

基于有限模态涡旋电磁波雷达的目标三维参数估计方法

舒高峰 王怡童 魏奕鑫 黄亚博 李 宁*

(河南大学计算机与信息工程学院 开封 475004)

(河南大学河南省大数据分析与管理重点实验室 开封 475004)

(河南大学河南省空间信息处理工程研究中心 开封 475004)

摘要: 与传统雷达系统相比,基于轨道角动量(OAM)的涡旋电磁波(VEMW)雷达为目标探测提供了额外的自由度。然而,现有大多数VEMW雷达成像与目标参数估计方法依赖大量的OAM模态,显著增加了系统的硬件成本与复杂度,同时,高阶模态的引入还会导致涡旋电磁波主瓣偏离感兴趣区域并导致系统噪声鲁棒性下降,严重限制了其在实际工程中的应用。针对上述局限性,该文提出了一种基于有限OAM模态的三维目标参数估计方法。首先,构建了VEMW雷达前视成像几何模型,利用脉冲压缩技术提取目标的距离信息。随后,构造对偶OAM模态的和差波束回波比值,利用贝塞尔函数的对称性,实现方位角信息的估计。最后,构造相邻OAM模态的回波信号比值,利用贝塞尔函数的递推性质,实现俯仰角信息的估计。进一步地,针对同一距离门内双目标场景,构造相邻OAM模态回波比值,并利用其相位差异特性,实现了同一距离门内双目标参数估计。此外,该文推导了方位角与俯仰角估计的克拉美-罗下界,并将所提闭式三维估计方法的均方根误差与理论下界进行了对比分析。数值仿真与微波暗室实验均表明,所提方法在多目标及噪声环境下能够实现可靠的三维参数估计,展现出良好的抗噪性与工程应用潜力。

关键词: 涡旋电磁波; 轨道角动量; 参数估计; 均匀圆形阵列; 克拉美-罗下界

中图分类号: TN95

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2026)x-0001-19

DOI: 10.12000/JR26083

CSTR: 32380.14.JR26083

引用格式: 舒高峰, 王怡童, 魏奕鑫, 等. 基于有限模态涡旋电磁波雷达的目标三维参数估计方法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR26083.

Reference format: SHU Gaofeng, WANG Yitong, WEI Yixin, *et al.* Three-Dimensional target parameter estimation method based on limited-mode vortex electromagnetic wave radar[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR26083.

Three-Dimensional Target Parameter Estimation Method Based on Limited-Mode Vortex Electromagnetic Wave Radar

SHU Gaofeng WANG Yitong WEI Yixin HUANG Yabo LI Ning*

(School of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng 475004, China)

(Henan Key Laboratory of Big Data Analysis and Processing, Henan University, Kaifeng 475004, China)

(Henan Engineering Research Center of Spatial Information Processing, Henan University, Kaifeng 475004, China)

Abstract: Compared with traditional radar systems, the vortex electromagnetic wave (VEMW) radar based on orbital angular momentum (OAM) provides additional degrees of freedom for target detection. However, most

收稿日期: 2026-04-29; 改回日期: ; 网络出版: 2026-xx-xx

*通信作者: 李宁 hedalining@henu.edu.cn *Corresponding Author: LI Ning, hedalining@henu.edu.cn

基金项目: 河南省科技攻关项目(262102211020)

Foundation Item: The Plan of Science and Technology of Henan Province (262102211020)

责任主编: 王宏强 Corresponding Editor: WANG Hongqiang

©The Author(s) 2026. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

existing VEMW radar imaging and parameter estimation methods rely on a large number of OAM modes, which significantly increases the hardware cost and complexity of the system. Moreover, the introduction of high-order modes causes the main lobe of the VEMW to deviate from the region of interest while reducing the system's robustness to noise, severely limiting its practical engineering applications. To address these limitations, this study proposes a three-dimensional target parameter estimation method based on limited OAM modes. First, a forward-looking imaging geometric model of the VEMW radar is constructed, and pulse compression technology is used to extract the target's range information. Subsequently, the echo ratio between the sum and difference beams of dual OAM modes is constructed, and the symmetry of the Bessel function is utilized to estimate the target's azimuth angle information. Finally, the echo signal ratio of adjacent OAM modes is constructed, and the recurrence property of the Bessel function is used to estimate the target's elevation angle information. Furthermore, for a dual-target scenario within the same range bin, the echo signal ratio of adjacent OAM modes is constructed, and the target parameters are estimated by exploiting the phase difference characteristics of the echoes. In addition, this paper derives the Cramér-Rao lower bound for azimuth and elevation angle estimation and compares the root mean square error of the proposed closed-form three-dimensional estimation method with the theoretical lower bound. Numerical simulations and microwave anechoic chamber experiments show that the proposed method achieves reliable three-dimensional parameter estimation in multitarget and noisy environments, thereby verifying its effectiveness and engineering feasibility.

Key words: Vortex Electromagnetic Wave (VEMW); Orbital Angular Momentum (OAM); Parameter Estimation; Uniform Circular Array (UCA); Cramér-Rao Lower Bound (CRLB)

1 引言

基于轨道角动量(Orbital Angular Momentum, OAM)的涡旋电磁波具有独特的螺旋相位波前结构,为电磁波调控提供全新的空间角自由度^[1-4]。因此,其在雷达成像^[5-7]和目标参数估计^[8,9]等领域展现出巨大潜力与独特优势,近年来已成为雷达成像和探测领域的研究热点。

在产生携带OAM的涡旋电磁波(Vortex Electromagnetic Wave, VEMW)天线中,均匀圆形阵列(Uniform Circular Array, UCA)因工程实现简单且理论基础完善而得到广泛应用^[10,11]。然而,在实际工程系统中,UCA的可用模式数受限于阵元数量与天线孔径。VEMW雷达的角分辨率依赖于所发射的OAM模式数量,实现高分辨率往往需要发射大量携带不同OAM模式的涡旋电磁波^[2]。这不仅增加了系统的硬件负担,而且长时间观测会显著降低电磁涡旋成像效率。在针对运动目标的成像过程中,由于观测时间较长,目标与VEMW雷达之间的相对位置会发生明显变化,导致不同时刻回波相位产生畸变,进而引发方位模糊甚至成像失配问题,严重制约了VEMW雷达在实时工程场景中的应用能力^[12]。

近年来的研究致力于在保障高精度角分辨率的前提下,有效降低OAM模式的发射数量,使VEMW雷达可以适用于更多实时场景。文献^[12]提出了一种基于双耦合轨道角动量的新型VEMW雷达模型,在提升成像性能的同时将波束传输时间减

少了约一半,但未能从根本上摆脱对较多OAM模式的依赖。文献^[13]设计了一种基于电磁涡旋干涉原理的三模态前视目标重建方法,显著减少了模式需求,但其计算复杂度较高且对噪声较为敏感。此外,文献^[14-16]引入压缩感知来重建电磁涡旋成像目标,在减少模式数量的同时有效提升了成像分辨率,但该方法的性能仍受限于OAM模式数量和网格划分的精细程度。文献^[17]将回波信号视为多个正弦信号的叠加,利用松弛算法进行目标位置信息的准确提取,大大减轻了VEMW雷达对OAM模式数量的依赖性,但其需要多次迭代,时间复杂度较高。文献^[18]则系统分析了分辨力的影响因素,为面向分辨性能提升的VEMW雷达参数优化设计提供了重要理论参考。

进一步地,在目标参数估计方面,传统的空间谱估计算法通常需要在二维角度域内进行遍历搜索以确定谱峰位置^[19],或依赖特定的阵列旋转不变结构,并通过高维协方差矩阵的特征分解完成参数估计^[20]。同时,由于需要多通道同步接收,上述方法的系统计算复杂度和硬件实现复杂度均较高。

为解决上述问题,涡旋电磁波为目标角度参数估计提供了一种新的研究思路,即目标角度信息隐含在涡旋电磁波回波的相位与幅度中^[2]。文献^[21]利用改进的MUSIC算法求解目标角度信息。文献^[22]开发了一种基于ESPRIT算法求解目标角度信息。但上述方法仅能估计方位角,无法从OAM回波中估计完整的二维角度。近年来,也有

开展二维角度的研究。文献[9,23]主要利用VEMW中的微多普勒信息进行参数估计,但该类方法依赖目标运动特性,难以适用于静止或低速场景。文献[24]基于相模激励理论[25],利用贝塞尔函数的特性实现了二维角度联合估计,但该方案依赖多个OAM模态且涉及较大的计算开销,降低了其应用可行性。受传统单脉冲雷达思想启发,文献[26]提出了一种基于OAM干涉测量的方法,利用少量模态估计方位角,再通过贝塞尔函数从幅度信息中递归推断俯仰角。然而,该方法的方位角反演过程较为复杂且抗噪性较差,且俯仰角估计需要发射两次涡旋电磁波才能完成。综上所述,在有限模态约束下,实现稳定、高效、可靠的二维角度联合估计依然是一个巨大的挑战。

针对有限模态与有限阵元条件带来的技术瓶颈,本文提出了一种基于有限OAM模态的目标三维参数估计方法。该方法首先利用脉冲压缩技术提取目标距离信息,锁定对应的距离区间,对跨距离门多目标进行有效分离。在距离确定的基础上,本文借鉴单脉冲测角原理[27],通过构造对偶OAM模态回波的和差比值,并结合贝塞尔函数的对称性质,估计出目标的方位角信息。最后,结合已获取的方位角信息,改进了文献[26]中基于贝塞尔函数递归性质反演目标俯仰角信息的算法,实现了目标俯仰角信息的估计。进一步地,针对同一距离门内双目标场景,构造相邻OAM模态回波比值,利用其相位差异特性,实现了同一距离门内双目标参数估计,从而有效缓解了单脉冲测角体制中同一距离门内多目标难以分辨的问题[28]。本文所提方法有效提高了有限模态约束下的方位角估计精度,大幅提升了目标三维参数估计的稳定性与工程实用性。仿真实验与微波暗室实验充分验证了本文所提方法的有效性与鲁棒性。

2 基于UCA的VEMW模型

2.1 信号模型

如图1所示,建立空间笛卡儿坐标系 (x, y, z) ,其坐标原点 O 位于 xOy 平面上的UCA中心。本文VEMW雷达系统采用多输出单输入(Multiple Output Single Input, MISO)工作模式,发射端由一个包含 N 个阵元、半径为 a 的UCA构成,其中第 n 个发射阵元的方位角为 $\varphi_n = 2\pi n/N$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$)。位于原点 O 的单个天线单元作为接收端。

假设远场空间中存在一个目标位于 $P(r, \theta, \varphi)$ 处,其中 r 、 θ 和 φ 分别表示目标到UCA的径向距离、俯仰角和方位角。发射端通过对UCA的第 n 个

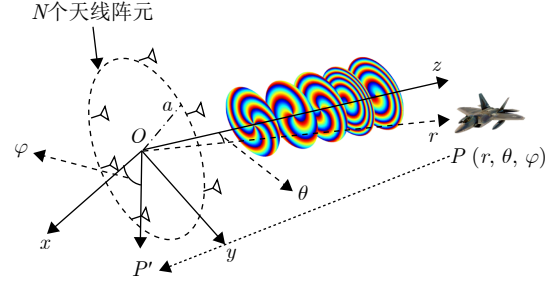


图1 涡旋电磁波产生模型

Fig. 1 Model for generating vortex electromagnetic waves

阵元施加特定相位 $l \cdot \varphi_n = l \cdot 2\pi n/N$ 来产生携带OAM模态 l 的涡旋电磁波。在远场近似条件下,目标 P 处的电场可以近似表示为[29]

$$E(r) \approx \frac{e^{-jk r}}{r} N j^l e^{j l \varphi} J_l(k a \sin \theta) \quad (1)$$

其中, $J_l(\cdot)$ 表示 l 阶第1类贝塞尔函数, $k = 2\pi f_c/c$ 是波数, c 是光速, j 是虚数单位, f_c 是载频。

当VEMW雷达发射线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号时,对于目标 $P(r, \theta, \varphi)$,当发射OAM模态为 l 时,系统接收到的基带回波信号可以表示为

$$s_r(t, l) = A_0 \frac{e^{-j2kr}}{r^2} \text{rect} \left(\frac{t - \frac{2r}{c}}{T_p} \right) \cdot \exp \left[j\pi K \left(t - \frac{2r}{c} \right)^2 \right] \cdot N j^l e^{j l \varphi} J_l(k a \sin \theta) \quad (2)$$

其中, A_0 为与目标散射系数及系统增益相关的复常数, T_p 为发射脉冲宽度, $\text{rect}(\cdot)$ 表示矩形包络函数, K 为调频斜率。如式(2)所示,涡旋电磁波回波的距离分量和角度分量之间是相互独立的,为后续实现目标三维参数联合估计提供了重要的依据。

