

## MM-CBMeMber 滤波器跟踪多机动目标

熊波\* 甘露

(电子科技大学电子工程学院 成都 611731)

**摘要:** 多模型(Multiple Model, MM)概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波器能同时估计机动目标个数及状态,但其序贯蒙特卡罗(Sequential Monte Carlo, SMC)实现运用粒子聚类算法提取目标状态,不仅引入额外计算量,且可能导致目标丢失。针对这一问题,该文提出一种基于多模型的势平衡无偏多目标多伯努利(Multiple Model Cardinality Balanced Multiple target Multi-Bernoulli, MM-CBMeMber)滤波器,在每次扫描杂波数低于 20,检测概率大于 0.9 的环境中,该方法利用一组伯努利参数近似机动目标状态的后验概率,并通过对伯努利参数的简单运算估计出目标状态,有效地避免了常规聚类算法。仿真结果表明,该方法与多模型概率假设密度滤波器相比,表征估计误差的最优子模型分配距离明显降低。

**关键词:** 多机动目标跟踪; 概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD); 势平衡无偏多目标多伯努利(Cardinality Balanced Multiple target Multi-Bernoulli, CBMeMber); 多模型(Multiple Model, MM); 序贯蒙特卡罗(Sequential Monte Carlo, SMC)

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2012)03-0238-08

DOI: 10.3724/SP.J.1300.2012.20043

## Multiple Maneuvering Targets Tracking Using MM-CBMeMber Filter

Xiong Bo Gan Lu

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** The existing multiple model hypothesis density filter can estimate the number and state of maneuvering targets at the same time. Yet its Sequential Monte Carlo (SMC) implementation involves clustering algorithm, which is unstable and time consuming, and may result in tracking target loss. To solve the problem, this paper proposes a Multiple Model (MM) Cardinality Balanced Multiple target Multi-Bernoulli (CBMeMber) filter. When the clutter number of per-scan is less than 20 and detection probability is higher than 0.9, this algorithm transmits the posterior density of maneuvering targets through a set of time-varying Bernoulli parameters, according to which, the targets state can be computed by simple operations, thus effectively avoids the clustering algorithm. Simulation results shows that compared with multiple model hypothesis density filter, the algorithm proposed decreased the OSPA distance which chooses to estimate tracking errors.

**Key words:** Multiple maneuvering target tracking; Probability Hypothesis Density (PHD); Cardinality Balanced Multiple target Multiple Bernoulli (CBMeMber); Multiple Model (MM); Sequential Monte Carlo (SMC)

### 1 引言

目标跟踪技术广泛应用于军事和民用,是当今国际上的研究热点。与单目标跟踪相比,多目标跟踪不仅需要同时估计时变目标的个数和状态,还面临着杂波和干扰引起的目标检测概率低,目标与测量值的不确定对应关系等问题。基于数据关联的多目标跟踪算法通过不同的关联方式建立目标与测量

值之间的对应关系,随后通过一组单目标滤波器并行地对多目标滤波。经典数据关联算法有最近邻法<sup>[1]</sup>、联合概率数据关联<sup>[2,3]</sup>、多假设跟踪<sup>[4]</sup>等。但是数据关联算法耗费的计算量随着目标个数以及杂波密度的增加而急剧增长,严重地限制了基于数据关联的多目标跟踪算法的实际应用。对于机动情况下的多目标跟踪,传统方法为交互式多模型(Interacting Multiple Model, IMM)与数据关联的结合算法<sup>[5]</sup>。该算法统计目标的可能运动模型,并为每种模型分配一个滤波器,各个滤波器通过交互输入及模型之间的转换联合估计目标状态。由于滤波器的增加进一步增大了多目标跟踪难度,因此很难应用于实际工程。

2012-05-28 收到, 2012-07-02 改回; 2012-07-06 网络优先出版  
中国工程物理研究院科学基金(2010A040317)和中央高校基本科研  
业务费专项资金(ZYGX2010J027)资助课题

\*通信作者: 熊波 xiong435943993@163.com

20 世纪初, Mahler 将有限集统计(Finite Set Statistics, FISST)理论<sup>[6]</sup>引入多目标跟踪问题, 将目标状态和测量值建模为随机集, 提出了基于随机集(Random Finite Set, RFS)的多目标跟踪理论, 使得传统单目标跟踪框架下的贝叶斯递推表达式能同样适用于基于 RFS 理论的多目标跟踪, 有效地回避了数据关联带来的计算压力<sup>[7-10]</sup>。基于 RFS 的机动多目标跟踪算法有多模型概率假设密度(Multiple Model-Probability Hypothesis Density, MM-PHD)<sup>[11]</sup>和交互式多模型概率假设密度(IMM-PHD)滤波算法<sup>[12]</sup>, 两种算法分别将多模型和交互式多模型思想与目标 RFS 的概率假设密度(PHD)相结合, 递推估计多机动目标状态。其序贯蒙特卡罗(Sequential Monte Carlo, SMC)实现采用带权值的粒子集近似多机动目标的 PHD 并完成滤波递推过程, 并将粒子权值和作为目标数目, 目标状态提取时首先需要进行粒子聚类。但是聚类算法本身存在不稳定和计算量大的问题, 使得目标个数估计误差被进一步放大, 从而降低了估计精度甚至引起目标丢失。R. Georgescu 等人提出的加入势分布传递的多模型概率假设密度(MM Cardinality Probability Hypothesis Density, MM-CPHD)<sup>[13]</sup>滤波器可以在一定程度上改善这一问题, 但目标个数分布的传递带来额外的计算量。

