

## 面向区域覆盖的多模态OAM投影聚焦最小二乘成像算法

熊文俊<sup>①</sup> 李蝶<sup>①</sup> 年毅恒<sup>①</sup> 朱士涛<sup>\*①</sup> 李财品<sup>②</sup> 张明<sup>①</sup> 张安学<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(西安交通大学信息与通信工程学院 西安 710049)

<sup>②</sup>(中国空间技术研究院西安分院 西安 710049)

**摘要:** 基于稀疏恢复模型的多模态OAM成像属于计算成像的范畴, 目标重构可建模为一个由成像方程表征的线性逆问题。使用最小二乘法进行求解时, 噪声扰动会对目标重构结果带来明显的不利影响, 且由于成像方程往往欠定而存在多解, 最小二乘法只追求数据拟合度, 目标重构结果与真实情况相差较大。考虑到噪声带来的求解误差与参考矩阵的奇异值成反比, 该文首先提出了一种基于阵元落差排布的阵列设计方法, 相比于传统的均匀圆形阵列设计能增加阵元数量, 降低参考矩阵列向量的相关性, 减少了小奇异值的数量。在此基础上, 提出了基于子空间投影算法的区域聚焦最小二乘算法, 通过基本相关法确定目标区域后, 将回波向量投影至目标区域线性子空间, 在聚焦目标区域将欠定成像方程变成超定成像方程的同时, 借助噪声与目标区域线性子空间的低相关性有效降低了噪声功率。最后, 利用模拟实验的方法对所提算法进行了验证。

**关键词:** 轨道角动量; 多模态OAM关联成像; 圆形阵列; 最小二乘; 子空间投影

中图分类号: TN820

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2026)x-0001-13

DOI: 10.12000/JR26048

CSTR: 32380.14.JR26048

**引用格式:** 熊文俊, 李蝶, 年毅恒, 等. 面向区域覆盖的多模态OAM投影聚焦最小二乘成像算法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR26048.

**Reference format:** XIONG Wenjun, LI Die, NIAN Yiheng, *et al.* Multimodal OAM projection-focusing least squares imaging algorithm for regional coverage[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR26048.

## Multimodal OAM Projection-Focusing Least Squares Imaging Algorithm for Regional Coverage

XIONG Wenjun<sup>①</sup> LI Die<sup>①</sup> NIAN Yiheng<sup>①</sup> ZHU Shitao<sup>\*①</sup> LI Caipin<sup>②</sup>

ZHANG Ming<sup>①</sup> ZHANG Anxue<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Information and Communications Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

<sup>②</sup>(China Academy Space Technology Xi'an Branch, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** Multimodal orbital angular momentum imaging, which uses sparse recovery models, is a form of computational imaging where target reconstruction can be formulated as a linear inverse problem defined by an imaging equation. However, solving this problem using the least squares method can lead to substantial degradation in reconstruction quality, even with minor noise perturbations. Moreover, because the imaging equation is often underdetermined and has multiple solutions, the least squares method, which prioritizes data fitting accuracy, frequently produces results that deviate considerably from the actual target. Given that solution errors caused by noise are inversely proportional to the singular values of the reference matrix, this study first introduces an array design method that uses nonuniform element placement. This method, when

收稿日期: ; 改回日期: ; 网络出版: 2026-xx-xx

\*通信作者: 朱士涛 [shitaozhu@xjtu.edu.cn](mailto:shitaozhu@xjtu.edu.cn) \*Corresponding Author: ZHU Shitao, [shitaozhu@xjtu.edu.cn](mailto:shitaozhu@xjtu.edu.cn)

基金项目: 国家重点研发计划(2022YFB3902400), 国家自然科学基金(62471379,62071371)

Foundation Items: The National Key Research and Development Program (2022YFB3902400), The National Natural Science Foundation of China (62471379, 62071371)

责任编辑: 郭忠义 Corresponding Editor: GUO Zhongyi

©The Author(s) 2026. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

compared to traditional uniform circular array designs, increases the number of array elements, reduces the correlation among the column vectors of the reference matrix, and decreases the number of small singular values. On this basis, a regional focusing least squares algorithm based on subspace projection is proposed. This algorithm first uses a basic correlation method to identify the target region. The echo vector is then projected onto the linear subspace of this target region. This projection transforms the underdetermined imaging equation into an overdetermined one within the focused target region. Concurrently, it effectively reduces noise power by exploiting the low correlation between noise and the target region's linear subspace. The proposed algorithm's effectiveness is subsequently validated through simulation experiments.