2.2 距离信息估计

接收端信号经过下变频和匹配滤波后,输出的基带信号可以表示为

$$s_{rd}(t, l) = A_0 \frac{e^{-j2kr}}{r^2} T_p \text{sinc} \left[B \left(t - \frac{2r}{c} \right) \right] \cdot N j^l e^{j l \varphi} J_l(k a \sin \theta) \quad (3)$$

其中, $B = K T_p$ 为信号带宽。由式(3)可知,脉冲压缩后的信号包络呈现为sinc函数形式,且其峰值出现的时间位置 $t = 2r/c$ 仅与目标的距离信息有关,与OAM模态 l 无关。因此,可以锁定目标所在距离单元。

在成功提取目标所在距离单元后。假设系统共

发射了 G 个不同的OAM模态, 将其发射的OAM模态集合记为 $\{l_1, l_2, \dots, l_g, \dots, l_G\}$ 。为了便于后续的二维角度联合估计, 考虑到噪声影响, 将该距离单元内的OAM回波构建为列向量形式:

$$\mathbf{S}_r = [s(l_1), s(l_2), \dots, s(l_g), \dots, s(l_G)]^T + \mathbf{n} \quad (4)$$

其中, $[\cdot]^T$ 表示矩阵转置, $\mathbf{n}$ 表示复高斯噪声向量。第 g 个OAM模态的回波信号 $s(l_g)$ 可以表示为

$$s(l_g) = ANj^{l_g} e^{jl_g \varphi} J_{l_g}(ka \sin \theta) \quad (5)$$

其中 $A = A_0 \frac{e^{-j2kr}}{r^2} T_p$ 是一个与OAM模态无关的复系数。

从式(5)可以看出, 目标俯仰角信息和方位角信息是相互独立的。目标俯仰角 θ 的信息被包含在第1类贝塞尔函数的幅度相应 $J_{l_g}(ka \sin \theta)$ 中, 目标方位角信息 φ 被以指数形式编码于相位因子 $e^{jl_g \varphi}$ 中。这一特性为后续基于有限模态实现低复杂度的目标二维角度信息估计提供了重要依据。

2.3 角度估计的克拉美-罗下界

根据统计信号估计理论^[30]。观测模型为式(5), 在复高斯白噪声背景下, 待估计参数 $\mathbf{h} = [\theta, \varphi]^T$ 的Fisher信息矩阵的第 (i, j) 个元素定义为

$$[F(\eta)]_{ij} = \left(\frac{\partial \mu(\eta)}{\partial \eta_i} \right)^T C^{-1}(\eta) \left(\frac{\partial \mu(\eta)}{\partial \eta_j} \right) + \frac{1}{2} \text{tr} \left[C^{-1}(\eta) \frac{\partial C(\eta)}{\partial \eta_i} C^{-1}(\eta) \frac{\partial C(\eta)}{\partial \eta_j} \right] \quad (6)$$

其中, $\mu(\eta) = \mathbf{S}_r$ 表示需要估计的参数矩阵。 $C(\eta) = \sigma^2 \mathbf{I}$ 为噪声协方差矩阵, 其中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵, σ^2 为系统噪声功率。由于系统噪声功率 σ^2 与回波信号是相互独立的, 因此协方差矩阵对参数 η 的偏导数 $\frac{\partial C(\eta)}{\partial \eta} = 0$ 。

由于VEMW雷达接收到的回波信号为复信号, 且服从复高斯分布, 则参数 η 的Fisher信息矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\eta) &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \left\{ \left[\frac{\partial \mu(\eta)}{\partial \eta} \right]^H \left[\frac{\partial \mu(\eta)}{\partial \eta} \right] \right\} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\theta\theta} & \mathbf{F}_{\theta\varphi} \\ \mathbf{F}_{\varphi\theta} & \mathbf{F}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\text{Re}\{\cdot\}$ 表示取复数的实部, $[\cdot]^H$ 表示矩阵的共轭转置。

令 $\xi = ka \sin \theta$, 对于任意给定的发射OAM模态 l_g , 式(5)分别对 φ 和 θ 求偏导可得

$$\frac{\partial s(l_g)}{\partial \varphi} = jl_g A j^{l_g} e^{jl_g \varphi} J_{l_g}(\xi) \quad (8)$$

$$\frac{\partial s(l_g)}{\partial \theta} = A j^{l_g} e^{jl_g \varphi} J'_{l_g}(\xi) ka \cos \theta \quad (9)$$

将上述偏导数结果代入式(7), 计算Fisher信息矩阵各个矩阵块可得

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\theta\theta} &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \sum_{g=1}^G \left\{ \left[\frac{\partial s(l_g)}{\partial \theta} \right]^* \left[\frac{\partial s(l_g)}{\partial \theta} \right] \right\} \\ &= \frac{2A^2 (ka \cos \theta)^2 \sum_{g=1}^G [J'_{l_g}(\xi)]^2}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\varphi\varphi} &= \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \sum_{g=1}^G \left\{ \left[\frac{\partial s(l_g)}{\partial \varphi} \right]^* \left[\frac{\partial s(l_g)}{\partial \varphi} \right] \right\} \\ &= \frac{2A^2 \sum_{g=1}^G l_g^2 J_{l_g}^2(\xi)}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_{\theta\varphi} = \mathbf{F}_{\varphi\theta} = \frac{2}{\sigma^2} \text{Re} \sum_{g=1}^G \left\{ \left[\frac{\partial s(l_g)}{\partial \theta} \right]^* \left[\frac{\partial s(l_g)}{\partial \varphi} \right] \right\} = 0 \quad (12)$$

根据克拉美-罗不等式, 任意无偏估计量的方差均满足

$$\text{var}(\hat{\eta}) \geq \mathbf{F}^{-1}(\eta) \quad (13)$$

因此, 方位角与俯仰角的克拉美-罗下界(Cramer-Rao lower bound, CRLB)可分别写为

$$\text{var}(\hat{\varphi}) \geq \text{CRLB}_{\varphi} = \frac{1}{\mathbf{F}_{\varphi\varphi}} = \frac{\sigma^2}{2A^2 \sum_{g=1}^G l_g^2 J_{l_g}^2(\xi)} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{\theta}) &\geq \text{CRLB}_{\theta} = \frac{1}{\mathbf{F}_{\theta\theta}} \\ &= \frac{\sigma^2}{2A^2 (ka \cos \theta)^2 \sum_{g=1}^G [J'_{l_g}(\xi)]^2} \end{aligned} \quad (15)$$

基于上述推导CRLB解析表达式, 为了直观展示OAM模态对参数估计精度的影响, 本文在固定其他无关参数的前提下进行了数值仿真分析。设定阵列电尺寸 $ka=10$, 其中方位角估计采用两组对偶模态 $l = \pm 1$ 和 $l = \pm 3$, 俯仰角估计采用两组模态序列 $l = \{1, 2, 3\}$ 和 $l = \{4, 5, 6\}$, 仿真结果如图2所示。

如图2(a)和图2(c)所示, 在给定模态 l 的情况下, 方位角的理论CRLB(蓝色虚线)由归一化模态能量项 $J_l^2(\xi)$ (红色实线)主导。当目标位于OAM波束主瓣附近时, $J_l^2(\xi)$ 达到峰值, CRLB $_{\varphi}$ 相应达到极小值。同理, 当目标位于OAM波束零陷区附近时, $J_l^2(\xi)$ 接近0, CRLB $_{\varphi}$ 则急剧恶化。

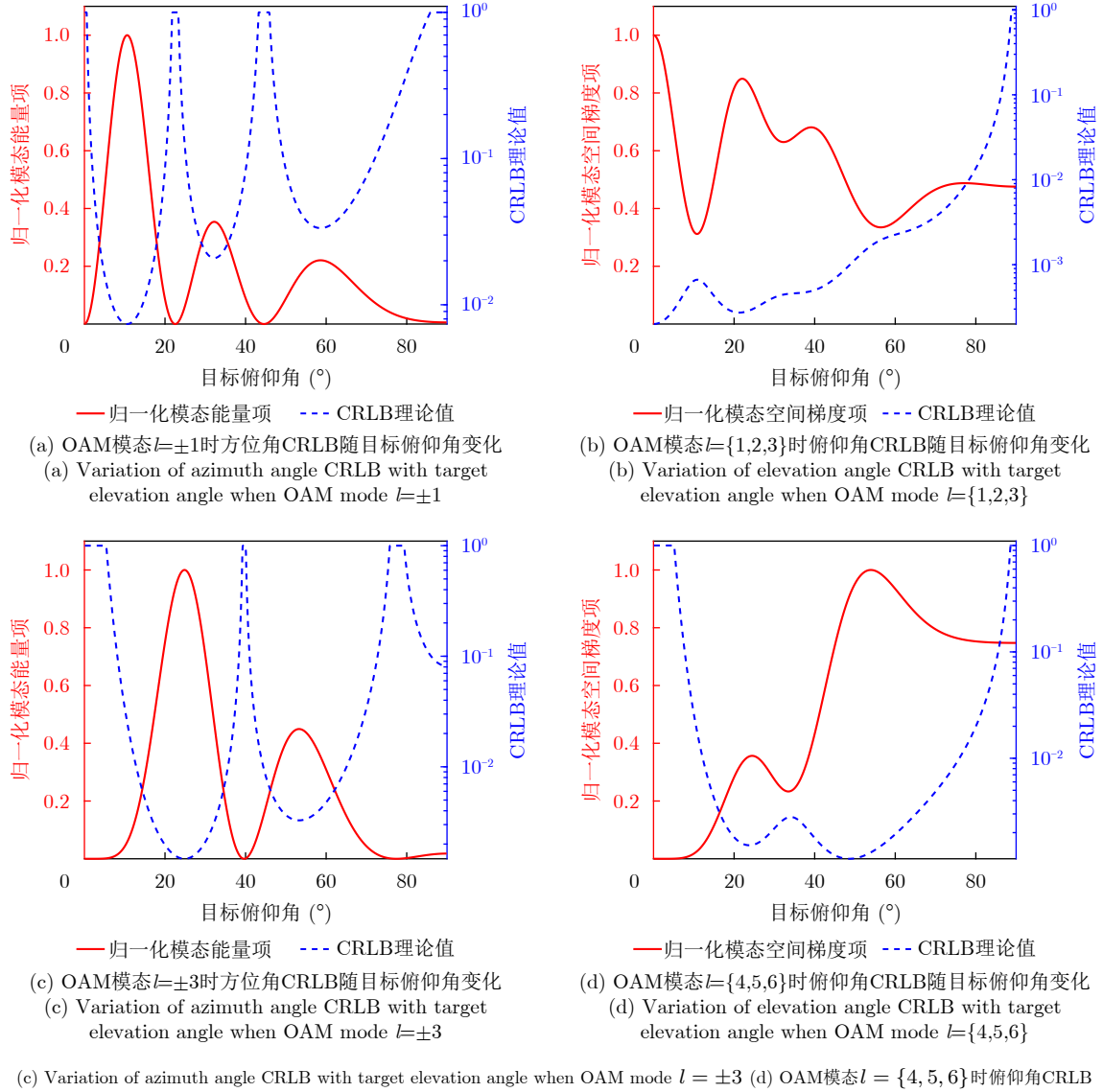


图 2 不同OAM模态CRLB随目标俯仰角变化分析

Fig. 2 Analysis of CRLB variation with target pitch angle in different OAM mode

与方位角不同，式(15)揭示了俯仰角的估计精度并非单纯取决于绝对能量的强弱，而是由多模态联合空间梯度项 $\sum_{g=1}^G [J'_{l_g}(\xi)]^2$ 与 $\cos \theta$ 共同决定。如图2(b)和图2(d)所示，目标俯仰角 θ 在小俯仰角范围内， CRLB_θ 主要受模态联合空间梯度项影响。但是在后续角度域中，式(15)分母中的 $\cos \theta$ 逐渐占据主导地位，当 $\cos \theta \rightarrow 0$ ， $\text{CRLB}_\theta \rightarrow \infty$ ， CRLB_θ 急剧恶化。

通过对比图2(a)和图2(c)，图2(b)和图2(d)。可以观察到随着发射OAM模态阶数的提高，无论是方位角的模态能量峰值，还是俯仰角的联合空间梯度峰值，均向更大的俯仰角区域发生平移，CRLB也随之变化。

综上所述，受限于涡旋电磁波中心相位奇点所

导致的环状辐射场分布特征，雷达的三维参数估计精度与发射的OAM模态有关。具体而言，方位角与俯仰角的理论精度下界，本质上分别受控于所发射OAM模态的幅度与联合空间梯度。对于特定范围内的目标参数估计，根据OAM波束的性质选择发射合适的OAM模态，有助于提升目标参数估计性能。