近年来, 在低杂波密度和高检测概率情况下, Vo Ba-Tuong 等人基于文献[6]提出了势平衡的多目标多伯努利(Cardinality Balanced Multiple target Multiple Bernoulli, CBMeMBer)滤波器<sup>[14,15]</sup>。不同于 PHD 对多目标 RFS 的一阶矩估计, 该算法假设多目标状态为多伯努利 RFS, 并直接用一组时变的伯努利分布拟合多目标状态 RFS 后验概率密度, 通过递推表征伯努利分布的参数集合传递多目标后验概率, 从而估计目标状态。

考虑到单模型 CBMeMBer 无法有效跟踪多机动目标, 本文提出一种多模型势平衡多目标多伯努利(MM-CBMeMBer)滤波算法对多机动目标进行跟踪, 并推导出高度非线性观测模型下该算法的 SMC 实现。所提算法充分结合多模型和 CBMeMBer 的优点, 采用一个模型集覆盖目标的所有运动模型, 各模型之间服从马尔科夫转换过程, 通过多个不同模型的 CBMeMBer 滤波器并行工作, 选择多机动目标的最佳匹配运动模型估计目标状态和个数。与已有的粒子实现的 MM-PHD 或 IMM-PHD 滤波器相比, SMC 实现的 MM-CBMeMBer 提取目标状态的运算相对简单, 只需要对传递的伯努利参数进行一阶矩运算和设定门限等操作, 避免了粒子聚类造成的误差。理论分析和仿真结果均表明, 当所用粒

子数较大时, 新算法较 MM-PHD 消耗更少计算量, 但其对多机动目标的跟踪效果却能达到更高精度。

本文内容安排如下: 首先在第 2 节介绍 CBMeMBer 滤波算法; 第 3 节为 MM-CBMeMBer 算法理论推导及其粒子滤波实现; 第 4 节为仿真验证; 最后为结论部分。

## 2 CBMeMBer 滤波算法

不同于 PHD 的泊松 RFS 假设, CBMeMBer 算法假设每个独立目标状态的后验概率服从伯努利随机集分布  $X^{(i)}$ , 并由一组伯努利随机集  $X = \cup_{i=1}^M X^{(i)}$  近似多目标 RFS 后验概率密度, 通过对伯努利参数集的不断预测和更新, 完成滤波过程<sup>[14]</sup>。其中  $X^{(i)}$  由目标存在概率及其对应状态分布  $p^{(i)}$  构成, 即  $X = \{r^i, p^i\}_{i=1}^M$ ,  $M$  为目标总个数或目标轨迹总数<sup>[14]</sup>。

设  $\pi_{k-1} = \left\{ \left( r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}$  为  $k-1$  时刻多机动目标后验概率的伯努利参数集, 其中  $r_{k-1}^{(i)}$  为当前时刻第  $i$  条假设目标轨迹的存在概率,  $p_{k-1}^{(i)}$  为其对应目标的状态概率密度分布,  $M_{k-1}$  为当前时刻目标轨迹总数。设  $p_{S,k}$  为  $k-1$  时刻存在的目标  $k$  时刻仍然存在的概率,  $f_{k|k-1}(\bullet)$  和  $g_k(\bullet)$  分别表示单目标状态转移概率和似然函数,  $\left\{ \left( r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$  为  $k$  时刻新产生目标的伯努利参数集,  $M_{\Gamma,k}$  为新生目标个数, 下标  $\Gamma$  为新生目标标志。  $p_{D,k}(\mathbf{x})$  为  $k$  时刻状态为  $\mathbf{x}$  的目标检测概率, 则预测多目标伯努利集为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left( r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \left\{ \left( r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}} \quad (1)$$

其中

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle \quad (2)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\bullet), p_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \rangle}{\langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle} \quad (3)$$

式(3)中符号运算  $\langle \cdot \rangle$  表示为  $\langle f_1, f_2 \rangle = \int f_1(x) \cdot f_2(x) dx$ , 这里的  $f_1, f_2$  为任意函数, 令  $\psi_{k,z}(\mathbf{x}) = g_k(z|\mathbf{x}) p_{D,k}(\mathbf{x})$ 。为了直观起见, 将新生目标和仍然存活目标参数并入一个集合, 记为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left( r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}, M_{k|k-1} = M_{\Gamma,k} + M_{k-1} \quad (4)$$

若  $\mathbf{Z}_k$  为  $k$  时刻测量 RFS, 则更新多目标伯努利集为

$$\pi_k = \left\{ \left( r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \left\{ \left( r_{U,k}^*(z), p_{U,k}^*(\bullet; z) \right) \right\}_{z \in \mathbf{Z}_k} \quad (5)$$

式(5)中等号右边的第1项为漏检情况下直接由预测结果得到的参数集,第2项为检测到测量值,并用其对目标状态进行更新得到的伯努利参数集合。更新后,各参数分别为

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle} \quad (6)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \frac{1 - p_{D,k}}{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle} \quad (7)$$

$$r_{U,k}^*(z) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{\left(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle\right)^2} \quad (8)$$

$$p_{U,k}^*(\mathbf{x}; z) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \psi_{k,z}(\mathbf{x})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z}(\mathbf{x}) \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}} \quad (9)$$