**Key words:** Orbital Angular Momentum (OAM); Multimodal OAM correlation imaging; Circular array; Least squares; Subspace projection

## 1 引言

雷达成像技术具有全天候、全天时工作的优点, 在各领域都有重要应用。典型雷达成像技术如实孔径雷达成像、合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)成像都有自身的局限。实孔径雷达分辨率严格受限于天线孔径<sup>[1]</sup>, 大尺寸阵列在工程实现上存在较大难度; SAR成像严重依赖雷达、目标之间的相对运动<sup>[2-4]</sup>, 目标非合作或位于雷达前视区域时成像困难。光学关联成像为实现微波频段高分辨率凝视成像提供了一种新思路<sup>[5]</sup>。经过波前调制使得辐射场在时空域具有随机波动特性<sup>[6-9]</sup>, 相当于对探测区域进行了差异化编码, 通过关联处理或稀疏恢复等方式提取回波中的空间编码信息完成目标重构。

携带轨道角动量(Orbital Angular Momentum, OAM)的电磁波波前相位为螺旋状, 被称为涡旋电磁波。涡旋电磁波波前在空间差异化分布, 相当于对探测区域进行了差异化编码, 且理论上涡旋电磁波具有无穷多种模态且各模态间相互正交。涡旋电磁波可视作频率和极化之外的信号调制维度, 能够突破衍射极限实现雷达超分辨率成像<sup>[10-17]</sup>, 在雷达探测领域有着巨大的应用前景。根据利用涡旋电磁波的不同性质, 涡旋电磁波成像算法主要分为空间谱估计算法和稀疏恢复算法两大类。谱估计算法利用方位角与涡旋电磁波OAM态的近似对偶关系, 包括快速傅里叶变换<sup>[18-20]</sup>、多信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)<sup>[21,22]</sup>、旋转不变性估计信号参数(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法<sup>[23]</sup>。稀疏恢复算法利用不同模态OAM 涡旋电磁波之间相互正交的性质, 相比谱估计算法具有更高的分辨率<sup>[24,25]</sup>, 如最小二乘(Least Squares, LS)算法<sup>[26]</sup>、稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)算法<sup>[24]</sup>、正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)<sup>[27,28]</sup>。

上述针对多模态OAM波束超分辨成像提出的稀疏恢复算法均存在自身限制, 稀疏贝叶斯学习算法和正交匹配追踪算法均涉及复杂的迭代过程, 计算开销大、实时性较差; 而最小二乘算法通过求解一次线性方程组即可完成目标重构, 在对实时性要求高时的成像场景具有较高的应用价值。但最小二乘算法对噪声敏感且由于成像方程欠定而存在多解, 而最小二乘法的优化目标只追求拟合程度, 目标重构结果常与真实情况误差较大。为了解决最小二乘算法对噪声敏感且目标重构结果与真实值相差较大的问题, 本文从天线设计优化及算法改进两个方面提出了一种面向区域覆盖的多模态OAM投影聚焦最小二乘成像算法。提出了一种基于阵元落差排布的阵列设计方法, 在口径确定的情况下相比传统的均匀圆形阵列使得阵元分布更紧凑, 能降低参考矩阵列向量的相关性, 减少小奇异值的数量, 从而降低噪声带来的不利影响。在天线设计的基础上, 本文提出了基于子空间投影算法改进的区域聚焦最小二乘算法, 通过基本相关法获取成像区域的先验信息, 利用子空间投影方法聚焦目标回波区域, 将欠定成像方程变成超定成像方程, 从而减小目标重构误差, 同时利用噪声与目标区域线性子空间的低相关性, 投影后有效降低噪声功率。

## 2 OAM波束的产生及幅相特征分析

### 2.1 1模态OAM波束的幅相特征

如图1所示, 考虑一个包含 $N$ 个阵元, 半径为 $R$ 的圆形阵列。为了便于理论分析, 将每个阵元视为各向同性的理想点源, 第 $n$ 个阵元的位置矢量为 $\mathbf{r}_n$ , 直角坐标为 $(R \cos \varphi_n, R \sin \varphi_n, 0)$ ,  $\varphi_n$ 是第 $n$ 个阵元的方位角, 第 $n$ 个阵元的激励电流为 $\mathbf{J}(\mathbf{r}_n) = \mathbf{W} \exp(jl\varphi_n)$ ,  $\mathbf{W}$ 为电流密度,  $l = 0, 1, 2, \dots$ 代表OAM波束的拓扑荷数。通过调控阵元激励相位 $\exp(jl\varphi_n)$ 中的参数 $l$ , 产生携带特定轨道角动量(OAM)的 $l$ 模态波束。

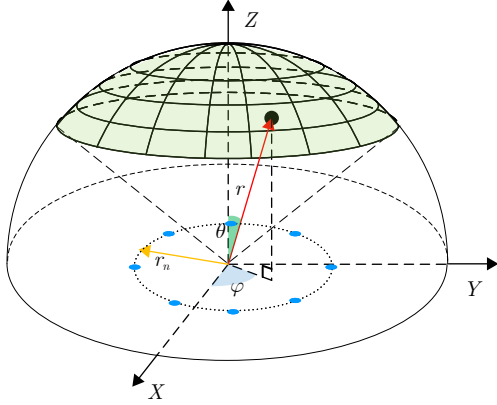


图 1 基于圆形阵列产生OAM波束的场景示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the scenario for generating OAM beams based on a circular array