3 二维角度估计方法

完成目标距离估计后，可以利用OAM波束回波的特性进一步估计二维角度。本节提出了一种基于5种OAM模态的二维角度估计方法。对于同一距离门内多目标无法分辨问题，从单目标理论模型出发，逐步推演出双目标解析方案，并对多目标估计的局限性进行了探讨。

3.1 同一距离门内单目标方位角估计

受传统平面电磁波系统中单脉冲测角概念^[27]的启发, 本文定义一个全新的指标——VEMW回波比 χ , 其表达式构建为

$$\chi = \frac{s(l_1) - s(l_2)}{s(l_1) + s(l_2)} = \frac{A_j^{l_1} e^{j l_1 \varphi} J_{l_1}(\xi) - A_j^{l_2} e^{j l_2 \varphi} J_{l_2}(\xi)}{A_j^{l_1} e^{j l_1 \varphi} J_{l_1}(\xi) + A_j^{l_2} e^{j l_2 \varphi} J_{l_2}(\xi)} \quad (16)$$

利用贝塞尔函数的性质 $J_{-l}(\xi) = (-1)^l J_l(\xi)$, 当选取的OAM模态符合 $l_1 = -l_2$ 时, 式(16)可以化简为

$$\chi = \frac{e^{j l_1 \varphi} - e^{-j l_1 \varphi}}{e^{j l_1 \varphi} + e^{-j l_1 \varphi}} = \frac{2j \sin(l_1 \varphi)}{2 \cos(l_1 \varphi)} = j \tan(l_1 \varphi) \quad (17)$$

由于正切函数的周期性, 式(17)估计的方位角存在周期性模糊。其对应的所有可能初步方位角估计值可表示为

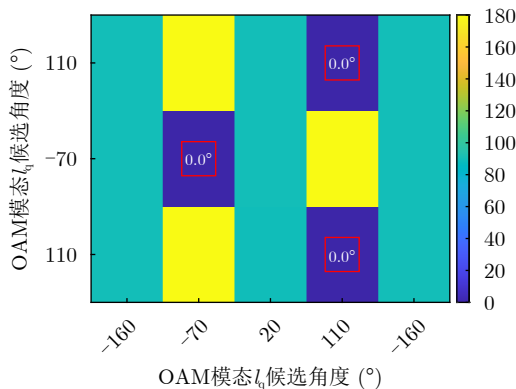
$$\varphi_{\text{pre}} = \arctan(-j\chi) / l_1 + \frac{m\pi}{l_1}, \quad m \in Z \quad (18)$$

根据式(18)可知, 其最大无模糊观测区间由所选的OAM模态 l_1 决定。为了解决式(18)带来的角度模糊问题, 可以将两组绝对值不同OAM模态的估计结果结合起来, 并通过残差一致性约束确定高精度方位角估计值。

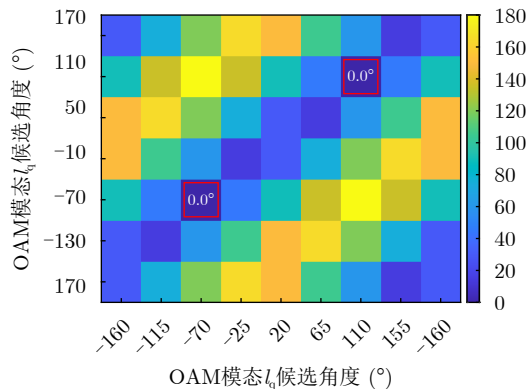
$$\begin{aligned} \varphi_{\text{real1}} &= \varphi_{\text{pre1}} + m_p \frac{\pi}{|l_p|}, \quad m_p = -l_p, \dots, 0, \dots, l_p \\ \varphi_{\text{real2}} &= \varphi_{\text{pre2}} + m_q \frac{\pi}{|l_q|}, \quad m_q = -l_q, \dots, 0, \dots, l_q \end{aligned} \quad (19)$$

其中, l_p 和 l_q 分别对应于两种绝对值不同的OAM模态, φ_{pre1} 和 φ_{pre2} 是从式(18)获得的初步方位角估计值, 而 φ_{real1} 和 φ_{real2} 是估计的中间方位角值。

为了准确估计真实值, 本文使用最小化残差绝对值的方法:



(a) $l = \pm 1$ 和 $l = \pm 2$ 候选残差解分布
(a) Candidate residual solution distribution for $l = \pm 1$ and $l = \pm 2$



(b) $l = \pm 3$ 和 $l = \pm 4$ 候选残差解分布
(b) Candidate residual solution distribution for $l = \pm 3$ and $l = \pm 4$

图3 不同对偶OAM模态组合下的候选残差解分布示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the candidate residual solution distribution under different dual OAM mode combinations

$$\arg \min_{m_p, m_q} |\varphi_{\text{real1}} - \varphi_{\text{real2}}| \quad (20)$$

得到 m_p 和 m_q 后, 将它们代入式(19)计算相应的方位角值。由于实际电磁环境中不可避免地存在噪声干扰, 本文取两者的平均值作为高精度方位角估计值

$$\hat{\varphi}_{\text{fine}} = \frac{\varphi_{\text{real1}} + \varphi_{\text{real2}}}{2} \quad (21)$$

尽管上述基于残差最小化的解模糊方案有效扩大了最大无模糊观测区间, 但由于构造回波比 χ 时引入了正切函数, 仅依赖式(21)进行方位角估计, 会导致产生相差 π 的模糊角度。图3给出了不同对偶OAM模态组合下的候选残差解分布。可以看出, 当目标真实方位角为 110° 时, 两组不同的模态组合均在 -70° 出现了残差极小值, 即产生了相差 π 的模糊角度。

为了解决这一问题, 实现全角域 $(-\pi, \pi]$ 内的角度估计, 本文进一步提出一种基于相邻模态复数比值的“粗精结合”方法, 用于消除相差 π 的模糊角度。

选取OAM模态为 $l, l+1$ 的回波数据, 构建比值 γ :

$$\gamma = \frac{s(l)}{s(l+1)} = \frac{A_j^l e^{j l \varphi} J_l(\xi)}{A_j^{l+1} e^{j (l+1) \varphi} J_{l+1}(\xi)} = -j e^{-j \varphi} \frac{J_l(\xi)}{J_{l+1}(\xi)} \quad (22)$$

由于贝塞尔幅度项符号会随着OAM模态的变化而改变。当贝塞尔函数为负值的情况下, 贝塞尔函数比值 $\frac{J_l(\xi)}{J_{l+1}(\xi)}$ 为负值, 此时会带来 π 的相位差。针对这一问题, 引入了相位补偿因子 ψ_l ^[18]:

$$\psi_l = \begin{cases} -(-j)^l, & J_l(\xi) < 0 \\ (-j)^l, & J_l(\xi) > 0 \end{cases} \quad (23)$$

通过在OAM时域乘以该相位补偿因子。使得贝塞尔幅度项符号不再随着OAM模式的变化而发生改变。因此，贝塞尔函数比值 $\frac{J_l(\xi)}{J_{l+1}(\xi)}$ 为正实数。该比值 γ 的相位角 $\arg(\gamma)$ 仅与目标的方位角 φ 存在严格的线性独立关系，即

$$\arg(\gamma) \equiv \left(-\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \pmod{2\pi} \quad (24)$$

由此，可以提取出一个“粗略”方位角估值 φ_{coarse}

$$\varphi_{\text{coarse}} \equiv \left[-\frac{\pi}{2} - \arg(\gamma)\right] \pmod{2\pi} \quad (25)$$

受系统噪声影响， φ_{coarse} 估计方差相对较大，但其在 $(-\pi, \pi]$ 不存在相差 π 的模糊角度，可以用于解决高精度方位角 φ_{fine} 的角度模糊问题，则最终的方位角估计可以通过式(26)得出

$$\hat{\varphi} \equiv \arg \min_{\varphi_c \in \{\varphi_{\text{fine}}, \varphi_{\text{fine}} + \pi\}} (|\varphi_c - \varphi_{\text{coarse}}| \pmod{2\pi}) \quad (26)$$

基于由正负OAM模态回波构建的 χ ，提出了一种方位角估计方案。通过粗细结合方法，消除了由正切函数引起的周期性角度模糊问题，实现了目标在全方位角域内的高精度估计。

3.2 同一距离门内单目标俯仰角估计

针对目标俯仰角信息估计问题，文献[26]定义了OAM模态比(OAM Mode Ratio, OMR)的定义，其数学表达式为

$$\begin{aligned} \text{OMR} &= \text{Re} \left\{ \frac{j^{-l+1}s(l-1) + j^{-l-1}s(l+1)}{j^{-l}s(l)} \right\} \\ &= \frac{[J_{l-1}(\xi) + J_{l+1}(\xi)] \cos(\varphi)}{J_l(\xi)} = \frac{2l \cos(\varphi)}{\zeta} \end{aligned} \quad (27)$$

其中， $s(m)$ 是第 m 阶OAM模态的回波信号(其中 $m = l-1, l, l+1$)。根据贝塞尔函数递推关系 $J_{l-1}(\xi) + J_{l+1}(\xi) = \frac{2l}{\zeta} J_l(\xi)$ ，目标俯仰角的估计值 $\hat{\theta}$ 可以通过式(28)求得

$$\hat{\theta} = \arcsin \left(\frac{2l \cos \varphi}{ka \cdot \text{OMR}} \right) \quad (28)$$

然而，当目标方位角 $\varphi \rightarrow \pm 90^\circ$ 时，根据式(28)， $\cos(\varphi) \rightarrow 0$ 会导致 $\text{OMR}=0$ ，这使得无法正确计算相应的 $\hat{\theta}$ 。为了解决上述问题，文献[26]需要两次独立的涡旋电磁波发射过程，每次发射过程包含多个OAM模态，不可避免地增加了系统硬件的控制复杂度与时间开销。因此，针对上述局限性，本文在OMR的基础上构造了改进OAM模态比(Improved OMR, IOMR)，其定义为

$$\begin{aligned} \text{IOMR} &= \text{Re} \left\{ \frac{s(l-1) + s(l+1)}{s(l)} \right\} \\ &= -\frac{[J_{l-1}(\xi) + J_{l+1}(\xi)] \sin \varphi}{J_l(\xi)} = -\frac{2l \sin \varphi}{\xi} \end{aligned} \quad (29)$$

相应地，目标俯仰角 $\hat{\theta}$ 可以计算为

$$\hat{\theta} = \arcsin \left(\frac{-2l \sin(\varphi)}{ka \cdot \text{IOMR}} \right) \quad (30)$$

因此，为了在整个角度域内实现目标俯仰角估计，需要根据估计的方位角 $\hat{\varphi}$ 自适应地选择式(28)或式(30)。具体步骤如下所示：

步骤1：

检查估计的方位角 $\hat{\varphi}$ 。如果 $\hat{\varphi} \rightarrow 0^\circ$ 或 $\hat{\varphi} \rightarrow 180^\circ$ (即 $\sin(\varphi) \rightarrow 0$)，进入STEP2；否则，进入STEP3。

步骤2：

选择式(28)来计算俯仰角 $\hat{\theta}$ 。该公式能够在方位角趋近 0° 或 180° 时正确求解仰角。

步骤3：

选择式(30)来计算俯仰角 $\hat{\theta}$ 。这避免了方位角趋近 $\pm 90^\circ$ 时，式(28)失效无法求解。

通过上述步骤，所提出方法能够在不增加额外波束发射次数的前提下，自适应地完成整个角度域内的俯仰角估计，并进一步实现目标二维角度的高精度估计。假设VEMW雷达发射OAM模态集合为 $\{-l+1, -l, l-1, l, l+1\}$ 时，所提出方法的流程如图4所示。

3.3 同一距离门内双目标方位角估计

上述方法能够实现同一距离门内单目标的二维角度高精度估计。然而，当同一距离门内出现两个目标时，回波中的双目标方位角信息会产生耦合，导致原有的闭式解失效，进而导致同一距离门内双目标无法分辨。为此，本小节将探究如何利用有限的模态组合实现同一距离门双目标的方位角估计。

假设目标区域某一距离门内有两个目标，其方位角分别是 φ_1 和 φ_2 ，俯仰角均为 θ ，且复系数 A 相同，则当发射的OAM模态为 $\pm l$ 时，回波比 χ 可以表示为

$$\chi = \frac{s(l) - s(-l)}{s(l) + s(-l)} = \frac{e^{jl\varphi_1} + e^{jl\varphi_2} - e^{-jl\varphi_1} - e^{-jl\varphi_2}}{e^{jl\varphi_1} + e^{jl\varphi_2} + e^{-jl\varphi_1} + e^{-jl\varphi_2}} \quad (31)$$

