_2(t) + \boldsymbol{e}(t) \qquad (1)$$

式中 $y_{\rm E}(t)$ 和 $y_{\rm H}(t)$ 分别为接收电场信号和磁场信号, e(t)为零均值复高斯随机噪声向量:

$$E\boldsymbol{e}(t)\boldsymbol{e}^{\mathrm{H}}(\tau) = \sigma_{h}^{2}\boldsymbol{I}\delta_{t,\tau}, \quad E\boldsymbol{e}(t)\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\tau) = \boldsymbol{0}$$

主次极化分量导向矢量:

$$oldsymbol{A}_1 = egin{bmatrix} r oldsymbol{I}_3 \ (oldsymbol{u} imes) \end{bmatrix} oldsymbol{V} oldsymbol{Q} oldsymbol{w}, \quad oldsymbol{A}_2 = egin{bmatrix} r oldsymbol{I}_3 \ (oldsymbol{u} imes) \end{bmatrix} oldsymbol{V} oldsymbol{Q} oldsymbol{w}^oldsymbol{oldsymbol{u}}$$

其中

$$(\boldsymbol{u} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix}$$

空域导向因子:

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} -\sin\phi & -\cos\phi\sin\theta \\ \cos\phi & -\sin\phi\sin\theta \\ 0 & \cos\theta \end{vmatrix}$$

极化域导向因子:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} \cos \eta \\ i \sin \eta \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{w}^{\perp} = \begin{bmatrix} i \sin \eta \\ \cos \eta \end{bmatrix}$$

 \boldsymbol{w}^{\perp} 与 \boldsymbol{w} 酉正交。 $\alpha_1(t)$ 和 $\alpha_2(t)$ 为零均值复高斯随机 信号,且

 $\lambda_1 + \lambda_2 = P, P$ 为信号总功率,这样 $\lambda_1 \pi \lambda_2$ 可理解为主、次极化信号功率。 $r = \sigma_h / \sigma_e, \sigma_e^2 \pi \sigma_h^2$ 为电场和磁场噪声方差,极化度可以表示为^[12,13]:

$$D = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

 A_1 可进一步展开为:



图 1 极化电磁波椭圆状旋转电场

Fig. 1 Electric revolving ellipse of the polarized EM wave

$$\boldsymbol{A}_{1} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & 0\\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma\\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma\\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0\\ \cos\eta\\ i\sin\eta\\ i\sin\eta\\ 0\end{bmatrix}$$
(2)
$$\begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma\\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma\\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0\\ -i\sin\eta\\ \cos\eta\\ \end{bmatrix}$$

根据3维空间旋转理论知,绕坐标轴的3次连续旋转可以用1次旋转替代,3个连续旋转矩阵相乘可 合并为1个旋转矩阵[14]:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma\\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} = \boldsymbol{e}^{\begin{bmatrix} 0 & -\varphi_3 & \varphi_2\\ \varphi_3 & 0 & -\varphi_1\\ -\varphi_2 & \varphi_1 & 0 \end{bmatrix}}$$
(3)

若要在噪声环境下获得高精度参数估计,可应 用最大似然估计^[16]。假设式(1)中的r在飞行器测控 系统中为固定量,定义 $\sigma^2 = \sigma_h^2$ 。考虑到飞机与地 面站距离不断变化,飞机所处空间环境不断变化, 噪声方差和接收信号功率 $(\sigma^2, \lambda_1, \lambda_2)$ 也不断变化。该 信号模型 N 快拍取样的似然函数为:

r .

$$f(\boldsymbol{y}(1), \boldsymbol{y}(2), \dots, \boldsymbol{y}(N) | \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \lambda_1, \lambda_2, \sigma^2)$$

$$= \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{(2\pi)^{3/2} (\det \boldsymbol{R})^{1/2}} \exp\left(-\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(i) \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{y}(i) / 2\right) (4)$$

$$(4) \text{ MMM MM MM MM}$$

$$L(\theta, \phi, \gamma, P, \sigma^2)$$

$$= -3N \ln 2\pi - \frac{N}{2} \left\{ \ln \det \boldsymbol{R} + \operatorname{tr} \left[\boldsymbol{R}^{-1} \widehat{\boldsymbol{R}} \right] \right\} (5)$$