### 3 MM-CBMeMber 滤波器

#### 3.1 MM-CBMeMber 滤波原理

联合 CBMeMber 与 IMM 算法,本小节介绍 MM-CBMeMber 滤波步骤。

##### (1) 混合运算

混合运算为最佳模型匹配过程,考虑模型之间的转换服从马尔科夫过程。假设目标的可能运动模型集为  $\{\text{Mod}^1, \text{Mod}^2, \dots, \text{Mod}^l\}$ ,各个模型之间的马尔科夫转移概率构成一个矩阵。用带时间下标的  $l$  表示模型变量,设模型之间的转移概率矩阵为  $\mathbf{h}$ ,则其元素表示为  $h_{st} = p_{k|k-1}(l_k = t | l_{k-1} = s)$ ,即相邻时刻目标运动模型由  $s$  转化为  $t$  的概率<sup>[1]</sup>。

设  $k-1$  时刻多机动目标的伯努利参数集合为

$$\pi_{k-1} = \left\{ \left( r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}, l_{k-1} = s | \mathbf{Z}_{1:k-1}) \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}$$

目标模型参数取值  $l_{k-1}^{(i)} \in \{\text{Mod}^1, \text{Mod}^2, \dots, \text{Mod}^l\}$ 。相应地,  $p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}, l_{k-1} = s | \mathbf{Z}_{1:k-1})$  表示目标状态为  $\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}$  且运动模型为  $s$  的概率。混合运算后的伯努利参数集为

$$\bar{\pi}_{k-1} = \left\{ \left( r_{k-1}^{(i)}, \bar{p}_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}, l_k^{(i)} = t | \mathbf{Z}_{1:k-1}) \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{p}_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}, l_k^{(i)} = t | \mathbf{Z}_{1:k-1}) \\ = \sum_{s=1}^{\text{Mod}^l} p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}_{k-1}, l_{k-1} = s | \mathbf{Z}_{1:k-1}) h_{st} \end{aligned} \quad (11)$$

##### (2) 预测

经过混合步骤后,记预测多目标伯努利集为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left( r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \left\{ \left( \bar{r}_{\Gamma,k}^{(i)}, \bar{p}_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}} \quad (12)$$

其中  $\left\{ \left( \bar{r}_{\Gamma,k}^{(i)}, \bar{p}_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$  为包含模型信息的新生集,其参数取值将在下一节给出,且

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \langle \bar{p}_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle \quad (13)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle f_{k|k-1}(\mathbf{x} | \bullet), \bar{p}_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \rangle}{\langle \bar{p}_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle} \quad (14)$$

##### (3) 更新

为直观起见,将式(12)参数集并入一个集合,记为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left( r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}, \quad M_{k|k-1} = M_{\Gamma,k} + M_{k-1} \quad (15)$$

则更新后的多伯努利参数集为

$$\pi_k = \left\{ \left( r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \left\{ \left( r_{U,k}^*(z), p_{U,k}^*(\bullet; z) \right) \right\}_{z \in \mathbf{Z}_k} \quad (16)$$

式(16)中各个参数计算与第2节相同。

注:整个滤波过程并没有出现模型概率更新步骤的显示表达式,这是因为粒子状态与模型变量作为一个整体被同时更新。任意目标的更新模型概率,为其对应分布中具有同一模型的状态概率之和。已更新的模型概率,随后与目标状态结合,参与下一时刻的贝叶斯迭代。故直接计算具有特定运动模型的目标状态分布概率,而没有必要单独更新每一时刻的模型概率。

#### 3.2 MM-CBMeMber 滤波器的蒙特卡罗实现

设  $k-1$  时刻的机动目标伯努利参数集合

$$\pi_{k-1} = \left\{ \left( r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}$$

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}, l | \mathbf{Z}_{1:k-1}) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}, l - l_{k-1}^{(i,j)})$$

其中  $L_{k-1}^{(i)}$  为  $k-1$  时刻用于表示第  $i$  条假设目标轨迹的粒子总数(每条目标轨迹代表一个目标),相应的  $w_{k-1}^{(i,j)}$  是目标状态为  $\mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}$  且运动模型为  $l_{k-1}^{(i,j)}$  的概率。SMC 实现 MM-CBMeMber 的仿真步骤描述如下:

(1) 用重要性函数  $m_k(\bullet)$  和  $\beta_k(\bullet)$  首先对各个粒子运动模型进行采样:

(a) 预测目标运动模型采样  $l_{P,k}^{(i,j)} \sim m_k(\bullet | l_{k-1}^{(i,j)})$ ,  $j=1, \dots, L_{k-1}^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, M_{k-1}$ 。

(b) 新生目标模型采样  $l_{\Gamma,k}^{(i,j)} \sim \beta_k(\bullet)$ ,  $j=1, \dots, L_{\Gamma,k}^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, M_{\Gamma,k}$ ,  $L_{\Gamma,k}^{(i)}$  为每个新生目标对应粒子数。