根据欧拉公式进行简化，可以得到

$$\chi = j \tan \left[l \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \right] \quad (32)$$

由式(32)可知，当同一距离门存在两个目标信息时，3.1节所提方法只能得到两个目标方位角的均值信息，令 $\varphi_1 + \varphi_2 = \Sigma\varphi$ ，则可以得到

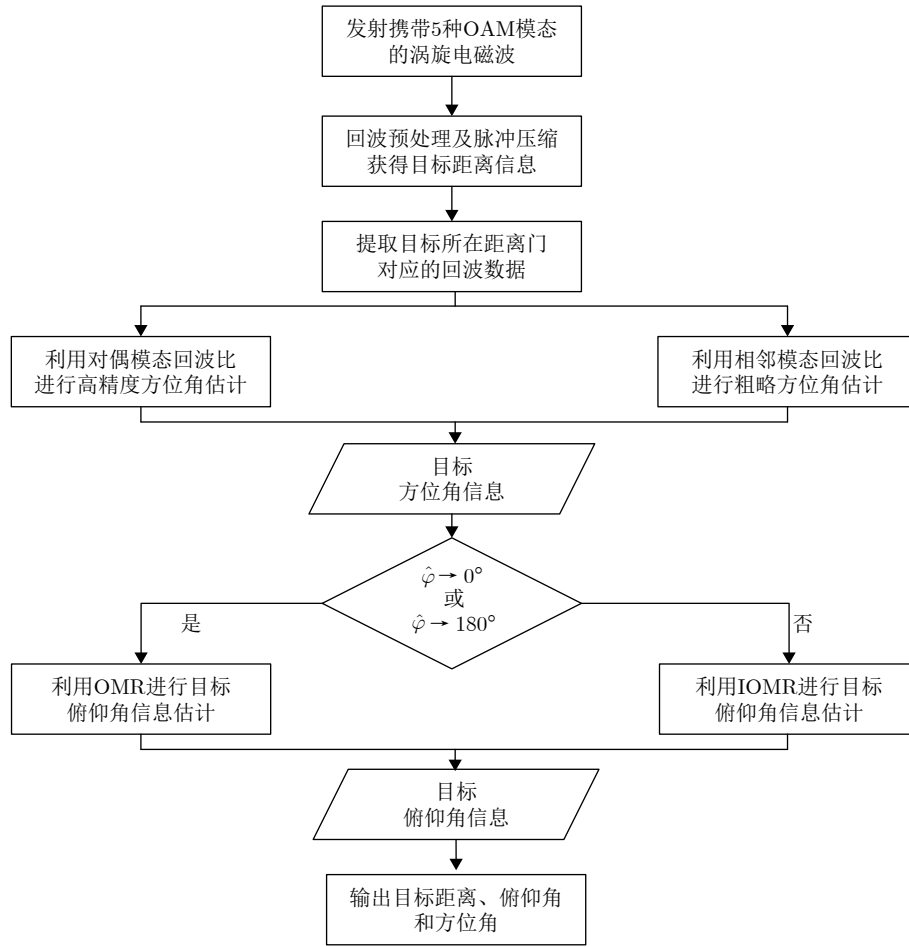


图4 同一距离门内单目标参数估计方法流程图

Fig. 4 Flowchart of the parameter estimation method for a single target within the same range bin

$$\Sigma\varphi = 2 \arctan(-j\chi)/l \quad (33)$$

为了实现 φ_1 和 φ_2 的解耦,需要引入额外的观测维度。调整发射OAM模态为 $l-1$ 和 $l+1$ 阶,接收到的回波分别为

$$s(l-1) = A j^{l-1} [e^{j(l-1)\varphi_1} + e^{j(l-1)\varphi_2}] J_{l-1}(\xi) \quad (34)$$

$$s(l+1) = A j^{l+1} [e^{j(l+1)\varphi_1} + e^{j(l+1)\varphi_2}] J_{l+1}(\xi) \quad (35)$$

直接对两个模态回波进行比值处理得,定义相邻OAM模态回波比 β 为

$$\beta = \frac{j^{-l+1} s(l-1)}{j^{-l-1} s(l+1)} = \frac{A [e^{j(l-1)\varphi_1} + e^{j(l-1)\varphi_2}] J_{l-1}(\xi)}{A [e^{j(l+1)\varphi_1} + e^{j(l+1)\varphi_2}] J_{l+1}(\xi)} \quad (36)$$

根据贝塞尔函数的导数性质 $J'_l(\xi) = \frac{1}{2} [J_{l-1}(\xi) - J_{l+1}(\xi)]$,当目标位于涡旋电磁 l 模态主瓣时,该俯仰角处 $l-1$ 和 $l+1$ 模态的涡旋电磁波幅度近似相同。即

$$J_{l-1}(\xi) \approx J_{l+1}(\xi) \quad (37)$$

考虑到涡旋电磁波主瓣覆盖范围及其非均匀能量分布特性,实际系统可通过合理设计UCA阵列

参数与OAM模态,使感兴趣区域内目标位于主瓣范围,从而满足式(37)条件并保证参数估计精度。

然而,实际观测场景中,贝塞尔函数幅度项同时受到目标俯仰角、OAM模态、阵列半径以及发射频率等参数的共同影响。当式(37)的近似条件失效时,式(36)中将不可避免地引入贝塞尔幅度比值项 $\eta(\theta) = J_{l-1}(\xi)/J_{l+1}(\xi)$ 。针对该问题,本文提出了一种补偿策略:首先,利用式(33)提取双目标方位角的平均值。随后,将该均值代入3.2节提出的动态自适应切换机制中,获取俯仰角的近似估计值 $\hat{\theta}$ 。最后,据此计算补偿因子 $1/\eta(\hat{\theta})$,以完成对式(36)的幅度补偿。

需要指出的是,由于3.2节中OMR及IOMR均是基于同一距离门内的单目标模型推导,将双目标近似等效为位于其方位角均值处的单目标,会引入一定的误差。此外由于双目标俯仰角的推导涉及贝塞尔函数的复杂非线性特性,难以求得严格的闭式解析表达。因此,本文进一步在涡旋电磁波主瓣覆盖范围内,结合数值仿真对该等效近似引起的误差进行了定量评估与分析。

如图5所示，当目标位于涡旋电磁波主瓣范围内但偏离主瓣峰值时，会引入微小的估计误差。然而，该误差极低，对后续的幅度补偿过程影响可忽略不计。

在满足或已补偿该近似条件的前提下，根据欧拉公式对式(36)进行简化，可以得到

$$\beta = \frac{\cos \left[(l-1) \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right]}{\cos \left[(l+1) \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right]} e^{-j(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (38)$$

令 $\beta e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} = C$, $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$, 对式(38)进行化简可以得到

$$C = \frac{\cos \left[(l-1) \frac{\Delta\varphi}{2} \right]}{\cos \left[(l+1) \frac{\Delta\varphi}{2} \right]} \quad (39)$$

利用余弦展开公式 $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$, 进一步化简得到

$$C = \frac{\cos \left(l \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) + \sin \left(l \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \sin \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)}{\cos \left(l \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) - \sin \left(l \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \sin \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)} \quad (40)$$

上下同除以 $\cos \left(l \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)$, 进一步化简可得

$$\tan \left(l \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \tan \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) = \frac{C-1}{C+1} \quad (41)$$

从式(41)中可以看出，式(41)难以类似式(33)直接化简为简单表达式。由于三角函数倍角公式极其复杂，因此为求解式(41)，可以将方位角估计转化为多项式求解问题。具体而言，需要根据发射的模式来进行进一步化简。本文以 $l=2$ 为例可得

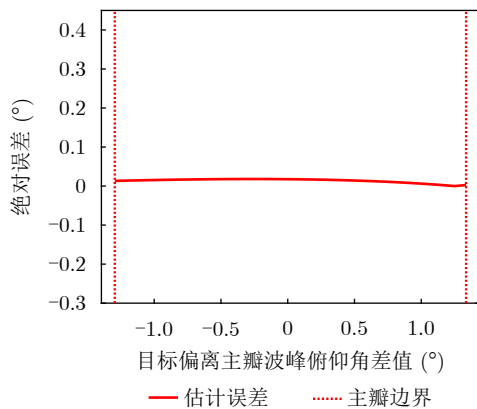


图5 同一距离门内双目标俯仰角估计误差

Fig. 5 Elevation angle estimation error for dual targets within the same range bin

$$\tan(\Delta\varphi) \tan \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) = \frac{C-1}{C+1} \quad (42)$$

利用正切函数二倍角公式 $\tan(\Delta\varphi) = \left[2 \tan \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right] / \left[1 - \tan^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right]$, 进一步化简得到

$$\frac{2 \tan^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)}{1 - \tan^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)} = \frac{C-1}{C+1} \quad (43)$$

利用三角函数万能公式 $\cos(\Delta\varphi) = \left[1 - \tan^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right] / \left[1 + \tan^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right]$, 进一步化简得到

$$\cos(\Delta\varphi) = \frac{2C+2}{4C} \quad (44)$$

因此，双目标的角度差的绝对值为

$$|\Delta\varphi| = \arccos \left(\frac{C+1}{2C} \right) \quad (45)$$

需要进一步说明的是，由式(45)计算 $\Delta\varphi$ 时，理论上会产生 $\Delta\varphi = \pm |\Delta\varphi| + 2h\pi$, $h \in \mathbb{Z}$ 的多组候选解。另一方面，通过式(33)可得到 $\varphi_1 + \varphi_2 \in (-2\pi, 2\pi]$ 。因此，目标方位角满足 $\varphi_1, \varphi_2 \in (-\pi, \pi]$ 且 $\Delta\varphi \in (-2\pi, 2\pi]$ 的约束条件。

由于上述约束条件的限制，仅当 $h = \{-1, 0, 1\}$ 时，候选解满足约束条件 $\Delta\varphi \in (-2\pi, 2\pi]$ ，其余周期解可直接排除。进一步，需要一定的先验信息来确定 φ_1 和 φ_2 的大小顺序或直接施加约束 $\varphi_1 \geq \varphi_2$ 。结合已求得的方位角和值 $\Sigma\varphi$, $\varphi_1 = (\Sigma\varphi + \Delta\varphi)/2$ 和 $\varphi_2 = (\Sigma\varphi - \Delta\varphi)/2$, 满足区间约束的候选方位角对仅剩两组：真实解 (φ_1, φ_2) 和由于三角函数周期性而造成的模糊解 $(\varphi_1 \pm \pi, \varphi_2 \mp \pi)$ 。

然而，将上述模糊解 $(\varphi_1 \pm \pi, \varphi_2 \mp \pi)$ 代入涡旋电磁波的相位项 $e^{jl\varphi}$ 中时，会额外产生一个依赖于 OAM 模式 l 的相位因子，即 $e^{jl(\varphi+\pi)} = e^{jl\varphi} \cdot e^{\pm j l \pi} = e^{jl\varphi} \cdot (-1)^l$ 。这意味着，与真实解相比，模糊解构造出的理论回波在偶数模态下与真实解一致，而在奇数模态下会产生符号翻转。因此通过联合奇偶模态的实际回波信号进行检验，即可有效排除由三角函数周期性引入的模糊解，从而确定真实解 (φ_1, φ_2) ，最终实现同一距离门双目标的方位角估计。

图6展示了同一距离门双目标方位角信息处理流程。在共发射5种OAM模态的条件下，所提方法即可实现对同一距离门双目标方位角的高精度估计。

3.4 本文所提估计方法理论性能分析

本文在后续所有数值仿真与微波暗室实验中，

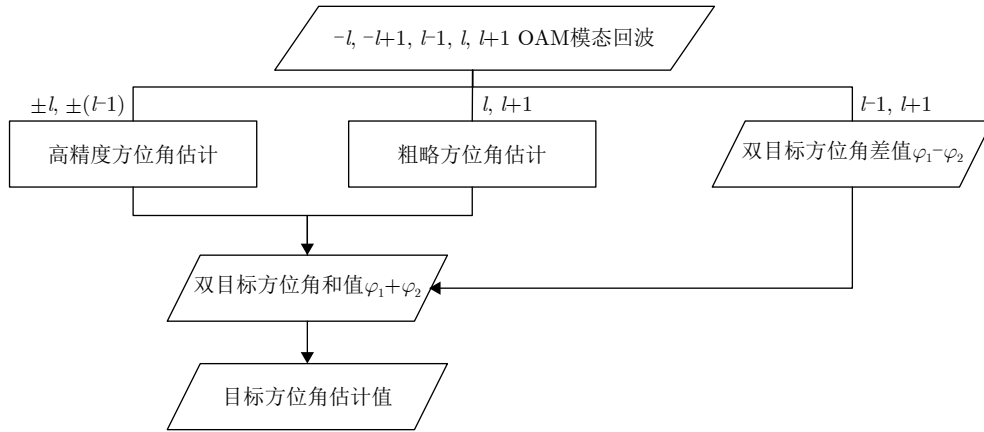


图6 同一距离门双目标方位角信息估计流程图

Fig. 6 Flowchart of azimuth angle information estimation for dual targets within the same range bin