经过理论推导得到圆形阵列的远区电场分布为

$$\mathbf{E}(l; \theta; \varphi) = \mathbf{C}(r) \sum_{n=0}^{N-1} \exp [jkR \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_n) \cdot \exp(jl\varphi_n)] \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{C}(r) = j\omega\mu_0 \mathbf{W} \exp(-jkr)/r$ ,  $k$  为波数。在理想情况下, 阵元数量  $N \rightarrow \infty$  时, 即  $\varphi_n$  在  $[0, 2\pi]$  上连续变化, 忽略复常量  $\mathbf{C}(r)$ , 将圆形阵列的远区电场重新表达为

$$E_l(l; \theta; \varphi) = N j^l B_l(kR \sin \theta) \exp(jl\varphi) \quad (2)$$

其中, 贝塞尔函数的标准定义  $B_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(x \sin \varphi - n\varphi)] d\varphi$ 。将式(2)表示的在理想情况下圆形阵列产生的电磁波称为  $l$  模态OAM波束, 利用圆形阵列产生多模OAM波束的Matlab仿真结果如图2、图3所示。

$l$  模态OAM波束的幅值只和俯仰角有关, 以俯仰角为自变量, 幅值变化满足  $l$  阶贝塞尔函数;  $l$  模态OAM波束的相位, 相位随方位角  $\varphi$  连续变化, 相位变化每变化  $2\pi$  需要  $1/l$  圈。

## 2.2 阵元数量有限时的模态混叠现象

在工程实际中, 阵元离散分布且数量有限, 有必要对阵元数量有限时圆形阵列产生OAM波束的情形进行理论分析。已知形如  $\exp(jx \cos \psi)$  函数的傅里叶级数展开式与贝塞尔函数存在对应关系:

$$\exp(jx \cos \psi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j^m B_m(x) \exp(jm\psi) \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)中, 圆形阵列的阵元等角度间隔排布, 即  $\varphi_n = 2\pi n/N$  条件下, 忽略复常量, 经过推导将均匀圆形阵列的远区电场分布重新表达为

$$E_F(l; \theta; \varphi) = N \sum_{q=-\infty}^{\infty} j^{l+qN} B_{l+qN}(kR \sin \theta) \cdot \exp[j(I + qN)\varphi] \quad (4)$$

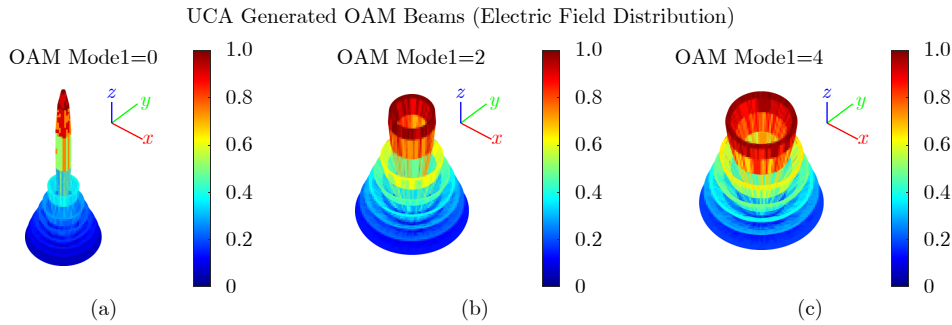


图 2 不同模态OAM波束的电场幅值空间分布

Fig. 2 Spatial distribution of electric field amplitude for OAM beams with different modes

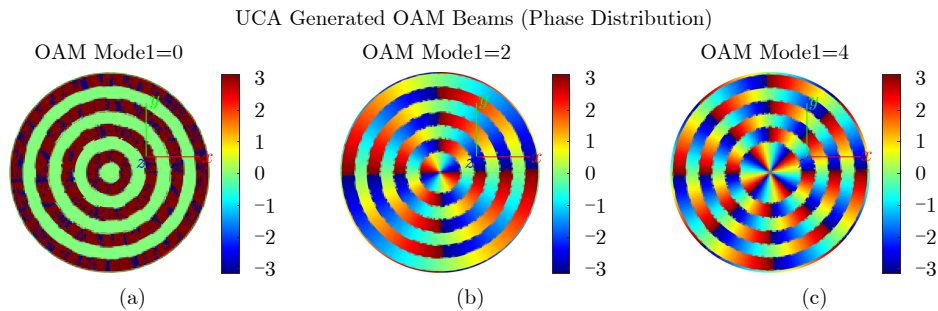


图 3 不同模态OAM波束的电场相位空间分布

Fig. 3 Spatial distribution of electric field phase for OAM beams with different modes

从式(4)可以看出阵元数量有限时,圆形阵列产生 $l$ 模态OAM波束会不可避免的同时产生 $l \pm qN$ 模态OAM波束,称之为模态混叠现象,如图4所示,其中阵元数量为10,阵列口径为25 mm。