(c) 用已知模型转移函数  $h_k(\bullet)$ ,  $\alpha_k(\bullet)$  计算模型采样后的粒子权重

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{w}_{P,k|k-1}^{(i,j)} &= \frac{h_k \left( l_{P,k}^{(i,j)} \middle| l_{k-1}^{(i,j)} \right)}{m_k \left( l_{P,k}^{(i,j)} \middle| l_{k-1}^{(i,j)} \right)} \times w_{k-1}^{(i,j)}, \\ & j = 1, \dots, L_{k-1}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, M_{k-1} \\ \bar{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)} &= \frac{\alpha_k \left( l_{\Gamma,k}^{(i,j)} \right)}{\beta_k \left( l_{\Gamma,k}^{(i,j)} \right)} \times \frac{1}{L_{\Gamma,k}^{(i)}}, \\ & j = 1, \dots, L_{\Gamma,k}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, M_{\Gamma,k} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

(2) 用重要性函数  $q(\bullet)$ ,  $b(\bullet)$  对各个粒子状态进行采样:

(a) 仍存活的粒子和新生粒子状态

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{x}_{P,k|k-1}^{(i,j)} &\sim q_k \left( \bullet \middle| \mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}, l_{P,k}^{(i,j)}, \mathbf{Z}_{1:k-1} \right), \\ & j = 1, \dots, L_{k-1}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, M_{k-1} \\ \mathbf{x}_{\Gamma,k}^{(i,j)} &\sim b_k \left( \bullet \middle| l_{\Gamma,k}^{(i,j)}, \mathbf{Z}_{1:k} \right), \\ & j = 1, \dots, L_{\Gamma,k}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, M_{\Gamma,k} \end{aligned} \right. \quad (18)$$

(b) 用已知状态转移函数  $f_{k|k-1}(\bullet)$  和  $\gamma_k(\bullet)$  计算各个粒子状态预测后的权值

$$\left\{ \begin{aligned} w_{P,k|k-1}^{(i,j)} &= \frac{f_{k|k-1} \left( \mathbf{x}_{P,k|k-1}^{(i,j)} \middle| \mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}, l_{P,k}^{(i,j)} \right) p_{S,k}}{q_k \left( \mathbf{x}_{P,k|k-1}^{(i,j)} \middle| \mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}, l_{P,k}^{(i,j)}, \mathbf{Z}_k \right)} \times \bar{w}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, \\ & j = 1, \dots, L_{k-1}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, M_{k-1} \\ w_{\Gamma,k}^{(i,j)} &= \frac{\gamma_k \left( \mathbf{x}_{\Gamma,k}^{(i,j)} \middle| l_{\Gamma,k}^{(i,j)} \right)}{b_k \left( \mathbf{x}_{\Gamma,k}^{(i,j)} \middle| l_{\Gamma,k}^{(i,j)}, \mathbf{Z}_{1:k} \right)} \times \bar{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, \\ & j = 1, \dots, L_{\Gamma,k}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, M_{\Gamma,k} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

权值归一化:

$$\hat{w}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \frac{w_{P,k|k-1}^{(i,j)}}{\sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{P,k|k-1}^{(i,j)}}, \quad \hat{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)} = \frac{w_{\Gamma,k}^{(i,j)}}{\sum_{j=1}^{L_{\Gamma,k}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)}} \quad (20)$$

(3) 用观测值更新多伯努利参数随机集:

(a) 将预测后的粒子集合写成统一形式, 则:

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \delta \left( \mathbf{x} - \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}, l - l_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \quad (21)$$

其中  $i = 1, \dots, M_{k-1} + M_{\Gamma,k}$ ,

$$L_k^{(i)} = \begin{cases} L_{k-1}^{(i)}, & i \leq M_{k-1} \\ L_{\Gamma,k}^{(i)}, & i > M_{k-1} \end{cases}, \quad w_{k/k-1}^{(i,j)} = \begin{cases} w_{\Gamma,k}^{(i-M_{k-1},j)}, & i > M_{k-1} \\ w_{P,k/k-1}^{(i,j)}, & i \leq M_{k-1} \end{cases}$$

括号内表达类似扩展。同样地,  $r_{P,k/k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)}$

$\sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} p_{S,k}$ ,  $r_{\Gamma,k}^{(i)}$  由仿真条件给出, 且

$$r_{k/k-1}^{(i)} = \begin{cases} r_{P,k/k-1}^{(i)}, & i < M_{k-1} \\ r_{\Gamma,k}^{(i-M_{k-1})}, & i > M_{k-1} \end{cases}$$

(b) 更新得到

$$\pi_k = \left\{ \left( r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \left\{ \left( r_{U,k}^*(\mathbf{z}), p_{U,k}^*(\bullet; \mathbf{z}) \right) \right\}_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k}$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} r_{L,k}^{(i)} &= r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - e_{L,k}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} e_{L,k}^{(i)}} \\ p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}, l) &= \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \hat{w}_{L,k}^{(i,j)} \delta \left( \mathbf{x} - \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}, l - l_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \end{aligned} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}, l) &= \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \hat{w}_{L,k}^{(i,j)} \delta \left( \mathbf{x} - \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}, l - l_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \\ r_{U,k}^*(\mathbf{z}) &= \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{k|k-1}^{(i)} \left( 1 - r_{k|k-1}^{(i)} \right) e_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{\kappa_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} e_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} e_{L,k}^{(i)}}} \end{aligned} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p_{U,k}^*(\mathbf{x}, l; \mathbf{z}) &= \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \hat{w}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) \\ &\quad \cdot \delta \left( \mathbf{x} - \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}, l - l_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \end{aligned} \right. \quad (24)$$