均严格定义发射模态集中最小的SNR作为系统的等效全局信噪比^[26], 即

$$\text{SNR} = \min[\text{SNR}_{l_1}, \text{SNR}_{l_2}, \dots, \text{SNR}_{l_g}, \dots, \text{SNR}_{l_G}] \quad (46)$$

其中 $\text{SNR}_{l_g} = |s(l_g)|^2 / \sigma^2$ 表示第 l_g 阶OAM模态的接收回波信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)。

根据统计信号估计理论^[30]。当考虑系统噪声影响时, 发射第 l 阶OAM模态对应的接收到的回波为

$$S_r(l) = s(l) + n \quad (47)$$

其中, $s(l)$ 为无噪声理想回波, n 表示复高斯噪声。

此时, 考虑噪声影响的VEMW回波比可以表示为

$$\chi_n = \frac{S_r(l) - S_r(-l)}{S_r(l) + S_r(-l)} \quad (48)$$

在 $n=0$ 点附近进行一阶泰勒展开, 由于目标方位角为实数, 方位角的估计方差可近似表示为

$$\text{var}[\hat{\varphi}] \approx \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial S_r(l)} \right|^2 \sigma^2 + \left| \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial S_r(-l)} \right|^2 \sigma^2 \right) \quad (49)$$

根据链式法则, 偏导数可以分解为

$$\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial S_r(l)} = \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \chi_n} \cdot \frac{\partial \chi_n}{\partial S_r(l)}, \quad \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial S_r(-l)} = \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \chi_n} \cdot \frac{\partial \chi_n}{\partial S_r(-l)} \quad (50)$$

令 $n=0$, 分别计算上述偏导式, 可以得到

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \chi_n} \right|_{n=0} &= \frac{-j \cos^2(l\hat{\varphi})}{l}, \\ \left. \frac{\partial \chi_n}{\partial S_r(l)} \right|_{n=0} &= \frac{s(-l)}{2s(l)s(-l)\cos^2(l\hat{\varphi})}, \\ \left. \frac{\partial \chi_n}{\partial S_r(-l)} \right|_{n=0} &= \frac{-s(l)}{2s(l)s(-l)\cos^2(l\hat{\varphi})} \end{aligned} \quad (51)$$

将式(51)代入式(49), 可得同一距离门单目标理论方差为

$$\text{var}[\hat{\varphi}] \approx \frac{1}{4l^2 \text{SNR}_l} \quad (52)$$

假设是在同一距离门双目标的情况下, 目标1和目标2的理论方差可表示为和值部分与差值部分方差的叠加。

$$\text{var}[\hat{\varphi}_1] = \text{var}[\hat{\varphi}_2] \approx \frac{1}{4} \text{var}[\Sigma\varphi] + \frac{1}{4} \text{var}[\Delta\varphi] \quad (53)$$

其中, $\frac{1}{4} \text{var}[\Sigma\varphi]$ 可以由式(52)得出

$$\frac{1}{4} \text{var}[\Sigma\varphi] = \text{var} \left[\frac{\Sigma\varphi}{2} \right] = \text{var}[\hat{\varphi}] \approx \frac{1}{4l^2 \text{SNR}_l} \quad (54)$$

对于差值部分, 在考虑噪声的影响下, 相邻OAM模态回波比可以表示为

$$\beta_n = \frac{j^{-l+1} S_r(l-1)}{j^{-l-1} S_r(l+1)} \quad (55)$$

在 $n=0$ 点附近进行一阶泰勒展开, 差值部分的估计方差可近似表示为

$$\text{var}[\Delta\varphi] \approx \left| \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial C} \right|^2 \frac{\text{var}[\hat{\beta}_n]}{2} \quad (56)$$

其中, $\text{var}[\hat{\beta}_n]$ 可以表示为

$$\text{var}[\hat{\beta}_n] = \left| \frac{\partial \hat{\beta}_n}{\partial S_r(l-1)} \right|^2 \sigma^2 + \left| \frac{\partial \hat{\beta}_n}{\partial S_r(l+1)} \right|^2 \sigma^2 \quad (57)$$

令 $n=0$, 分别计算上述偏导式, 可以得到

$$\left. \frac{\partial \hat{\beta}_n}{\partial S_r(l-1)} \right|_{n=0} = \frac{\beta}{s(l-1)}, \quad \left. \frac{\partial \hat{\beta}_n}{\partial S_r(l+1)} \right|_{n=0} = \frac{\beta}{s(l+1)} \quad (58)$$

代入式(57)可以得到

$$\text{var}[\hat{\beta}_n] = |\beta|^2 \left[\frac{1}{\text{SNR}_{l-1}} + \frac{1}{\text{SNR}_{l+1}} \right] \quad (59)$$

通过对式(45)进行求偏导, 可以得到

$$\left(\frac{\partial \Delta \varphi}{\partial C}\right)^2 = \frac{4\cos^4 \left[(l+1) \frac{\Delta \varphi}{2} \right]}{[l \sin(\Delta \varphi) + \sin(l\Delta \varphi)]^2} \quad (60)$$

将式(59)和式(60)代入式(56)可以得到

$$\begin{aligned} \text{var}[\Delta \varphi] \approx & \frac{4\cos^4 \left[(l+1) \frac{\Delta \varphi}{2} \right]}{[l \sin(\Delta \varphi) + \sin(l\Delta \varphi)]^2} \\ & \cdot |\beta|^2 \left[\frac{1}{\text{SNR}_{l-1}} + \frac{1}{\text{SNR}_{l+1}} \right] \end{aligned} \quad (61)$$

最后，将式(61)和式(52)代入式(53)可以得到同一距离门双目标的方位角理论方差为

$$\begin{aligned} \text{var}[\hat{\varphi}_1] = \text{var}[\hat{\varphi}_2] \approx & \frac{1}{4l^2 \text{SNR}_l} \\ & + \frac{\cos^2 \left[(l-1) \frac{\Delta \varphi}{2} \right] \cos^2 \left[(l+1) \frac{\Delta \varphi}{2} \right]}{2[l \sin(\Delta \varphi) + \sin(l\Delta \varphi)]^2} \\ & \cdot \left[\frac{1}{\text{SNR}_{l+1}} + \frac{1}{\text{SNR}_{l-1}} \right] \end{aligned} \quad (62)$$

由式(62)可知，同一距离门内双目标的方位角理论方差与目标的方位角差值密切相关。因此，在固定其他参数的情况下，绘制了理论方差随方位角差值变化的曲线。

如图7所示，当两目标的方位角差值趋近于 0° 和 180° 时，由于式(62)中的分母项接近于极小值，导致方位角的理论方差趋于无穷大。随着方位角差值的逐渐增大，该理论方差呈现出先急剧下降、后趋于收敛并保持平稳的变化趋势。

对于本节提出的俯仰角自适应估计方法，在方位角先验已知的条件下，俯仰角估计的理论方差可推导为^[26]

$$\text{var}[\hat{\theta}] \approx \frac{\xi^2 [4l^2 \cos^2 \varphi \text{SNR}_l + \xi^2 (3 + 2\text{SNR}_l)]}{8l^2 \text{SNR}_l^2 \cos^2 \varphi (k^2 a^2 - \xi^2)} \quad (63)$$

综上推导可知，由式(52)可知，同一距离门内

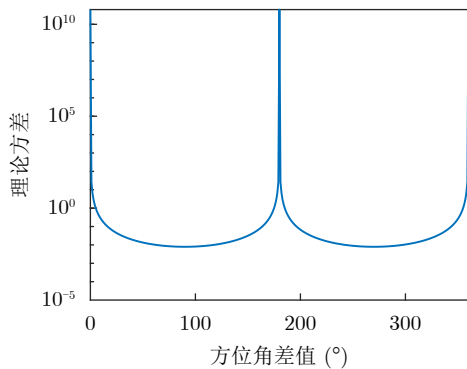


图7 理论方差随方位角差值变化图

Fig. 7 Variation of theoretical variance with azimuth angle difference

单目标的方位角估计性能主要由发射的OAM模态及其对应的SNR决定。而对比式(62)可以看出，在双目标场景下，方位角的参数估计性能不仅依赖于OAM模态与SNR，还受到两个目标之间方位角差值的限制。此外，根据式(63)可以得出，目标俯仰角估计性能不仅与发射的OAM模态和SNR有关，还与系统参数(波数 k 、阵列半径 a)以及目标自身的俯仰角和方位角有关。因此，方位角估计精度的提升将进一步提高俯仰角估计精度。

3.5 所提方法的适用性边界分析

为进一步明确本文所提参数估计方法在不同空间目标分布场景下的适用边界，本节对多目标探测场景进行详细的分类讨论。

3.5.1 同距离门目标分布场景

当目标处于同一距离门。根据目标数量可以分为同一距离门内单目标、同一距离门内双目标和同一距离门内多目标3种场景。

针对同一距离门内单目标场景，对于目标参数 (r, θ, φ) 。其中，径向距离 r 可以通过脉冲压缩技术进行估计。随后，方位角 φ 和俯仰角 θ 可分别通过本文3.1节与3.2节提出的参数估计方法实现高精度估计。

针对同一距离门内双目标场景，设同一距离门内双目标的参数分别为 (r, θ_1, φ_1) 和 (r, θ_2, φ_2) 。其参数估计可以分为如下两种情况：

(1) 目标俯仰角不同，即目标参数满足 $\theta_1 \neq \theta_2$ 。

由于本文3.3节提出的同一距离门双目标方位角估计方法是建立在等俯仰角的假设前提下。当 $\theta_1 \neq \theta_2$ 时，由于构造相邻OAM模态比值的条件下，贝塞尔幅度项并不能抵消，因此3.3节所提闭式解将会失效。最终导致目标的方位角 φ 及俯仰角 θ 均不能成功估计。

(2) 目标俯仰角相同，即目标参数满足 $\theta_1 = \theta_2$ 。

在方位角估计方面，通过3.3节可进行双目标方位角估计。在俯仰角估计方面，即使在双目标俯仰角相同的情况下，OMR或IOMR表达式也无法进一步简化为式(28)和式(30)所示的简洁形式。

尽管如此，通过大量数值实验可以发现，当同一距离门内双目标的方位角间隔较小时，通过式(33)得到两个方位角均值，并将其直接代入式(28)或式(30)中，可以获取俯仰角估计结果 $\hat{\theta}$ 。但是不可避免的是，上述基于方位角均值的近似代入会引入一定的误差，如图8所示，俯仰角估计值 $\hat{\theta}$ 的误差会随着同一距离门内双目标方位角差值的增大而逐渐增大。

针对同一距离门多目标场景。尽管利用特定的

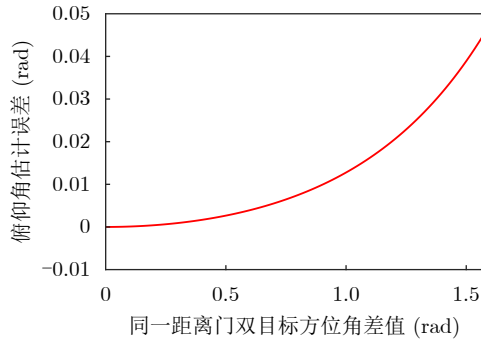


图8 同一距离门内双目标俯仰角估计误差随方位角差值变化图

Fig. 8 Variation of elevation angle estimation error with azimuth angle difference for dual targets within the same range bin

OAM模态能够通过闭式解进行同一距离门内双目标方位角估计,但随着距离单元内目标数量的进一步增加,估计难度将进一步增加。当场景中存在 $U(U \geq 3)$ 个目标时,回波比 χ 的广义形式为

$$\chi = \frac{s(l) - s(-l)}{s(l) + s(-l)} = \frac{\sum_{i=1}^U e^{jl\varphi_i} - e^{-jl\varphi_i}}{\sum_{i=1}^U e^{jl\varphi_i} + e^{-jl\varphi_i}} = \frac{j \sum_{i=1}^U \sin(l\varphi_i)}{\sum_{i=1}^U \cos(l\varphi_i)} \quad (64)$$