其中: $\hat{\boldsymbol{R}} = (1/N) \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{y}(i) \boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(i)$ 。

最大似然估计为搜索参数域 ($\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, $\lambda_1, \lambda_2, \sigma^2$),使式(5)取最大值,此计算分两步进行, 能有效减少计算量。首先计算 $(\sigma^2, \lambda_1, \lambda_2)$ 与其它参数 关系式,这一步骤可由公式直接给出,附录 B介绍 了 $(\sigma^2, \lambda_1, \lambda_2)$ 的计算公式。将 $(\sigma^2, \lambda_1, \lambda_2)$ 的计算公式:

$$\begin{split} \tilde{\lambda}_{1} &= \left(\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{1}\right)^{-1}\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\left(\widehat{\boldsymbol{R}} - \sigma^{2}\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{A}_{1}\left(\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{1}\right)^{-1} \\ \tilde{\lambda}_{2} &= \left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{2}\right)^{-1}\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\left(\widehat{\boldsymbol{R}} - \sigma^{2}\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{A}_{2}\left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{2}\right)^{-1} \\ \tilde{\sigma}^{2} &= \frac{1}{4}\operatorname{tr}\left(\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2}\right)\widehat{\boldsymbol{R}}\right) \\ \\ \boldsymbol{\mathcal{K}}\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\mathfrak{I}}(5)\boldsymbol{\boldsymbol{\mathfrak{R}}} : \end{split}$$

$$L(\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3) = -3N\ln 2\pi - \frac{N}{2} \left\{ \ln \det \left[\left(\boldsymbol{\Pi}_1 \boldsymbol{R} \boldsymbol{\Pi}_1 + \boldsymbol{\Pi}_2 \,\widehat{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{\Pi}_2 \right) + \tilde{\sigma}^2 \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_1 - \boldsymbol{\Pi}_2 \right) \right] + 6 \right\} (6)$$

$$e^{[-\varphi_2 \quad \varphi_1 \quad 0]}$$
为绕向量 $\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3]^T$ 按右
手律旋转的旋转矩阵,旋转量为向量的模 $|\varphi|$,其中
 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 为旋转向量 φ 在图 1 坐标系中坐标,
 $-\pi < \varphi_i \le \pi, i = 1, 2, 3$,且 $|\varphi| \le \pi$,由式(3)知 ϕ, θ, γ
和 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 为一一对应的关系,二者相互转化的具
体算法参见附录 A。

可得:



这时式(1)接收到的 6 维信号为高斯分布: $y(t) \sim N(0, \mathbf{R})$ 。其中

$$oldsymbol{R} = \sigma^2 oldsymbol{I} + \left(\lambda_1 oldsymbol{A}_1 oldsymbol{A}_1^{
m H} + \lambda_2 oldsymbol{A}_2 oldsymbol{A}_2^{
m H}
ight)$$

 ϕ, θ, γ 为传统的电磁波空域-极化域导向矢量 模型选用参数[15],由于将空间姿态信息划分在空域 和极化域,割裂了姿态信息的完整性,空域-极化 域模型不能对姿态参数进行整体优化。 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 为 电磁波姿态导向矢量模型选用参数,各姿态参数正 交解耦,恰当地体现了极化电磁波的3维波结构, 有利于信号参数估计。这样的导向矢量表达显出信 号中包含的3维姿态信息,也显示出极化域的自由 度只有2,为分析空域-极化域参数联合估计提供了 新思路。

 $-\varphi_1$

 γ 頁. 其中: $\boldsymbol{\Pi}_{i} = \boldsymbol{A}_{i} \left(\boldsymbol{A}_{i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{i} \right)^{-1} \boldsymbol{A}_{i}^{\mathrm{H}}, i = 1, 2$ 。

然后再计算使式(6)最大的 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 。这样最大 似 然 估 计 为 搜 索 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, 使 接 收 信 号 的 $L(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ 值最大。