权值更新计算:

$$\left\{ \begin{aligned} w_{L,k}^{(i,j)} &= w_{k|k-1}^{(i,j)} \left( 1 - p_{D,k} \left( \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \right) \\ \hat{w}_{L,k}^{(i,j)} &= \frac{w_{L,k}^{(i,j)}}{\sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{L,k}^{(i,j)}} \\ e_{L,k}^{(i)} &= \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} p_{D,k} \left( \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \\ e_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}) &= \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \psi_{k,z} \left( \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}, l_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \\ w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) &= w_{k|k-1}^{(i,j)} \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}} \psi_{k,z} \left( \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}, l_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \\ \hat{w}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) &= \frac{w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z})}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z})} \end{aligned} \right. \quad (25)$$

其中, 重采样过程与基本粒子滤波相似, 论文采用文献[16]中的多项式重采样方法。为了控制假设目标个数, 每次滤波完成后都会通过设定门限的方式对假设目标轨迹进行剪枝。

对比 SMC 实现的 MM-CBMeMber 和 MM-PHD 说明状态提取过程: 前者保留超过设置门限的存在概率用于计算目标数的后验概率分布, 由最大后验概率准则选取目标个数 num, 选择存在概率的

num 个最大值, 其对应航迹即为可行航迹。后者利用粒子权值相加得到目标个数; 前者将可行轨迹对应分布状态均值作为相应目标真实状态值, 而后者通过聚类方法确定状态值。由于聚类方法存在不稳定和计算量大的特点, 带来了额外的误差又耗费时间。这是 SMC 实现下的 MM-CBMeMBer 优于 MM-PHD 的根本原因。

各算法计算量对比: 假设  $n$  为目标个数,  $m$  代表测量值数目, 则从整个 MM-CBMeMBer 滤波算法可以看出其运算量与  $n$  和  $m$  均为线性增长关系  $O(nm)$ , 与 MM-PHD 相同<sup>[14]</sup>。而对于 MM-CPHD 算法, 其计算量为  $O(nm^3)$ <sup>[14]</sup>。

## 4 仿真

### 4.1 场景建立

传感器观测量为角度和距离, 观测量范围分别为  $[0, 2\pi]$  和  $[-1000 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$ , 每秒最大目标个数设为 3, 杂波在观测域内均匀分布, 其个数服从参数  $\lambda=10$  的泊松分布。设观测误差服从高斯分布, 则  $\varepsilon_k \sim N(\bullet; 0, \mathbf{R}_k)$ ,  $\mathbf{R}_k = \text{diag}([\sigma_\theta^2, \sigma_r^2]^T)$ ,  $\text{diag}(\bullet)$  为对角阵表示, 括号内元素即为对角元,  $[\bullet]^T$  为向量或矩阵转置符号,  $\sigma_\theta^2$  和  $\sigma_r^2$  为角度与距离误差, 分别设为  $\sigma_\theta = (\pi/180) \text{ rad}$ ,  $\sigma_r = 5 \text{ m}$ , 新生目标服从多伯努利分布  $\pi_\Gamma = \left\{ (r_\Gamma^{(i)}, p_\Gamma^{(i)}) \right\}_{i=1}^2$ , 其中  $r_\Gamma^{(1)} = r_\Gamma^{(2)} = 0.1$ , 新生粒子模型初值随机取值。  $p_\Gamma^{(i)}(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_\gamma^{(i)}, \mathbf{P}_\gamma^{(i)})$ ,  $\mathbf{m}_\gamma^{(1)} = -\mathbf{m}_\gamma^{(2)} = [-500; 35; 0; 0]$ ,  $\mathbf{P}_\gamma^{(1)} = \mathbf{P}_\gamma^{(2)} = \text{diag}([10; 5; 10; 5])$ 。序贯蒙特卡罗中粒子个数为  $L_{\max} = 1000$ ,  $L_{\min} = 300$ , 用于目标轨迹剪枝的存在概率门限设为  $10^{-3}$ , 最多容纳假设目标轨迹条数  $\text{Tra}_{\max} = 100$ 。采样周期、仿真持续时间、检测概率和存活概率分别取值为:  $T = 1 \text{ s}$ ;  $K = 100 \text{ s}$ ,  $p_{D,k} = 0.98$ ,  $p_{S,k} = 0.99$ 。

为了简单起见, 本文只讨论两种运动模型的交互运动, 模型 1 为匀速直线运动(Constant Velocity, CV), 模型 2 为协同转弯模型(Coordinated Turning, CT)。

#### (1) CV 模型

$\mathbf{x}_{1,k} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{1,k-1} + \mathbf{w}_{1,k}$ ,  $\mathbf{x}_{1,k} = [x_k; \dot{x}_k; y_k; \dot{y}_k]$ ,  $\mathbf{w}_{1,k} \sim N(\bullet; 0, \sigma_1^2 \mathbf{\Sigma}_1)$ , 噪声标准差为  $\sigma_1 = 5 \text{ m/s}^2$  且