式(64)表明,多目标带来的空间相位表现为高阶非线性耦合。在方程数量受限于可用模态数的条件下,该方程组已不存在简单的代数一般解。针对这一理论瓶颈,未来的工作扩展可考虑两种可行思路:一是通过增加发射的OAM模态数量来增加方程数量,但需克服三角函数带来的复杂求解难题;二是引入雷达运动或波束扫描以增加观测维度,利用新增的观测维度将同一距离门内的多目标分离至不同的独立网格,即可将复杂的多目标问题分成多个单目标或双目标问题,进而使用本文所提方法。如何突破少量模态观测下的多维非线性参数估计,提出三目标及以上闭式解参数估计方法,将是未来的研究重点。

3.5.2 跨距离门目标分布场景

针对跨距离门目标场景,假设探测区域内存在 M 个目标,其空间参数表示为 $\{(r_i, \theta_i, \varphi_i)\}_{i=1}^M$ 。当任意两个目标的径向距离满足

$$|r_i - r_k| > \Delta r, i \neq k \quad (65)$$

其中, Δr 表示雷达系统的距离分辨率,则可以通过脉冲压缩技术将不同目标有效分离至各自独立的距离门内。

因此,跨距离门多目标场景可进一步分解为多个相互独立的同距离门目标子问题。对于每个距离

门的目标情况。可依据3.5.1节所述方法分别处理,即对应于同一距离门内的单目标、双目标或多目标场景。

4 试验和分析

4.1 仿真结果

为了定量评估所提出的二维角度估计方法的性能,本文基于表1所示的VEMW雷达参数开展仿真试验。需要特别说明的是,本文所提方法属于目标参数估计方法,通过涡旋电磁波特性推导得到非线性闭式解,实现目标空间参数的高精度估计。这种基于确定性方程求解的参数估计方法,与雷达成像中基于目标冲激响应宽度定义的“空间分辨率”存在一定的区别。因此,本文采用俯仰角 θ 和方位角 φ 的均方根误差(Root Mean Square Errors, RMSE)作为主要性能指标。

$$\text{RMSE}_\theta = \sqrt{\frac{1}{W} \sum_{w=1}^W (\hat{\theta}_w - \theta)^2} \quad (66)$$

$$\text{RMSE}_\varphi = \sqrt{\frac{1}{W} \sum_{w=1}^W (\hat{\varphi}_w - \varphi)^2} \quad (67)$$

其中 W 表示独立蒙特卡罗实验的总数, $\hat{\theta}_w$ 和 $\hat{\varphi}_w$ 是第 w 次实验的俯仰角和方位角估计值。通过比较不同SNR条件下俯仰角和方位角的RMSE,可以全面评估所提出方法在噪声环境下的角度估计性能,并与现有方法进行公平的比较。仿真参数汇总于表1。为了进行性能基准测试,将估计精度与相应CRLB进行比较,这些下界在理想条件下可作为理论参考。

为探究算法在跨距离门多目标场景下的有效性和鲁棒性,图9展示了跨距离门不同目标在不同SNR条件下的仿真结果。3个目标的二维角度分别为:目标1($2.57^\circ, 50^\circ$)、目标2($3.68^\circ, 50^\circ$)和目标3($3.68^\circ, 70^\circ$)。信噪比从0 dB到15 dB,步长为1 dB,

表1 本文所提参数估计方法的仿真和实测参数

Tab. 1 Simulation and measured parameters of the parameter estimation method proposed in this paper

参数	数值
载频 f_c	36 GHz
带宽 B_r	6 GHz
波长 λ	0.0083 m
半径 a	6.52λ
发射阵元数量	16
接收阵元数量	1
OAM模态 l	$[-2, -1, 1, 2, 3]$

每个信噪比水平下均进行了5000次独立的蒙特卡罗模拟。结果表明,在所考虑的信噪比范围内,所有目标的方位角估计RMSE均低于0.012,而俯仰角估计RMSE始终低于0.004。综上所述,仿真结果验证了所提出的方法在不同目标位置和信噪比条件下的有效性和鲁棒性。

为直观凸显本算法相较于现有技术的优越性。图10展示了所提出的方法与文献[26]对于目标1的性能比较。对比结果表明,无论是在俯仰角还是方位角的估计上,本文所提方法的RMSE均优于文献[26]算法。虽然本文算法在俯仰角精度上的提升幅度相对方位角较小,但其打破了文献[26]必须依赖“两次独立发射涡旋电磁波”的约束条件。本文算法仅需单次发射即可完成二维测角,在有效提升估计精度的同时,降低了雷达系统的时间开销与硬件控制复杂度。

此外,为了更加客观地评价不同算法对CRLB的逼近能力,图10采用单目标场景进行性能对比,以避免多目标间相互干扰对RMSE的影响。无论是方位角估计还是俯仰角估计,本文所提方法与文

献[26]方法的RMSE曲线整体均高于CRLB,且其变化趋势与CRLB保持一致。随着SNR的增加,本文所提方法与文献[26]方法的RMSE均逐渐逼近CRLB,但相比于文献[26],本文所提方法能够取得更接近理论下界的估计性能。由于本文方法采用闭式代数求解方法,在噪声扰动条件下,各参数求解过程中的误差会发生传播与累积,并可能会产生一定程度的误差放大。因此,在低信噪比条件下,估计误差较为明显;而随着SNR的提升,噪声影响逐渐减弱,RMSE将逐步逼近CRLB。然而,由于实际环境中误差传播效应的存在,RMSE通常难以完全达到CRLB。

为验证算法在三维多目标定位中的有效性与全角域适应性。图11展示了在不同SNR下,基于所提OAM三维目标参数估计算法对80个随机空间目标进行三维参数(距离、方位角、俯仰角)估计的仿真结果。需要特别说明的是,考虑到所提双目标参数估计方法的适用条件,实验设置了同一距离门内最多存在两个目标的限制。图中黑色方块代表目标的真实坐标,红色圆圈为算法的目标估计坐标,黄色

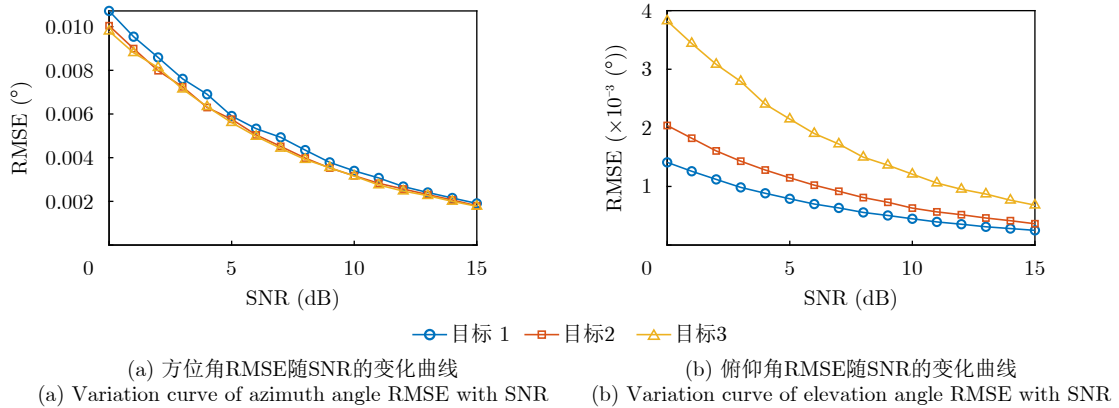


图 9 跨距离门多目标在不同信噪比下的RMSE

Fig. 9 RMSE of multiple targets across range bins under different SNR

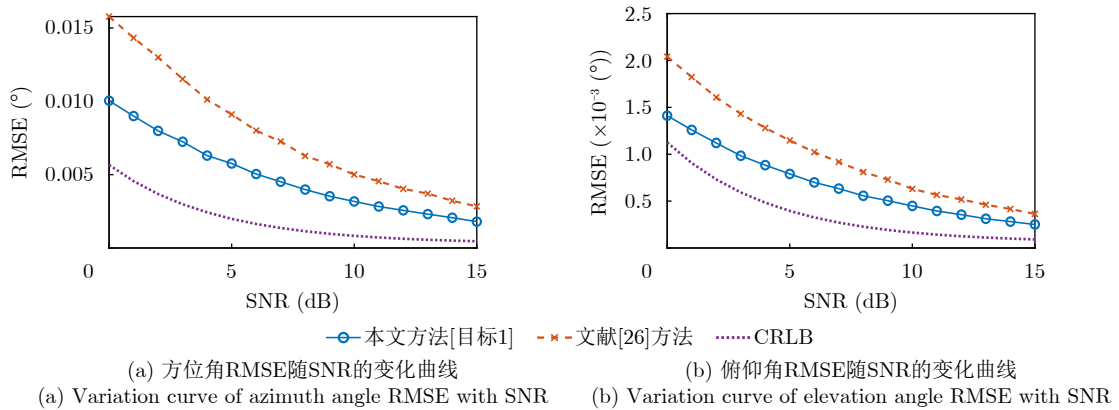


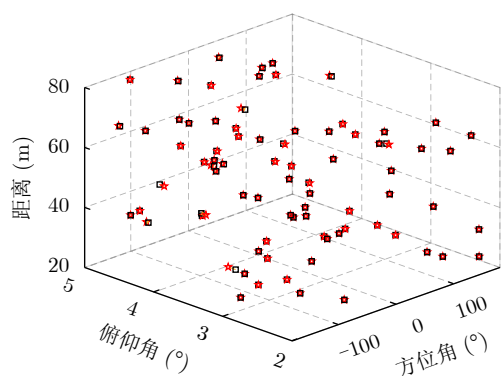
图 10 单目标场景下所提算法与现有算法的测角性能对比

Fig. 10 Comparison of angle measurement performance between the proposed algorithm and existing algorithms in a single-target scene

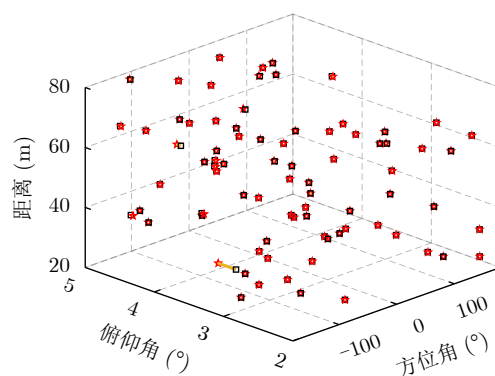
虚线则直观地刻画了二者之间的三维空间误差向量。如图所示,当 $\text{SNR}=0$ dB时,受噪声影响,部分估计点存在一定偏移;但随着信噪比的不断提升,红色估计点逐渐向真实目标收敛,代表误差的黄色连线显著缩短。这一结果直观验证了该算法在

三维多目标定位中的有效性,且展现出良好的抗噪鲁棒性与高精度的估计性能。

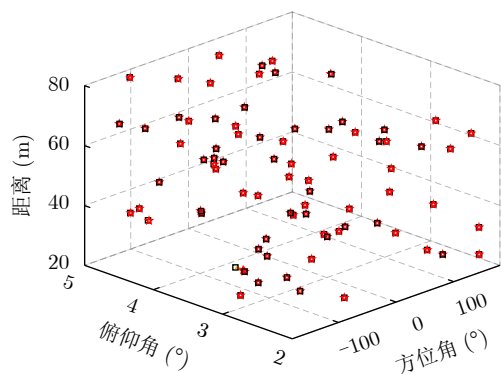
考虑到图11中表示估计误差的连线在密集区域较难清晰辨识,图12是与图11完全相同的目标样本数据,进一步对估计误差进行了定量分析,展示了



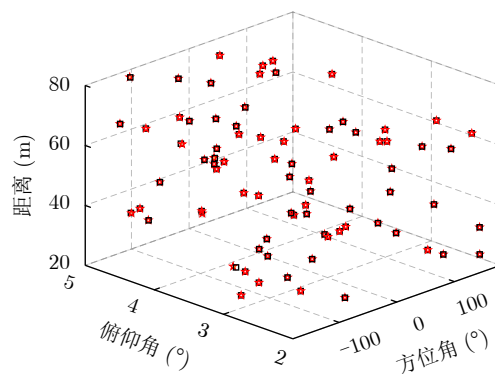
(a) 随机目标在 $\text{SNR}=0$ dB下的仿真结果
(a) Simulation results of random targets at $\text{SNR}=0$ dB



(b) 随机目标在 $\text{SNR}=5$ dB下的仿真结果
(b) Simulation results of random targets at $\text{SNR}=5$ dB



(c) 随机目标在 $\text{SNR}=10$ dB下的仿真结果
(c) Simulation results of random targets at $\text{SNR}=10$ dB