图 2 为姿态导向矢量信号最大似然估计仿真 结果,图中信噪比 0 dB,采样快拍 1000 次,信号 的极化椭圆率 $\eta = 15^{\circ}$,极化度 60%。图 2(a)和图 2(c)中接收到的信号 1 姿态参数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 分别为 31°, 64°和 17°,图 2(b)和 2(d)中接收到的信号 2 姿 态参数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 分别为 2°, -82°和 13°,图 2(a)和图 2(b)为 $\varphi_1 = 31^{\circ} \pi \varphi_1 = 2^{\circ} \text{时} L(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) 随 \varphi_2, \varphi_3 变$ 化的 3 维图形,由图可见,在与信号源参数匹配位置出现清晰峰形。图 2(c)和图 2(d)分别为图 2(a)和图 2(b)的等高线图,可方便观察峰的位置。

只要将式(6)中的 **B** 按式(3)展开为参数(ϕ , θ , γ) 构成的矩阵形式,就能得到关于(ϕ , θ , γ)的似然函数 对数 $L(\phi$, θ , γ)。作为比较,图 3 为空域-极化域导 向矢量信号最大似然估计结果,图中信噪比、采样 快拍、极化椭圆率和极化度与图 2 相同,图 3(a)和 图 3(c)中接收到的信号与图 2(a)和图 2(c)中的信号 相同,用参数(ϕ , θ , γ)描述时分别为 50°,-50°和 -60°,图 3(b)和图 3(d)中接收到的信号与图 2(b) 和图 2(d)的信号相同,用参数(ϕ , θ , γ)描述时为 60°,80°和 40°,图 3(a)和图 3(b)为 γ = -60°和 γ = 40°时似然函数对数随(ϕ , θ) 变化的 3 维图形, 由图 3(a)可见,在与信号源参数匹配位置出现清晰



峰形,而图 3(b)峰形不清晰。图 3(c)和图 3(d)分别 为图 3(a)和图 3(b)的等高线图。

仿真表明,在进行最大似然估计计算过程中, $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$ 的取值对估计性能没有影响,而 ϕ,θ,γ 的取 值对估计性能有严重影响,当仰角 θ 为90°时,就会 出现测控工程实践中常遇到的信号过顶现象,这时 无法正确估计信号参数。

4 MUSIC 算法估计多信号参数

MUSIC 算法正是利用信号子空间与噪声子空间的正交性来估计信号 DOA。利用噪声子空间的 所有向量构造 MUSIC 谱,空间方位谱中的峰值位 置则对应信号的来波方向。MUSIC 算法对天线阵 列的形状没有要求,很大程度上提高了测向分辨率。 估计多信号源参数时,基于特征值分解的 MUSIC 算法计算效率优于最大似然估计。将部分极化波唯 一分解为两个极化状态正交的完全极化波的叠加, *A*₁,*A*₂分别为信号的主次极化分量导向矢量。具体 步骤如下^[17]:

(1) 通过获得的一系列采样数据 $\{z_k\}_{k=1}^N$,得到 传感器输出数据协方差矩阵的极大似然估计为:

$$\widehat{R}_{\boldsymbol{z}} = \frac{1}{N} \boldsymbol{z}_k \boldsymbol{z}_k^{\mathrm{H}}$$

其中N为采样点数。

(2) 对估计所得的协方差矩阵进行矩阵特征值 分解: $\hat{R}_z = \sum_{i=1}^{6} \hat{\lambda}_i u_i u_i^{\text{H}}$,大特征值对应的特征向



图 2 姿态导向矢量信号的最大似然估计结果(信号极化度 60%, 信噪比 0 dB)

Fig. 2 The maximum likelihood estimate result of attitude orientation vector signal (signal degree of polarization be 60%, SNR=0 dB)



(a) 波达方位角50°, 俯仰角-50°,极化角-60°时最大似然对数谱图
 (a) The likelihood of logarithmic spectrum with the azimuth angle, elevation angle and polagizing angle be 50°,-50°,-60°











(d) 波达方位角50°,俯仰角80°,极化角40°时最大似然对数等高线图
 (d) The likelihood of pattern of equipotentials with the the azimuth angle, elevation angle and polagizing angle be 50°,80°,40°