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} T^2 \eta_1 / 3 & T^2 \eta_1 / 2 & 0 & 0 \\ T^2 \eta_1 / 2 & T \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^2 \eta_1 / 3 & T^2 \eta_1 / 2 \\ 0 & 0 & T^2 \eta_1 / 2 & T \eta_1 \end{bmatrix}$$

$\eta_1 = 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{s}^3$  为噪声功率控制参数。

#### (2) CT 模型

$\mathbf{x}_{2,k} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{2,k-1} + \mathbf{w}_{2,k}$ ,  $\mathbf{x}_{2,k} = [x_k; \dot{x}_k; y_k; \dot{y}_k]$ , 过程噪声为高斯白噪声  $\mathbf{w}_{2,k} \sim N(\bullet; 0, \sigma_2^2 \mathbf{\Sigma}_2)$ ,

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} & 0 & \frac{1 - \cos \Omega T}{\Omega} \\ 0 & \cos \Omega T & 0 & -\sin \Omega T \\ 0 & \frac{1 - \cos \Omega T}{\Omega} & 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} \\ 0 & \sin \Omega T & 0 & \cos \Omega T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} T^2 \eta_2 / 3 & T^2 \eta_2 / 2 & 0 & 0 \\ T^2 \eta_2 / 2 & T \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^2 \eta_2 / 3 & T^2 \eta_2 / 2 \\ 0 & 0 & T^2 \eta_2 / 2 & T \eta_2 \end{bmatrix}$$

其中,  $\eta_2 = 10^{-10} \text{ rad}^2 / \text{s}^3$  为噪声功率控制参数,  $\Omega = 10 \text{ deg/s}$  为逆时针方向的协同转弯速率, 本文提到的转弯模型或匀速转弯模型其转弯速率均为定值  $\Omega = 10 \text{ deg/s}$ ,  $\sigma_2 = 5 \text{ m/s}^2$ , 这与文献[19]中的第 1 种情况相同。

上述两种模型间的转移概率矩阵为

$$[h_{st}] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T}{\tau_1} & \frac{T}{\tau_1} \\ \frac{T}{\tau_2} & 1 - \frac{T}{\tau_2} \end{bmatrix}$$

$\tau_1$  和  $\tau_2$  为转移概率控制参数, 这里设  $\tau_1 = 5$ ,  $\tau_2 = 5$ 。

传感器观测模型:

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} z_\theta \\ z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \frac{y_k}{x_k} \\ \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k$$

观测噪声服从高斯分布,  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{\Sigma})$  且

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}([\pi/180, 10])$$

$\text{diag}(\bullet)$  为对角矩阵缩写。

不考虑目标衍生情况, 目标真实运动轨迹如图 1 所示。Target 1 在 1-15 s、34-50 s 和 66-100 s 内均做匀速直线, 其余时刻按照协同转弯模型运动。Target 2 在 21-43 s、61-80 s 内做匀速直线运动, 80 s 以后终止运动, 其余时段为匀速转弯运动。Target 3 从 12 s 开始运动, 并且在 21-30 s、36-50 s

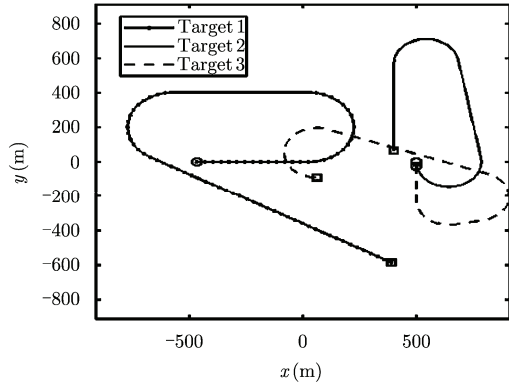


图1 目标真实轨迹图

和 81-100 s 内以逆时针转弯模型运动, 其余时间内做匀速直线运动。图中“o”(圈)为目标轨迹起始点, “□”(方框)为目标轨迹终止点。

4.2 仿真结果

仿真过程包括两部分: 一方面将 MM-CBMeMBer 与单模型 CBMeMBer 滤波器(包括 CV 或 CT 模型)进行比较, 旨在验证引入多运动模型的必要性; 另一方面比较 MM-CBMeMBer 和 MM-PHD 算法, 以证明本文提出方法的优越性。算法性能评估以最优子模型分配距离 (Optimal Sub-Pattern Assignment, OSPA) 的形式给出<sup>[17,18]</sup>, 用 OSPA 距离表示跟踪误差具有直观性和数学上的连贯性。单目标状态向量  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  的 OSPA 距离定义为  $\bar{d}_\rho^{(c)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min(c, \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|)$ ,  $\rho$  的取值确定了系统对异常估计点的敏感度,  $c$  为截断参数, 决定目标数估计误差对整体误差的影响程度。论文仿真中  $\rho = 1, c = 300$ 。设  $\Pi_k$  为  $\{1, 2, \dots, k\}$  的所有排列组合, 随机集  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$  和  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n\}$  之间的 OSPA 距离定义为:

当  $m \leq n$  时,

$$\bar{d}_\rho^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \left( \frac{1}{n} \left( \min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_{\pi(i)})^\rho + c^\rho (n - m) \right) \right)^{1/\rho}$$

当  $m > n$  时,  $\bar{d}_\rho^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \bar{d}_\rho^{(c)}(\mathbf{Y}, \mathbf{X})$ 。