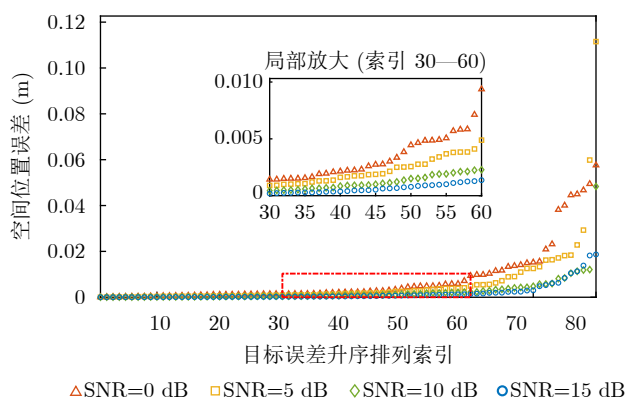


(d) 随机目标在 $\text{SNR}=15$ dB下的仿真结果
(d) Simulation results of random targets at $\text{SNR}=15$ dB

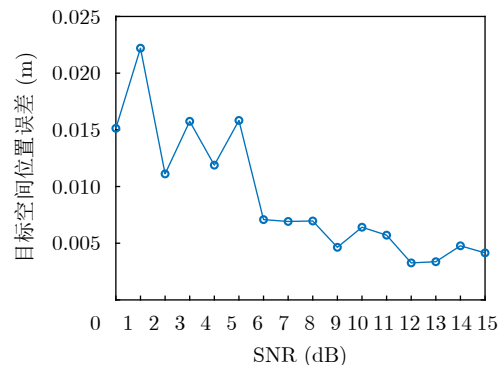
★ 估计目标 □ 真实值 --- 估计误差

图 11 随机目标在不同信噪比下的仿真结果

Fig. 11 Simulation results of random targets under different SNR



(a) 目标空间位置误差散点图
(a) Scatter plot of target spatial position errors



(b) 目标空间位置误差折线图
(b) Line chart of target spatial position errors

图 12 随机目标的空间位置在不同信噪比下的误差

Fig. 12 Spatial position errors of random targets under different SNR

所提算法下目标空间位置误差随SNR变化的趋势。其中，图12(a)以散点图形式给出了不同目标在不同SNR条件下的空间位置误差。如图所示，随着SNR的增大，目标空间位置误差整体呈持续下降趋势。即使在最差观测条件下(SNR=0 dB)，误差最大的目标其空间位置误差仍小于0.12 m，表明所提方法在低信噪比条件下仍具有较好的鲁棒性。图12(b)则以折线图形式给出了所有目标整体在不同SNR下的空间位置误差变化情况。如图所示，随着SNR的提升，空间位置误差呈现出显著下降趋势。尽管受有限样本规模影响，误差曲线在局部区域存在一定波动，但整体下降规律依然较为明显。从结果来看，在整个SNR变化范围内，目标空间位置误差始终低于0.025 m。当SNR达到12 dB及以上时，误差进一步降低至0.005 m以下，并逐渐趋于稳定。

需要特别指出的是，本文仿真中将目标的俯仰角范围限定在所选OAM模态的主瓣区域内，旨在充分展示本算法的最优参数估计性能与抗噪鲁棒性。这一设定并不意味着本算法的有效测角范围仅局限于图中所示的微小角域。在实际雷达系统设计中，基于涡旋电磁波的空间分布特性和感兴趣范围，完全可以通过灵活调整系统的工作频率、天线阵列的物理半径，或选取更高阶的OAM模态，来改变涡旋波束的能量分布与主瓣指向^[18]。因此，本算法具备高度的灵活性，能够根据不同的实际探测需求，实现对不同俯仰角域的目标高精度参数估计。

4.2 实验结果

为进一步验证本文所提三维参数联合估计算法在真实物理环境中的有效性与工程可行性，搭建了如图13所示的微波暗室测试系统。图13(a)给出了

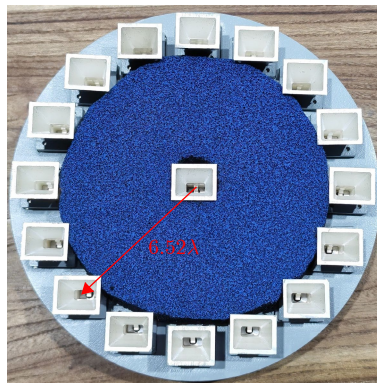
测试系统的天线阵列特写，发射端采用由16个标准喇叭天线构成的UCA，其圆环半径设定为 6.52λ ，阵列几何中心放置单个天线作为接收端。暗室中的实际测试场景如图13(b)所示。实验采用三角角反射器来模拟空间中的散射目标。

实验场景中设置了两个独立目标。在真实位置的标定过程中，首先以UCA的几何中心为原点建立空间直角坐标系 (x, y, z) 。随后，利用高精度激光测距仪分别测量出目标相对于阵列中心的三维直角坐标，并通过坐标变换严格计算出目标的真实距离、俯仰角及方位角。经测量，目标1的空间直角坐标为 $(-0.340 \text{ m}, 0.668 \text{ m}, 10.212 \text{ m})$ ，换算得到的球坐标为距离10.24 m、俯仰角 4.2° 、方位角 117° ；目标2的空间直角坐标为 $(1.129 \text{ m}, -0.411 \text{ m}, 9.787 \text{ m})$ ，换算得到的球坐标为距离9.86 m、俯仰角 7.0° 、方位角 -26° 。在后续测试中，场景1仅放置目标1，而场景2则同时放置目标1和目标2。

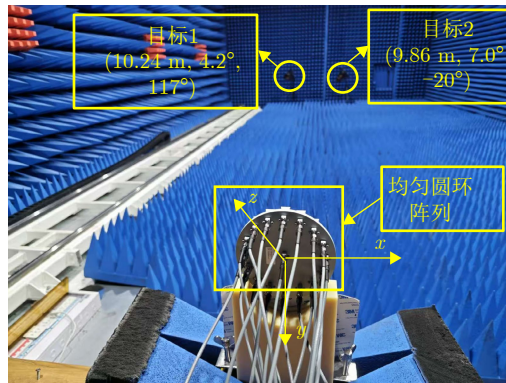
为确保目标角度参数估计的严谨性，首先验证系统生成的涡旋电磁波质量。在无目标场景下，如图14所示利用扫描探针对阵列辐射的空间电磁场进行了二维平面高精度采样。其中，扫描探针距天线阵列平面的距离为 4.4λ ，采样平面为 $0.132 \text{ m} \times 0.132 \text{ m}$ ，采样间隔设置为0.004 m。

图15给出了OAM模态 $l=2$ 时的实测远场方向图，由二维平面近场测量数据经远场变换后得到。从图15(a)的幅度分布可以看出，波束中心存在明显的能量弱区，呈现典型的中空环状辐射特征，这是由于涡旋电磁波的性质所致。同时，图15(b)的相位分布呈现出清晰的螺旋相位波前结构。上述实测结果与OAM波束的理论特性高度吻合^[31]。

在保障涡旋电磁波波束有效的基础上，开展参数估计的第一步：距离信息提取。图16详细展示了



(a) 天线阵列
(a) Antenna array



(b) 暗室中的实验场景
(b) Experimental scene in the anechoic chamber

图 13 实测实验设置

Fig. 13 Actual measurement experimental setup

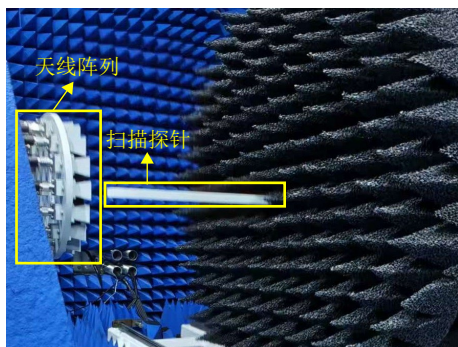


图 14 暗室测量场景设置

Fig. 14 Anechoic chamber measurement scene setup

通过脉冲压缩后的一维距离像(以OAM模式 $l=2$ 为例)。图16(a)为单目标场景(场景1)的估计结果,可以观察到在距离约10.24 m处出现了一个明显的极值峰,该峰值位置与真实目标的设定距离高度吻合。图16(b)进一步展示了双目标场景(场景2)的测量结果。在该场景下,得到了两个明显分离的尖锐

峰值,分别定位在约9.86 m和10.24 m处。该结果证实了系统能够精确锁定目标所在的距离单元,为后续的所提目标方位角信息及俯仰角信息估计方法提供了基础。

在精准锁定距离单元后,对该距离单元内的回波数据进行方位角及俯仰角信息估计,最终实现了目标三维空间信息(距离、俯仰角、方位角)的高精度估计。图17中的三维散点图直观地对比了目标的真实位置(黑色方框)与算法的估计位置(彩色圆圈),虚线则反映了两者之间的空间分布误差。具体的定量估计结果与真实参数一并汇总于表2中。

首先,在单目标测试(场景1)中,如图17(a)所示,估计坐标点与真实坐标点几乎完全重叠。结合表2数据可知,系统测得的三维坐标为(10.24 m, 4.05° , 115.5°)。与真实值相比,距离估计完全一致,俯仰角与方位角误差分别仅为 0.15° 和 1.5° 。其次,在双目标同时存在的环境(场景2)中,如图17(b)所示,所提方法成功估计了对应目标的三维参数信

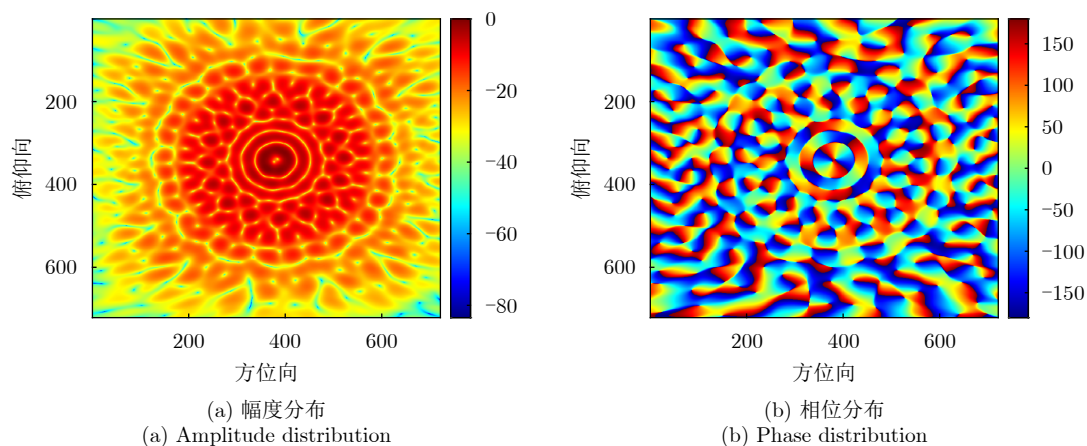
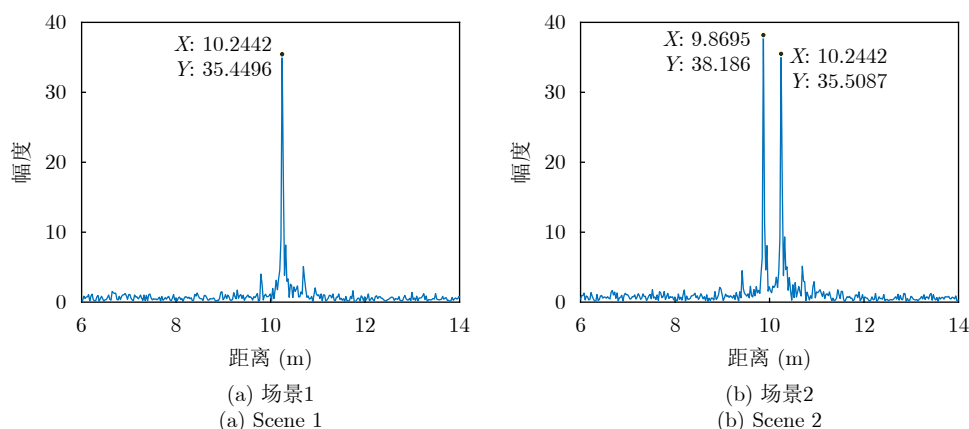
图 15 OAM模式 $l=2$ 的测量结果Fig. 15 Measurement results of OAM model $l=2$ 