量组成的空间为信号子空间 \hat{U}_s ,小特征值对应特征值矢量作为噪声子空间特征矢量 \hat{U}_N 。

(3) 定义MUSIC零谱为 $Z = A^{H}(\varphi)\widehat{U}_{N}U_{N}^{H}A(\varphi)$,故计算部分极化波 MUSIC 谱:

$$P_{\text{MUSIC}}(\varphi) = \frac{1}{\boldsymbol{A}_{1}^{\text{H}}(\varphi) \widehat{\boldsymbol{U}}_{N} \widehat{\boldsymbol{U}}_{N}^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{1}(\varphi)} + \frac{1}{\boldsymbol{A}_{2}^{\text{H}}(\varphi) \widehat{\boldsymbol{U}}_{N} \widehat{\boldsymbol{U}}_{N}^{\text{H}} \boldsymbol{A}_{2}(\varphi)}$$
(7)

式中前后项分别为部分极化波主次极化分量零谱的 倒数。通过式(7)求得极大值的位置来确定信号参数。

图 4 为 MUSIC 算法估计多信号参数仿真结果, 图 4 中的两个信号源极化度为 60%,其余参数和采 样条件与图 2 和图 3 中分别出现的两个信号相同,

图 4 采用姿态导向矢量信号计算 MUSIC 谱。由图 4(a)和图 4(b)可见,在信号参数匹配位置,出现了 清晰的峰,表明采用姿态导向矢量信号计算 MUSIC 谱,能正确估计多信号参数。

图 5 出现的两个信号源与图 4 相同,图 5 采用 空域-极化域导向矢量信号计算 MUSIC 谱。图 5(a) 极化椭圆倾角与信号 1 匹配,由图 5(a)可见,在信 号 1 参数匹配位置,出现了清晰的峰,同时存在信 号 2 的干扰峰。图 5(b)极化椭圆倾角与信号 2 匹配, 由图 5(b)可见,信号 2 的主峰旁出现寄生峰。

计算 MUSIC 谱估计多信号参数仿真结果表明,采用姿态导向矢量信号模型更有利于参数估计。

5 飞行器姿态估计

以固定翼飞机为例,定义飞机机身坐标系的 *x* 轴指向机头方向, *y* 轴指向右侧机翼方向, *z* 轴按 右手律指向机身上方。在机身直角坐标系中,飞机 姿态方向向量为单位阵的 3 个列向量。设基站所在 位置的地理坐标系 3 轴方向分别为正北、正西和垂 直地面向上(反重力方向)。

如图 1 所示,以电场极化椭圆为参照,向量 u,v_1,v_2 表现了电磁波空间结构, v_1,v_2 分别为电场 极化椭圆的长短轴方向向量,电磁波结构向量 u,v_1,v_2 相互正交,以波结构向量为 3 个坐标轴构成 的直角坐标系称为波结构坐标系。

配置于地面的基站作为极化波的辐射源向飞机 发射椭圆极化波,飞行器利用电磁矢量传感器接收 基站信号,估计出 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$,得机身坐标系到波结

$$\begin{bmatrix} 0 & \varphi_3 & -\varphi_2 \\ -\varphi_3 & 0 & \varphi_1 \end{bmatrix}$$

构坐标系转换矩阵 $e^{[\phi_2 -\phi_1 0]}$; 设基站测得的对 飞机的仰角为 θ' ,方位角为偏北 ϕ' (逆时针向),通 信传递给飞机,在地理坐标系下发射信号的极化参 数 γ' 为固定值,可直接存储在飞机中,满足远场条 件时, ϕ' 和 θ' 也不变,也可直接存储在飞机中。由 ϕ',θ',γ' 得波结构坐标系到地理坐标系转换矩阵为:

$-\cos\phi'$	$\sin\phi'$	0	$\cos \theta'$	0	$-\sin\theta'$	1	0	0	
$-\sin\phi'$	$-\cos\phi'$	0	0	1	0	0	$\cos\gamma'$	$\sin\gamma'$	
0	0	1	$\sin \theta'$	0	$\cos heta'$	0	$-{\sin\gamma'}$	$\cos\gamma'$	





图 4 姿态导向矢量信号的 MUSIC 算法(信号极化度 60%,信噪比 0 dB)

Fig. 4 The MUSIC algorithm of attitude orientation vector signal (signal degree of polarization be 60%, SNR=0 dB)



Fig. 5 The MUSIC algorithm of orientation vector signal in polarizational and spatial domains (signal degree of polarization be 60%, SNR=0 dB)