当  $m = n = 0$  时,  $\bar{d}_\rho^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \bar{d}_\rho^{(c)}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}) = 0$ 。

图2(a)和图2(b)分别为 MM-CBMeMBer 和 MM-PHD 滤波实现情况, 可以看出, MM-PHD 存在目标丢失的情况, 而 MM-CBMeMBer 能较好跟踪所有目标。图3(a)和图3(b)分别为匀速模型和恒定转弯速度模型跟踪目标的 CBMeMBer 实现。容易看出 CT 模型跟踪多机动目标时, 效果非常差, 丢失目标可能性极大, 而 CV 模型目标丢失情况远没有 CT 模型严重, 这是因为整个运动过程目标匀速直线运动为主且 CV 模型方差大, 能够较容易地随着模型变化实现状态更新。但 CV 模型下算法极易将杂波当做目标轨迹保留下来, 从而目标估计出的目标数目往往比真实目标个数多。图4画出了4种算法分别得到的 OSPA 距离, 经过 1000 次蒙特卡罗, MM-CBMeMBer 性能明显优于其它算法, CV-CBMeMBer 滤波器在目标匀速直线运动时段内优于 MM-PHD, 其余时段比 MM-PHD 差, 而 CT-CBMeMBer 在观测时间内, 其 OSPA 距离均很高。图5为各个算法估计目标个数误差, 可以看出在大多数时间内, 所有算法中 MM-CBMeMBer 估计出的目标数比其它算法更接近目标真实数目。

5 结论

本文结合交互式多模型和 CBMeMBer 算法, 提出用于机动目标跟踪的 MM-CBMeMBer 滤波算法, 并在低杂波密度和高检测概率环境中, 推导出观测模型高度非线性条件下其 SMC 实现。新算法的目标状态提取直接由其传递的伯努利参数决定, 避免了已有 MM-PHD 滤波器 SMC 实现中聚类算法所