在产生OAM波束时需要尽量避免模态混叠。已知贝塞尔函数具有高阶衰减性质,对于 $l$ 阶贝塞尔函数 $B_l(kR \sin \theta)$ ,阶数 $l$ 足够大时,幅度衰减严重,如图5所示。因此可以通过增加阵元数量的方式来降低在产生 $l$ 模态OAM波束时 $l \pm qN$ 模态OAM波束的模态混叠,如图6所示。

观察图5、图6可见:(1)在波数 $k$ 和圆形阵列口径 $R$ 确定后,由于高阶贝塞尔函数幅度衰减严重,因此基于单圈圆形阵列产生的OAM波束可用模态范围 $[0, L]$ 是有限的。(2)阵元增加到一定数量时, $l \pm qN$ 模态OAM波束对 $l$ 模态OAM波束的混叠现象基本消失。此时在 $[0, L]$ 模态范围内, $l$ 模态OAM波束的远区电场分布 $E_F(l; \theta; \varphi)$ 可用阵元无限时远区电场分布 $E_1(l; \theta; \varphi)$ 替代,以便于后续的理论分析。

### 3 多模态OAM的关联成像技术

#### 3.1 多模OAM方位维关联成像

如图7所示,在方位维成像区域上等角度划分网格,成像区域的一个网格对应于目标重构的一个像素点。

分时发射 $l \in [1, L]$ 模态范围内的OAM波束进行多次探测,此处 $L = 20$ ,不同方位角探测信号 $E_1(l; \theta; \varphi)$ 在相位分布上存在差异,如图8(a)所示,该差异使得来自不同方位的回波信号 $S_R(l; \varphi)$ 相关性低,具有良好的自相关区域聚焦特征,如图8(b)所示。

计算回波信号 $S_R(l; \varphi)$ 相关性的公式:

$$F(\varphi_1, \varphi_2) = \left| \sum_{l=1}^L S(l; \varphi_1) \cdot S^*(l; \varphi_2) \right| \quad (5)$$

其中 $S(l; \varphi) = E_1(l; \theta; \varphi) \cdot \exp(-j2kr)/r$ 定义为参考信号,与回波信号存在关系: $S_R(l; \varphi) = \sigma_\varphi \cdot S(l; \varphi)$ , $\sigma_\varphi$ 为位于方位角 $\varphi$ 处网格中散射点的散射系数。参

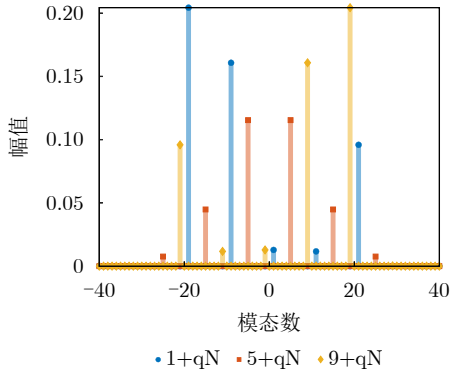


图4 阵元数量有限时,UCA产生OAM波束的模态混叠现象

Fig. 4 Mode aliasing phenomenon of OAM beams generated by a UCA when the number of array elements is limited

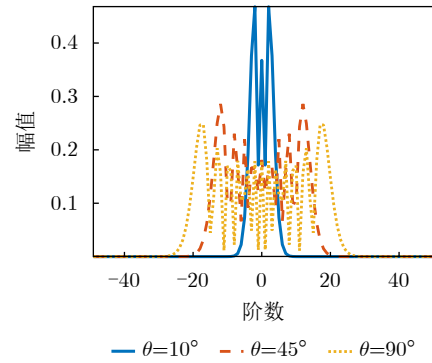


图5 贝塞尔函数的高阶衰减性质

Fig. 5 High-order attenuation property of the Bessel function

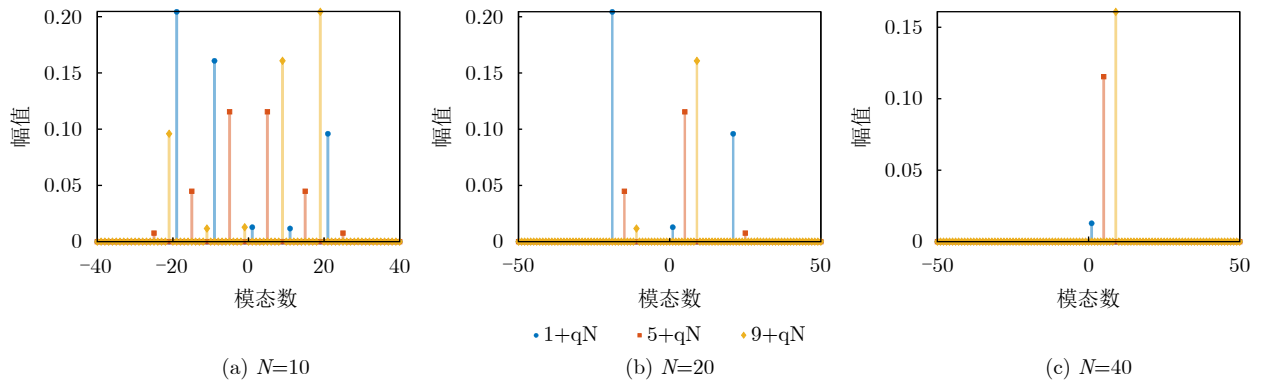


图6 模态混叠现象随阵元数量增加时的变化

Fig. 6 Variation of the mode aliasing phenomenon with an increasing number of array elements