因机身坐标系中,飞机姿态矩阵为单位阵,所 以式(8)就是地理坐标系下飞机姿态矩阵。该姿态矩 阵己完整地表达了飞行器空间姿态,若将该姿态矩 阵化为:

	$\cos\phi_0$	$-\sin\phi_0$	0	$\cos \theta_0$	0	$-\sin heta_0$	1	0	0	
	$\sin \phi_0$	$\cos\phi_0$	0	0	1	0	0	$\cos\gamma_0$	$\sin\gamma_0$	
	0	0	1	$\sin heta_0$	0	$\cos \theta_0$	0	$-\sin\gamma_0$	$\cos \gamma_0$	
J	形式,	$(\phi_0, \theta_0, \phi_0)$	γ_0	即为地	也理	里坐标系	下	飞机的舟	巟向角	,

单电磁矢量传感器可全向工作,即在飞行器的 任何机动姿态下,电磁波姿态测量都将有效。与机 载天线相比,地面基站的大型天线系统测得的参数 精度高得多,仿真满足远场条件时,忽略 ϕ', θ', γ' 误 差,仅考虑机载天线端测量参数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 的误差, 地面基站测得 $\phi', \theta', \gamma' 为 0^\circ, 30^\circ, 0^\circ$ 。图 6 为从单电磁 矢量传感器接收信号中估计飞行器姿态参数的仿真 结果。地面站发射信号为 320 MHz 单色波。实验仿 真了在飞行器航向角旋转 90°,横滚角上下摆动, 俯仰角保持为 0° 的连续航姿变化过程。其间根据电 磁波信号估计飞行器姿态角, 作了 36 次姿态测量, 进行每次估计的接收信号包含连续1024 快拍,持续 时间约3µs,信号为部分极化波,极化椭圆率27°, 连续快拍采样频率 320 MHz。图 6(a),图 6(b),图 6(c)横坐标为测量次数,纵坐标为横滚角、俯仰角 和航向角,坐标单位为°,图中"•"形线为理想角 轨迹,"o"为本文最大似然估计方法估计得出的横 滚角、航向角和俯仰角,图 6(a),图 6(b),图 6(c) 接收信号的极化度 D为 60%, r = 1, 信噪比 10 dB。 由图 6(a),图 6(b),图 6(c)可见本文最大似然估计 方法估计得出的结果与理想值接近,在此条件下可 以满足普通飞行器控制的要求。图 6(d),图 6(e), 图 6(f)为r=5时,不同极化度情况下,前述仿真实 验的 36 次姿态角估计的标准差随信噪比变化的曲



图 6 飞行姿态估计仿真

Fig. 6 Performance of aircraft attitude/heading estimating

俯仰角和横滚角。

线。图 6(d),图 6(e),图 6(f)横坐标为接收信号的 信噪比,纵坐标为36次实验统计出的各姿态角参数 估计标准差,单位为°。图 6(d),图 6(e),图 6(f) 中信号的极化度分别为 50%, 25%和 75%, 图 6(d), 图 6(e),图 6(f)中"•","×"和"o"线分别为俯 仰角、横滚角和航向角参数估计标准差随信噪比变 化的曲线^[18,19]。图 6(d),图 6(e),图 6(f)可见各姿 态角参数随信噪比、极化度提高,估计误差减小。 估计精度在信噪比、极化度过小时,出现恶化。

6 结论

极化电磁波具备3维波结构,传统的电磁波空 域-极化域导向矢量信号模型割裂了自由度的空间 姿态信息,不能对姿态参数进行整体优化,存在不 足之处。本文提出的姿态导向矢量信号模型,姿态 参数正交解耦,在估计信号参数时表现出更好的估 计性能,为研究空域-极化域参数联合估计问题提供 了新思路。

部分极化波是电磁波存在的一般形式,本文将 最大似然估计和 MUSIC 算法推广应用于部分极化 波参数估计。仿真数据结果可见,从单电磁矢量传 感器接收信号中估计飞行器姿态参数,精度达到飞 行控制的要求,能作为自动驾驶仪航姿导航信息源。