图 16 距离估计验证实验

Fig. 16 Distance estimation verification experiment

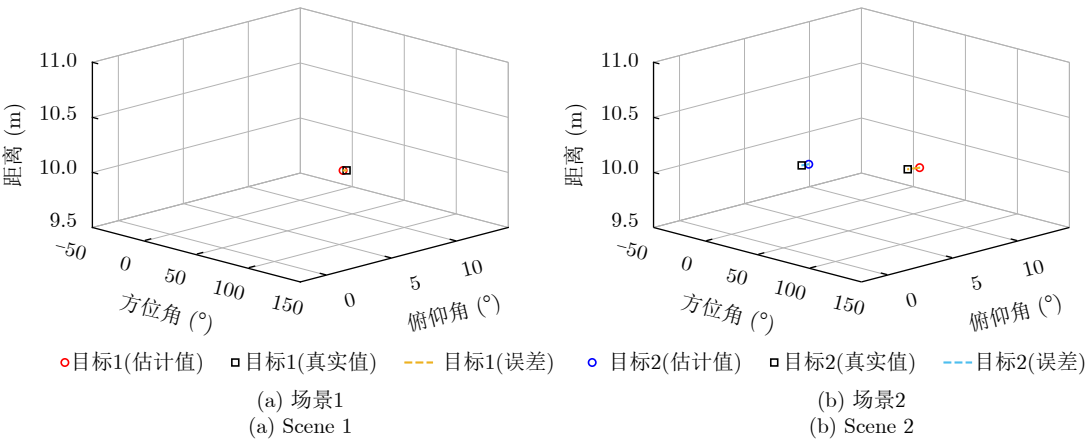


图 17 目标三维信息估计验证实验

Fig. 17 Target 3D information estimation verification experiment

表 2 实验测量结果

Tab. 2 Experimental measurement results

目标	真实位置	场景1实验结果	场景2实验结果
1	(10.24 m, 4.2°, 117°)	(10.24 m, 4.05°, 115.5°)	(10.24 m, 4.9°, 119.7°)
2	(9.86 m, 7.0°, -20°)	/	(9.87 m, 7.6°, -20.7°)

息。表2的数据进一步证实，目标1和目标2的距离测量与实际值一致；在角度维度上，目标1的俯仰角与方位角误差分别为0.7°和2.7°，目标2的误差低至0.6°和0.7°。

综上所述，微波暗室的各项测试结果与前文的理论推导及数值仿真高度吻合，从而证实了所提方法在目标三维参数估计方面具备良好的抗噪性与高精度性能。

5 结语

针对VEMW雷达在有限模态条件下面临的目标参数估计问题，本文提出了一种基于有限模态的目标三维参数估计方法。本文借鉴单脉冲测角思想，利用正负OAM模态VEMW，构建和差波束比值进行方位角估计。针对和差波束比值引入的角度模糊和同一距离单元无法分辨双目标问题，提出一种基于两组不同对偶OAM模态的“粗精结合”策略消除角度模糊问题。同时，利用相邻OAM模态贝塞尔函数性质，有效解决了同一距离门内双目标的参数估计问题。另外，通过改进OMR俯仰角估计方法，避免了VEMW的二次发射。仿真与微波暗室实验表明，在有限模态的限制下，所提方法仍可以保持高精度的目标三维参数估计，证明了方法的有效性。未来研究将主要集中在有限OAM模态观测条件下，进一步解决角闪烁问题，实现更高精度和更强鲁棒性的同一距离门多目标三维参数估计方法。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参考文献

[1] BARNETT S M and ALLEN L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams[J]. *Optics Communications*, 1994, 110(5/6): 670–678. doi: [10.1016/0030-4018\(94\)90269-0](https://doi.org/10.1016/0030-4018(94)90269-0).

[2] LIU Kang, CHENG Yongqiang, YANG Zhaocheng, et al. Orbital-angular-momentum-based electromagnetic vortex imaging[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14: 711–714. doi: [10.1109/LAWP.2014.2376970](https://doi.org/10.1109/LAWP.2014.2376970).

[3] PAPATHANASOPOULOS A and RAHMAT-SAMII Y. A review on Orbital Angular Momentum (OAM) beams: Fundamental concepts, potential applications, and perspectives[C]. 2021 XXXIVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS), Rome, Italy, 2021: 1–4. DOI: [10.23919/URSIGASS51995.2021.9560285](https://doi.org/10.23919/URSIGASS51995.2021.9560285).

[4] PADGETT M J. Orbital angular momentum 25 years on [Invited][J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11265–11274. doi: [10.1364/OE.25.011265](https://doi.org/10.1364/OE.25.011265).

[5] WEI Yixin, SHU Gaofeng, and LI Ning. Improving orbital angular momentum mode utilization with mode switching periodically in radar forward-looking imaging[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2025, 32: 3102–3106. doi: [10.1109/LSP.2025.3593646](https://doi.org/10.1109/LSP.2025.3593646).

- [6] WANG Yu, LIU Kang, LIU Hongyan, *et al.* High-speed moving target detection method with OAM radar[C]. 2024 IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on Advanced Materials and Processes for RF and THz Applications (IMWS-AMP), Nanjing, China, 2024: 1–3. DOI: [10.1109/IMWS-AMP62793.2024.10966750](https://doi.org/10.1109/IMWS-AMP62793.2024.10966750).
- [7] LIU Kang, LI Xiang, GAO Yue, *et al.* High-resolution electromagnetic vortex imaging based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(21): 6918–6927. doi: [10.1109/JSEN.2017.2754554](https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2754554).
- [8] TAN Zhengkuan, LIU Hongyan, LIU Kang, *et al.* Azimuth-elevation 2D angle estimation method with electromagnetic vortex[C]. 2025 IEEE International Workshop on Electromagnetics: Applications and Student Innovation Competition (iWEM), Hong Kong, China, 2025: 316–319. DOI: [10.1109/iWEM65640.2025.11167933](https://doi.org/10.1109/iWEM65640.2025.11167933).
- [9] SHI Zhuyu, PAN Haoran, LV Kun, *et al.* 3D-TF-spectrum-based rotational parameter extraction of extended target with vortex electromagnetic wave radar[C]. 2024 IEEE International Conference on Signal, Information and Data Processing (ICSIDP), Zhuhai, China, 2024: 1–6. DOI: [10.1109/ICSIDP62679.2024.10867962](https://doi.org/10.1109/ICSIDP62679.2024.10867962).
- [10] LU Zekai, WANG Jiale, LIAN Jie, *et al.* A mode-matching approach for acoustic vortex generation in circular array configurations[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2024, 31: 1590–1594. doi: [10.1109/LSP.2024.3411510](https://doi.org/10.1109/LSP.2024.3411510).
- [11] ZHOU Tianjun, HE Zhengyao, SHI Qiang, *et al.* Multisnapshot high-resolution gridless DOA estimation for uniform circular arrays[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2024, 31: 1705–1709. doi: [10.1109/LSP.2024.3414373](https://doi.org/10.1109/LSP.2024.3414373).
- [12] LIU Hongyan, LIU Kang, CHENG Yongqiang, *et al.* Microwave vortex imaging based on dual coupled OAM beams[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(2): 806–815. doi: [10.1109/JSEN.2019.2943698](https://doi.org/10.1109/JSEN.2019.2943698).
- [13] WANG Jianqiu, LIU Kang, WANG Yu, *et al.* A novel forward-looking target reconstruction method with electromagnetic vortex interferometry[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2023, 71(12): 5428–5444. doi: [10.1109/TMTT.2023.3278947](https://doi.org/10.1109/TMTT.2023.3278947).
- [14] QU Haiyou, LI Shiyuan, CHEN Chang, *et al.* High-resolution orbital angular momentum imaging with the removal of Bessel function modulation effect[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2024, 72(4): 2577–2590. doi: [10.1109/TMTT.2023.3314107](https://doi.org/10.1109/TMTT.2023.3314107).
- [15] YANG Ting, SHI Hongyin, LIU Da, *et al.* High-resolution vortex electromagnetic wave radar sparse imaging using efficient 2D-SLIM[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2026, 12: 614–629. doi: [10.1109/TCI.2026.3663911](https://doi.org/10.1109/TCI.2026.3663911).
- [16] WANG Siyuan, LUO Ying, CHEN Yijun, *et al.* 3-D imaging with vortex electromagnetic wave radar based on nested array structure—part I: Sparse imaging algorithm[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2025, 25(23): 42988–43002. doi: [10.1109/JSEN.2025.3590635](https://doi.org/10.1109/JSEN.2025.3590635).
- [17] CAI Jiazhen, GAO Xinlu, HUANG Jiajie, *et al.* High-resolution multimode electromagnetic vortex imaging driven by the RELAX algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2026, 74(4): 3250–3265. doi: [10.1109/TAP.2026.3651998](https://doi.org/10.1109/TAP.2026.3651998).
- [18] 王建秋, 刘康, 王煜, 等. 涡旋电磁波雷达成像分辨力研究[J]. 雷达学报, 2021, 10(5): 680–690. doi: [10.12000/JR21054](https://doi.org/10.12000/JR21054).
WANG Jianqiu, LIU Kang, WANG Yu, *et al.* Resolution analysis of vortex electromagnetic radar imaging[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(5): 680–690. doi: [10.12000/JR21054](https://doi.org/10.12000/JR21054).
- [19] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [20] ROY R and KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(7): 984–995. doi: [10.1109/29.32276](https://doi.org/10.1109/29.32276).
- [21] LIN Mingtuan, GAO Yue, LIU Peiguo, *et al.* Improved OAM-based radar targets detection using uniform concentric circular arrays[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2016, 2016: 1852659. doi: [10.1155/2016/1852659](https://doi.org/10.1155/2016/1852659).
- [22] CHEN Rui, LONG Wenxuan, GAO Yue, *et al.* Orbital angular momentum-based two-dimensional super-resolution targets imaging[C]. 2018 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP), Anaheim, USA, 2018: 1243–1246. DOI: [10.1109/GlobalSIP.2018.8646368](https://doi.org/10.1109/GlobalSIP.2018.8646368).
- [23] ZHANG Lingling, ZHU Yongzhong, CHEN Yijun, *et al.* Three-dimensional micro-Doppler parameter estimation of rotor target based on VEMW radar[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2025, 25(6): 10155–10162. doi: [10.1109/JSEN.2025.3533009](https://doi.org/10.1109/JSEN.2025.3533009).
- [24] ZHANG Hongyun, LI Ping, and ZHANG Guangwei. Orbital angular momentum radio-wave-based 2-D target angle estimation with mutual coupling[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(6): 6169–6177. doi: [10.1109/JSEN.2023.3241006](https://doi.org/10.1109/JSEN.2023.3241006).
- [25] MATHEWS C P and ZOLTOWSKI M D. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(9): 2395–2407. doi: [10.1109/78.317861](https://doi.org/10.1109/78.317861).
- [26] TAN Zhengkuan, LIU Kang, LIU Hongyan, *et al.* Object location estimation method with radar transmitting vortex electromagnetic wave[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2025, 73(12): 10748–10756. doi: [10.1109/TAP.2025.3611297](https://doi.org/10.1109/TAP.2025.3611297).
- [27] 王勇, 刘禹锋. 单脉冲成像技术发展现状综述[J]. 雷达学报(中

- 英文), 2026, 15(1): 307–330. doi: [10.12000/JR25057](https://doi.org/10.12000/JR25057).
- WANG Yong and LIU Yufeng. A review of the current developments in monopulse imaging technology[J]. *Journal of Radars*, 2026, 15(1): 307–330. doi: [10.12000/JR25057](https://doi.org/10.12000/JR25057).
- [28] 李悦丽, 马萌恩, 赵崇辉, 等. 基于单脉冲雷达和差通道多普勒估计的前视成像[J]. 雷达学报, 2021, 10(1): 131–142. doi: [10.12000/JR20111](https://doi.org/10.12000/JR20111).
- LI Yueli, MA Men'en, ZHAO Chonghui, *et al.* Forward-looking imaging via Doppler estimates of sum-difference measurements in scanning monopulse radar[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(1): 131–142. doi: [10.12000/JR20111](https://doi.org/10.12000/JR20111).
- [29] LIU Kang, LIU Hongyan, QIN Yuliang, *et al.* Generation of OAM beams using phased array in the microwave band[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(9): 3850–3857. doi: [10.1109/TAP.2016.2589960](https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2589960).
- [30] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. Englewood Cliffs: PTR Prentice-Hall, 1993: 15–77.
- [31] MOHAMMADI S M, DALDORFF L K S, FOROZESH K, *et al.* Orbital angular momentum in radio: Measurement methods[J]. *Radio Science*, 2010, 45(4): RS4007. doi: [10.1029/2009RS004299](https://doi.org/10.1029/2009RS004299).

作者简介

舒高峰, 副教授。主要研究方向为涡旋电磁波雷达成像、SAR信号处理。

王怡童, 硕士生。主要研究方向为涡旋电磁波雷达成像、目标参数估计。

魏奕鑫, 硕士, 主要研究方向为涡旋电磁波, 雷达前视成像。

黄亚博, 副教授。主要研究方向为合成孔径雷达和光学图像处理技术。

李 宁, 教授, 主要研究方向为多模式合成孔径雷达成像及其应用技术。

(责任编辑: 于青)