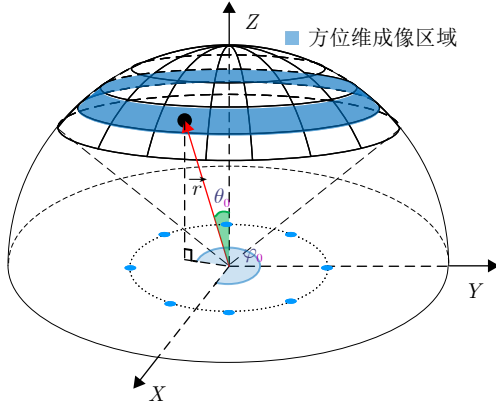


图 7 多模OAM空间关联成像场景

Fig. 7 Scenario of multi-mode OAM spatial correlation imaging.

考信号  $S(l; \varphi)$  可通过计算或事先测量的方式获取，储存在参考矩阵  $\mathbf{S}$  中，不同方位处的回波信号  $S_R(l; \varphi)$  的相关性等价于参考矩阵列向量的相关性。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S(1; \varphi_1) & S(1; \varphi_2) & \cdots & S(1; \varphi_Q) \\ S(2; \varphi_1) & S(2; \varphi_2) & \cdots & S(2; \varphi_Q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S(L; \varphi_1) & S(L; \varphi_2) & \cdots & S(L; \varphi_Q) \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式(2)代入式(5)中，对表示不同网格处的回波信号  $S_R(l; \varphi)$  相关性的解析式作进一步推导， $\exp(-j2kr)/r$  与角度无关可视为常量，为了简化分析可去除。

$$\begin{aligned} F(\varphi_1, \varphi_2) &= \left| \sum_{l=1}^L E_l(l; \theta; \varphi_1) \cdot E_l^*(l; \theta; \varphi_2) \right| \\ &= \left| \sum_{l=1}^L [B_l(kR \sin \theta_0)]^2 \cdot \exp(-jl\Delta\varphi) \right| \end{aligned} \quad (7)$$

其中， $B_l(\cdot)$  为贝塞尔函数的标准积分定义， $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ 。接收到来自  $Q$  个方向叠加的回波信号  $S_R(l)$  时，将回波信号  $S_R(l)$  与方位角  $\varphi_0$  处网格对应

的参考信号  $S(l; \varphi_0)$  作相关处理来进行目标重构。方位角为  $\varphi_0$  处的成像网格，其重构幅值可计算为：

$$I(\varphi_0) = \left| \sum_{l=1}^L S_R(l) \cdot S^*(l; \varphi_0) \right|,$$

$$\text{其中 } S_R(l) = \sum_{i=1}^Q S_R(l; \varphi_i) \quad (8)$$

重复上述操作逐一获取成像区域不同网格的重构幅值，完成目标重构。从式(5)、式(8)可以看出，利用关联成像方法进行目标重构时，不同方位处的回波信号  $S_R(l; \varphi)$  的相关性(参考矩阵列向量的相关性)是影响成像性能的关键因素。

### 3.2 阵元数量对关联成像性能的影响

由2.2节可知，在工程实际中圆形阵列的阵元数量有限，产生  $l$  模态 OAM 波束时存在  $l \pm qN$  模态 OAM 波束的模态混叠。对阵元数量不同的情况下利用多模态 OAM 波束进行探测时，参考矩阵列向量的相关性进行仿真，分析模态混叠对于基于多模态 OAM 波束的关联成像性能的影响。阵列口径为 25 mm，OAM 波束模态范围为  $l \in [1, 20]$ 。

从图9可以观察到，阵元数量越多，不同方位回波信号的自相关区域聚焦特征越好，互相关性越弱，即基于多模 OAM 波束的关联成像方法的成像性能越好。

### 3.3 圆形阵列阵元的落差排布设计

为了保证基于多模态 OAM 波束的关联成像性能，在利用圆形阵列产生 OAM 波束时需要保证一定的阵元数量。在阵列口径确定的情况下，阵元本身尺寸限制了能摆放的阵元数量，以圆形阵列口径为 25 mm、半波长阵元为例，在传统的等角度间隔排布方式下只能放置 30 个阵元。由 3.2 节可知，阵