附录 A 旋转矩阵的指数表示

把旋转向量 $\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \end{bmatrix}^T$ 的单位向量表示 为 $[x,y,z]^{T} = \varphi / |\varphi|$,向量模表示为 $\varphi = |\varphi|$,由立体 几何知识知, 按右手律绕 φ 旋转 |φ| 的旋转矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi + (1 - \cos\varphi)x^2 & (1 - \cos\varphi)xy - (\sin\varphi)z & (1 - \cos\varphi)xz + (\sin\varphi)y\\ (1 - \cos\varphi)xy + (\sin\varphi)z & (\cos\varphi)xy + (1 - \cos\varphi)y^2 & (1 - \cos\varphi)yz - (\sin\varphi)x\\ (1 - \cos\varphi)xz - (\sin\varphi)y & (1 - \cos\varphi)yz + (\sin\varphi)x & \cos\varphi + (1 - \cos\varphi)z^2 \end{bmatrix}$$
(A-1)

记式(A-1)为:

$$\begin{array}{ccccc} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{array}$$
 (A-2)

其迹:
$$m_{11}+m_{22}+m_{33}=1+2\cos(\varphi)$$
。
得: $(m_{11}+m_{22}+m_{33}+m_{33}-1)$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{m_{11} + m_{22} + m_{33} - 1}{2}\right)$$
 (A-3)

由式(A-3)得:

$$z = \frac{m_{21} - m_{12}}{2\sin(\theta)}, x = \frac{m_{32} - m_{23}}{2\sin(\theta)}, y = \frac{m_{13} - m_{31}}{2\sin(\theta)}$$
(A-4)

绕坐标轴的3次连续旋转矩阵相乘也可化为式 (A-2)形式,从中计算出 ϕ, θ, γ 。

$$\widehat{\mathbb{E}} \mathfrak{X} \colon \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 0 & -\varphi_3 & \varphi_2 \\ \varphi_3 & 0 & -\varphi_1 \\ -\varphi_2 & \varphi_1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -z\varphi & y\varphi \\ z\varphi & 0 & -x\varphi \\ -y\varphi & x\varphi & 0 \end{vmatrix}$$

对于3阶矩阵A,存在可逆矩阵P,使得 $P^{-1}AP$ = J为 Jordan 标准型。其中:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x & 1 - x^2 & 1 - x^2 \\ y & -(iz + xy) & iz - xy \\ z & iy - xz & -(iy + xz) \end{bmatrix}, \quad i = \sqrt{-1}$$
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -i\varphi \end{bmatrix}$$

则
$$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{P} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{e}^{i\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{e}^{-i\varphi} \end{bmatrix} \boldsymbol{P}^{-1}$$

经过化简正是式(A-1)。

附录 B 最大似然估计的分步算法^[16,20]

曲
$$\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I} + (\lambda_1 \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_1^{\mathrm{H}} + \lambda_2 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_2^{\mathrm{H}})$$
可得:

$$\frac{\partial \ln \det \mathbf{R}}{\partial \lambda_1} = \operatorname{tr} \left\{ \left[\frac{\partial \ln \det \mathbf{R}}{\partial \mathbf{R}} \right]^{\mathrm{T}} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_1} \right\} = \operatorname{tr} \left(\mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_1^{\mathrm{H}}) \right)$$
同样:

$$\frac{\partial \left(\operatorname{tr} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{R} \right)}{\partial \lambda_{1}} = \operatorname{tr} \left\{ \left| \frac{\partial \operatorname{tr} \left(\boldsymbol{R}^{-1} \, \widehat{\boldsymbol{R}} \right)}{\partial \boldsymbol{R}} \right|^{1} \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \lambda_{1}} \right\}$$
$$= -\operatorname{tr} \left[\boldsymbol{R}^{-1} \, \widehat{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{R}^{-1} \left(\boldsymbol{A}_{1} \boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}} \right) \right]$$

因此:

<u>н</u> р

$$\frac{\frac{\partial L(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \lambda_1, \lambda_2, \sigma^2)}{\partial \lambda_1}}{= -\frac{N}{2} \operatorname{tr} \left[\left(\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{A}_1 \right) - \left(\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}^{-1} \widehat{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{A}_1 \right) \right] \quad (A-5)$$