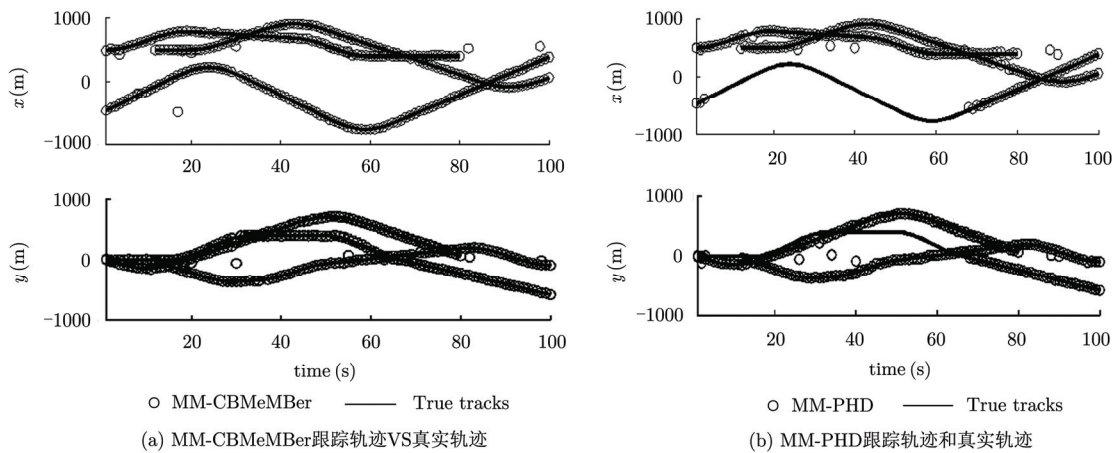


图2 不同算法下的跟踪示意图

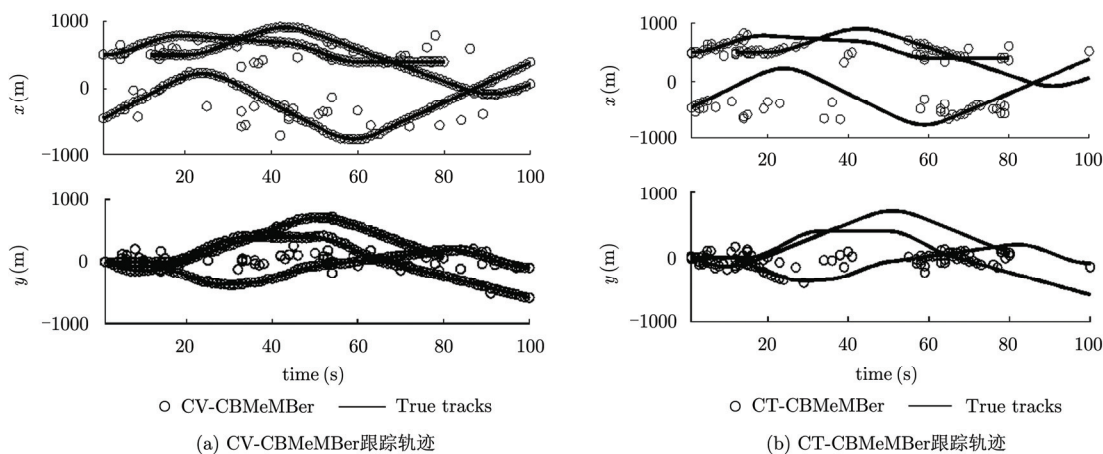


图 3 不同算法下的跟踪示意图

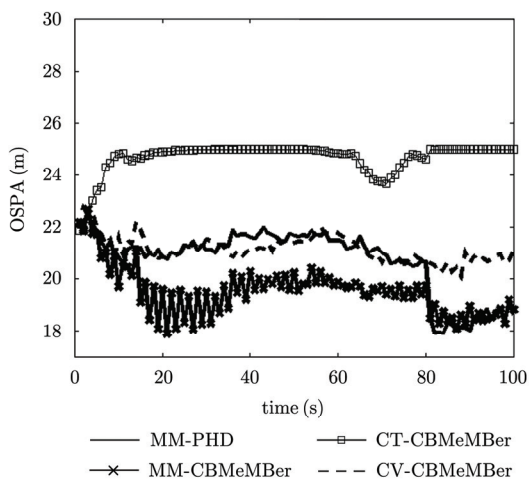


图 4 各种算法的 OSPA 距离

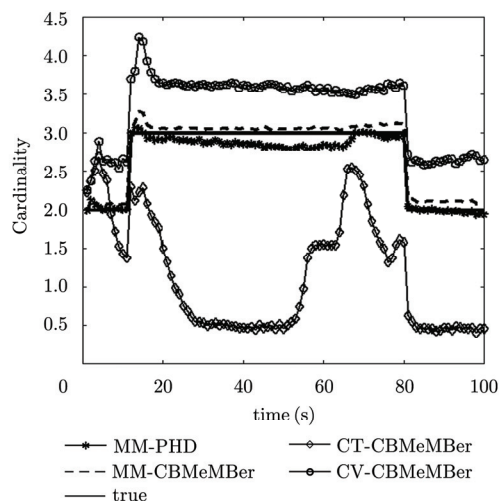


图 5 不同算法估计目标数

带来的额外误差。新算法中多模型的加入，能够得到更为准确的机动目标状态估计。理论分析和仿真结果均表明，相似运算量的条件下，MM-CBMeMBe跟踪效果优于MM-PHD。

### 参 考 文 献

- [1] Bar-Shalom Y. Multitarget-Multisensor Tracking: Applications and Advances[M]. Boston, London, Artech House, 2000: 161-168.
- [2] Liu Jing, Han Chongzhao, and Hu Yu. Multiple target tracking using particle filter based multi-scan joint probabilistic data association filter[C]. Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, CCC 2011, Yantai, China, July 2011: 3134-3139.
- [3] Chang Kuo-chu and Bar-Shalom Y. Joint probabilistic data association for multitarget tracking with possibly unresolved measurements and maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, AC-29(7): 585-594.
- [4] Blackman Samuel S. Multiple hypotheses tracking for multiple target tracking[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 19(11): 5-18.
- [5] Qi Li-feng, Jiao Guang-long, Tao Jian-feng, et al. Research on a new algorithm of target tracking[C]. 2010 International Conference on Computer Application and System Modeling, Proceedings, Shanxi, Taiyuan, China, October 2010: V826-V830.
- [6] Mahler Ronald P S. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion[M]. Boston, London, Artech House, 2007: 655-682.
- [7] Mahler Ronald P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [8] Mahler Ronald P S, Vo Ba-Tuong, and Vo Ba-Ngu. CPHD filtering with unknown clutter rate and detection profile[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3497-3513.

- [9] Vo Ba-Ngu and Ma Wing-Kin. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [10] Vo Ba-Ngu, Singh S, and Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [11] Punithakumar K, Sinha A, and Kirubarajan T. Multiple-model probability hypothesis density filters for tracking maneuvering targets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 87-98.
- [12] Cheng Ouyang, Ji Hong-bing, and Guo Zhi-qiang. Extensions of the SMC-PHD filters for jump Markov systems[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(6): 1422-1430.
- [13] Georgescu R and Willett P. The multiple model CPHD tracker[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(4): 1-24.
- [14] Vo Ba-Tuong, Vo Ba-Ngu, and Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 409-423.
- [15] Vo Ba-Tuong, Vo Ba-Ngu, and Cantoni A. On multi-Bernoulli approximations to the Bayes multi-target filter[C]. Proceeding of 22nd International Symposium on Intelligent Control, Xi'an, China, Oct. 2007.
- [16] Hol Jeroen D, Schon Thomas B, and Gustafsson Fredrik. On resampling algorithms for particle filters[C]. Nonlinear Statistical Signal Processing Workshop 2006, Cambridge, United Kingdom, September 2006: 79-82.
- [17] Pasha Syed Ahmed, Vo Ba-Ngu, Tuan Hoang Duong, et al. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(3): 919-936.
- [18] Schuhmacher Dominic, Vo Ba-Tuong, and Vo Ba-Ngu. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447-3457.
- [19] Branko Ristic, Vo Ba-Ngu, Daniel Clark, et al. A metric for performance evaluation of multi-target tracking algorithms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3452-3457.

### 作者简介

熊波(1987-), 女, 四川内江人, 电子科技大学硕士生, 研究方向为多目标跟踪、混沌通信。

E-mail: xiong435943993@163.com

甘露(1974-), 男, 四川成都人, 电子科技大学副教授, 主要研究对象为波达方向估计、频率估计、阵列测向、调制识别。

E-mail: ganlu@uestc.edu.cn