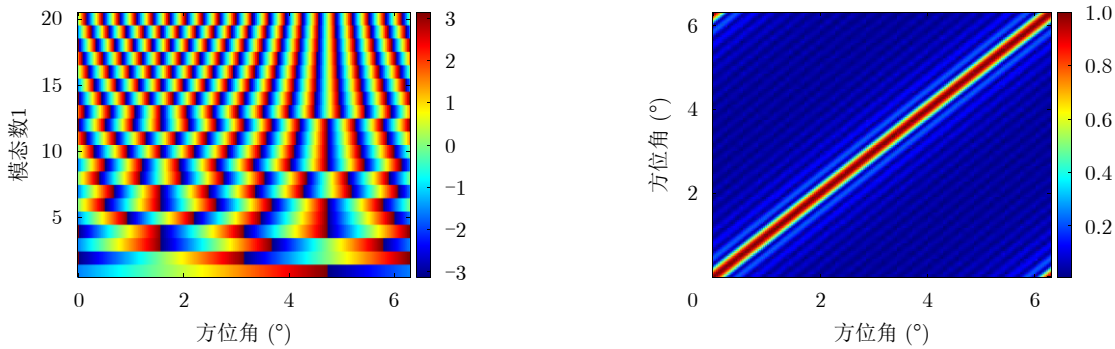
(a) 相位随方位角变化  
(a) Phase variation with azimuth angle(b) 不同方位回波信号相关处理  
(b) Correlation processing of echo signals from different azimuth directions

图 8 多模OAM波束探测信号相位随方位角变化特性及不同方位回波信号相关处理结果

Fig. 8 Phase variation characteristics of the multi-mode OAM beam probing signal with azimuth angle and the correlation processing results of echo signals from different azimuth directions

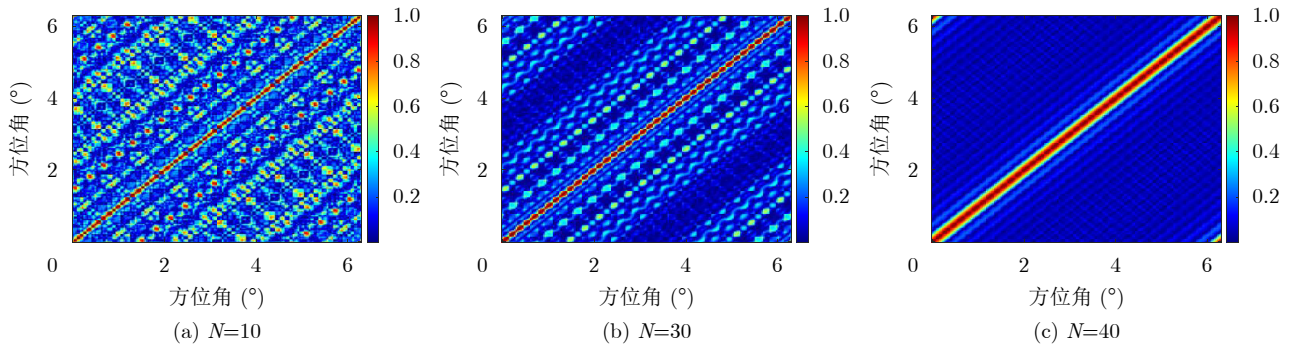


图9 阵元数量不同时, 多模态OAM波束探测时不同方位回波信号相关处理结果

Fig. 9 Correlation processing results of echo signals from different azimuth directions for multi-mode OAM beam probing with different numbers of array elements.

元数量为30时参考矩阵阵列向量的相关性较强, 不利于基于多模OAM波束的关联成像。此时可以通过合理的阵列设计来增加阵元数量来降低参考矩阵阵列向量的相关性, 从而提升基于多模OAM波束的关联成像性能。

本文提出一种圆形阵列阵元的落差排布形式, 优化得到的圆形阵列阵元数量可上升至40, 在HFSS中进行建模, 阵列构型如图10所示, 进行全波仿真, 产生多模OAM波束的远区电场部分仿真结果如图11、图12所示。

经过落差排布设计后, 阵列不再是严格意义上的圆形, 有必要对其产生OAM波束的模式纯度进行分析,  $E_l(l; \theta; \varphi) = N j^l B_l(kR \sin \theta) \exp(jl\varphi)$  为  $l$  模态OAM波束的电场解析式, 对基于落差排布阵列产生的不同模态OAM波束的HFSS全波仿真数据

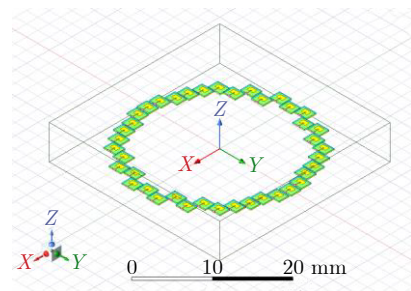


图10 阵元落差排布的圆形阵列

Fig. 10 Circular array with staggered element arrangement.