对 λ_1 取极值时,式(A-5)为0。 得:

$$\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^{-1}\left(\widehat{\boldsymbol{R}}-\boldsymbol{R}\right)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{A}_{1}=0 \qquad (\mathrm{A-6})$$

因为:

$$\begin{split} \tilde{\lambda}_{2} \left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{2} \right) + \sigma^{2} &= \left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{2} \right)^{-1} \boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \widehat{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{A}_{2} \\ & \left(\tilde{\lambda}_{2} \left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{2} \right) + \sigma^{2} \right)^{-1} = \left[\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \widehat{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{A}_{2} \right]^{-1} \left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{2} \right) \\ & \mathbb{R} \text{ If } \boldsymbol{\pi} (\text{A-9}): \end{split}$$

$$\operatorname{tr}\left(\widetilde{\boldsymbol{R}}^{-1}\widehat{\boldsymbol{R}}\right) = \frac{\operatorname{tr}(\widehat{\boldsymbol{R}})}{\sigma^{2}} - \frac{1}{\sigma^{2}}\operatorname{tr}\left[\widetilde{\lambda}_{1}\left(\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{1}\right) + \widetilde{\lambda}_{2}\left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{2}\right)\right]$$

$$= \frac{\operatorname{tr}(\widehat{\boldsymbol{R}})}{\sigma^{2}} - \frac{1}{\sigma^{2}}\operatorname{tr}\left[\boldsymbol{A}_{1}\left(\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{1}\right)^{-1}\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R} + \boldsymbol{A}_{2}\left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{2}\right)^{-1}\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\widehat{\boldsymbol{R}}\right] + 2$$

$$= \frac{\operatorname{tr}\left(\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2}\right)\widehat{\boldsymbol{R}}\right)}{\sigma^{2}} + 2$$
因此:

 $L(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \sigma^2)$ $= -3N \ln 2\pi - \frac{N}{2} \left\{ \ln \det \widetilde{\mathbf{R}} \right\}$

$$+\frac{\operatorname{tr}\left(\left(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Pi}_{1}-\boldsymbol{\Pi}_{2}\right)\widehat{\boldsymbol{R}}\right)}{\sigma^{2}}+2\right\} \qquad (A-10)$$

根据

$$\frac{\partial L\left(\varphi_{1},\varphi_{2},\varphi_{3},\tilde{\lambda}_{1},\tilde{\lambda}_{2},\sigma^{2}\right)}{\partial\left(\sigma^{2}\right)}=0$$

得:

$$\operatorname{tr}\left[\widetilde{\boldsymbol{R}}^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{A}_{1} \frac{\partial \tilde{\lambda}_{1}}{\partial (\sigma^{2})} \boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{A}_{2} \frac{\partial \tilde{\lambda}_{2}}{\partial (\sigma^{2})} \boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\right)\right]$$

$$= \operatorname{tr}\left[\widetilde{\boldsymbol{R}}^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_{1} \left(\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{1}\right)^{-1} \boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}} - \boldsymbol{A}_{2} \left(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{2}\right)^{-1} \boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\right)\right]$$

$$= \operatorname{tr}\left[\widetilde{\boldsymbol{R}}^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\sigma^{4}} \operatorname{tr}\left(\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2}\right) \widehat{\boldsymbol{R}}\right) \qquad (A-11)$$
將 $\widetilde{\boldsymbol{R}}^{-1}$ 展开式代入式(A-11)中, 并注意:

 $\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{1}\boldsymbol{A}_{1}\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}} \\ \tilde{\lambda}_{1}(\boldsymbol{A}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{1}) + \sigma^{2} + \frac{\tilde{\lambda}_{2}\boldsymbol{A}_{2}\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}}{\tilde{\lambda}_{2}(\boldsymbol{A}_{2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{2}) + \sigma^{2}} \end{bmatrix} \cdot (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2}) = 0$ 得: $\frac{1}{\sigma^{2}}\operatorname{tr}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2}) = \frac{6-2}{\sigma^{2}} = \frac{1}{\sigma^{4}}\operatorname{tr}((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2})\boldsymbol{\widehat{R}})$ (A-12) 由此得到的 σ^{2} 记为 $\tilde{\sigma}^{2}$:

前方はほうがいで モンチャット

$$\tilde{\sigma}^{2} = \frac{1}{4} \operatorname{tr} \left(\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2} \right) \widehat{\boldsymbol{R}} \right)$$
将各符号展开代入式(A-10):

$$L(\varphi_{1}, \varphi_{2}, \varphi_{3}) = -3N \ln 2\pi - \frac{N}{2} \left\{ \ln \det \left[\left(\boldsymbol{\Pi}_{1} \boldsymbol{R} \boldsymbol{\Pi}_{1} + \boldsymbol{\Pi}_{2} \widehat{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{\Pi}_{2} \right) + \tilde{\sigma}^{2} \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Pi}_{1} - \boldsymbol{\Pi}_{2} \right) \right] + 6 \right\}$$
(A-13)
其中 $\widehat{\boldsymbol{R}} = (1/N) \sum_{t=1}^{N} \boldsymbol{y}(t) \boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(t)$

474

第4期

参考文献

- Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter Estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas* and Propagation, 1986, 34(3): 276–280.
- [2] Wong K T and Zoltowski M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector sensors at unknown locations[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(5): 671–681.
- [3] Zoltowski M D and Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2195–2204.
- [4] Wong K T. Blind beamforming/geolocation for wideband-FFHs with unknown hop-sequences[J]. *IEEE Transactions* on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 65–76.
- [5] Roy R and Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(7): 984–995.
- [6] 徐振海.极化敏感阵列信号处理的研究[D].[博士论文],国防 科技大学,2004.
 Xu Zhen-hai. Study on the signal processing of polarized array[D]. [Ph.D. dissertation], National University of Defense Technology, 2004.
- [7] Cho Am, Kang Young-shin, et al. Altitude Integration of radar altimeter and GPS/INS for automatic takeoff and landing of a UAV[C]. 2011 11th International Conference on Control, Automation and Systems, KINTEX, Gyeonggi-do, 2011: 1429–1432.
- [8] Wang Xiao-liang, Shao Xiao-wei, Gong De-ren, et al.. GPS/ VISNAV integrated relative navigation and attitude determination system for ultra-close spacecraft formation flying[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(2): 283–291.
- [9] Wong K T and Zoltowski M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth, elevation, and polarization estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1467–1474.



作者简介

孙红梅(1990-),女,江苏盐城人,为 南京航空航天大学硕士研究生,主要 研究方向为通信与信息系统。 E-mail: 876520283@qq.com

- [10] Ko C C, Nehorai J, and Nehorai A. Separation and tracking of multiple broadband sources with one electromagnetic vector sensor[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(3): 1109–1116.
- [11] Nehorai A and Paldi E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source location[J]. *IEEE Transactions on* Signal Processing, 1994, 42(2): 376–398.
- [12] Li Jian. On polarization estimation using a polarization sensitive array[C]. IEEE Proceedings Sixth Workshop on Satistical Signal and Array Processing, in Australia, 1992: 465–468.
- [13] Wong K T. Direction finding/polarization estimation-dipole and/or loop triad(s)[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(2): 679–684.
- [14] Shuster M D. A survey of attitude representations[J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1993, 41(4): 439–517.
- [15] 张文典.极化阵列信号参量估计方法研究[D]. [硕士论文],吉林大学,2007.
 Zhang Wen-dian. Study on paremeters estimation of polarized array signal[D]. [Master dissertation], Jilin University, 2007.
- [16] Marius P and Gershman A B. Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(7): 1310–1324.
- [17] 张小飞, 汪飞, 徐大专. 阵列信号处理的理论和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 41-88.
 Zhang Xiao-fei, Wang Fei, and Xu Da-zhuan. The Thesis and Application of Array Signal Processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2010: 41-88.
- [18] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006: 147-165.
 Deng Zheng-long. Inertial Technology[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006: 147-165.
- [19] Hochwald B and Nehrai A. Concentrated Cramer-Rao bound expressions[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1994, 40(2): 363–371.
- [20] Stoica P and Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound[J]. *IEEE Transactions on Acoustics*, Speech and Signal Processing, 1989, 37(5): 720–741.

陈广东(1968-),男,副研究员,研究方向为雷达与测控。

张 弓(1964-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为 雷达信号处理、目标探测与识别、图像分析与处理等。