进行谱分析获取其模式纯度。经过谱分析发现模态  $l \in [1, 20]$  范围内的OAM波束模式纯度均可达到90%以上, 部分谱分析结果如图13所示, 可以看到落差排布圆形阵列产生的OAM波束纯度较高。

为了进一步探究其对于后续成像的影响, 将

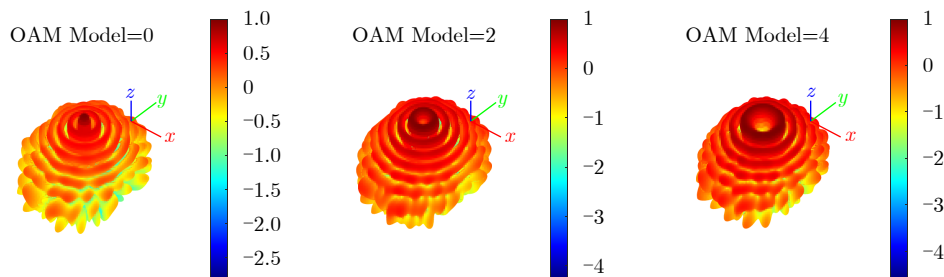


图11 不同模态OAM波束的电场幅值空间分布

Fig. 11 Spatial distribution of electric field amplitude for OAM beams with different modes

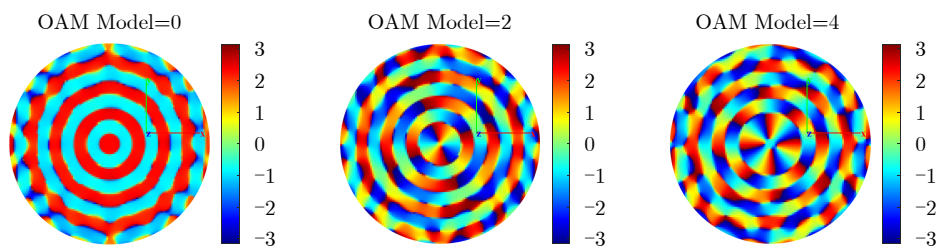


图12 不同模态OAM波束的电场相位空间分布

Fig. 12 Spatial distribution of electric field phase for OAM beams with different modes.

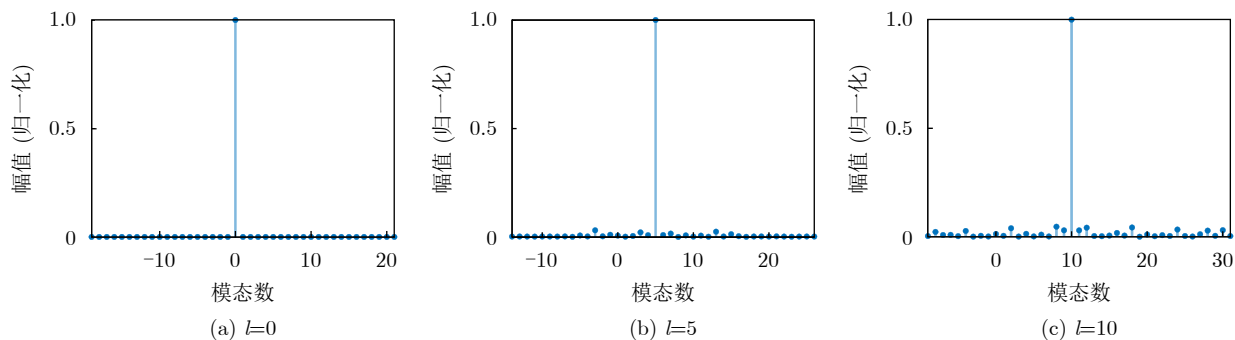


图 13 基于落差排布圆形阵列产生OAM波束的谱分析结果

Fig. 13 Spectral analysis results of OAM beams generated by a circular array with staggered element arrangement

HFSS全波仿真数据用于多模OAM方位维关联成像。阵列口径为25 mm，仿真频率为90GHz，阵元尺寸为半波长，OAM波束模态范围 $l \in [1, 20]$ 。对阵列传统等角度间隔排布形式(阵元数量为30)、落差排布形式(阵元数量为40)分别进行仿真并与理想情况进行对比，仿真结果如图14所示。

从图14可以看出，当阵元数量为30时，在方位维关联成像结果主瓣外存在异常峰值，这是模态混叠使得参考矩阵列向量相关性高导致的；当圆形阵列采用落差排布形式将阵元数量提升至40后，由于模态混叠现象基本消失，降低了参考矩阵列向量相关性，关联成像结果与理想情况基本一致。

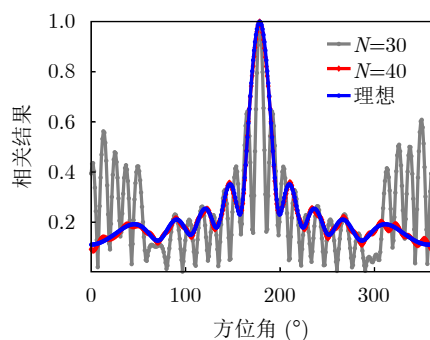


图 14 阵元数量不同时，多模OAM的空间关联结果

Fig. 14 Spatial correlation results of multi-mode OAM with different numbers of array elements

#### 4 基于子空间投影算法的区域聚焦最小二乘算法

如图15所示，在基于多模OAM波束的方位维成像场景中，对成像区域均匀网格量化 $[\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_N]$ ，通过事先测量的方式获取各网格中心对应的参考信号 $s(\varphi_1)$ 、 $s(\varphi_2)$ 、 $\dots$ 、 $s(\varphi_N)$ ，参考矩阵 $S = [s(\varphi_1) s(\varphi_2) \dots s(\varphi_N)]$ 。目标回波向量 $s_e$ 与参考矩阵 $S$ 存在如下关系，其中系数向量 $\sigma = [\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N]^T$ 的元素为位于成像区域各网格中心散射点的待求散射系数。

$$s_e = S\sigma + n \quad (9)$$

其中， $s_e$ 为目标回波向量，参考矩阵 $S$ 为先验信息， $n$ 为噪声向量，对线性方程组进行求解得到散射系数向量 $\sigma$ ，完成基于多模OAM波束的图像重构。

##### 4.1 稀疏恢复算法

目标重构被建模为一个由成像方程表征的线性逆问题，稀疏恢复算法是求解该逆问题的一类经典算法，如LS算法、OMP算法及SBL算法等。SBL算法通过构建分层概率模型，在贝叶斯框架下最大化边缘似然来自动学习超参数，从而获得稀疏解的后验分布<sup>[29]</sup>；OMP算法则采用贪婪策略逐步选择

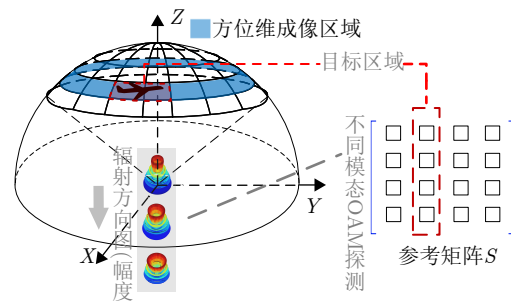


图 15 超分辨成像场景

Fig. 15 Super-resolution imaging scenario

与残差最相关的字典原子，并通过正交投影更新已选原子的最小二乘系数，迭代直到满足预设稀疏度或残差阈值<sup>[30]</sup>。

SBL算法和OMP算法均涉及复杂的迭代过程，每轮迭代都需要进行一次矩阵求逆运算；相比于OMP算法及SBL算法，LS算法进行一次矩阵求逆即可完成目标重构，具有计算简单、实时性高的优点。本文的研究基于硬件资源有限且对实时性要求高的实际需求选择最小二乘算法来进行目标重构，通过最小化误差的平方和来寻找数据的最佳拟合模型，针对目标重构过程中的矩阵求解问题，最小二乘解可表示为

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \arg \min \|\mathbf{s}_e - \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}\|^2 \quad (10)$$

其中,  $\|\cdot\|$ 代表向量或矩阵的 $l_2$ 范数运算, 根据最小二乘法得到的估计量表达式如式(11), 其中,  $(\cdot)^+$ 表示求矩阵伪逆运算。

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{S}^+ \mathbf{s}_e \quad (11)$$

当矩阵满秩时, 矩阵的伪逆即矩阵的逆。当矩阵秩亏时, 可利用奇异值分解求得矩阵伪逆, 矩阵 $\mathbf{S}$ 的奇异值分解为 $\mathbf{S} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^H$ , 则 $\mathbf{S}^+ = \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^+ \mathbf{U}^H$ 。基于最小二乘的超分辨算法成像性能对噪声十分敏感, 微小的测量扰动也可能导致成像结果的严重恶化。成像方程的最小二乘解为 $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^+ \mathbf{U}^H \mathbf{s}_e$ , 则噪声带来的求解误差为

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \sum_{k=1}^r \frac{\mathbf{u}_k^T \mathbf{n} \mathbf{v}_k}{\delta_k} \quad (12)$$

上式中,  $\mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k$ 分别代表 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ 的第 $k$ 个列向量,  $\delta_k$ 为矩阵 $\mathbf{S}$ 的奇异值,  $r$ 为矩阵 $\mathbf{S}$ 的秩,  $\mathbf{n}$ 为噪声向量。奇异值 $\delta_k$ 代表了矩阵 $\mathbf{S}$ 对空间的缩放能力, 当存在相关性较高的列向量时, 则会出现较小奇异值 $\delta_i$ , 该奇异值对应的噪声求解误差 $\mathbf{u}_i^T \mathbf{n} \mathbf{v}_i / \delta_i$ 被放大了 $1/\delta_i$ 倍。

## 4.2 子空间投影算法

最小二乘算法的优化目标只追求数据拟合程度, 在求解欠定成像方程组进行目标重构时, 由于最小二乘解并不唯一, 存在目标重构结果常与真实情况相差较大的问题。成像方程组欠定代表的物理含义是成像区域离散化后的网格数量大于探测次数, 这种情况是非常常见的。对于目标区域在成像区域占比很小的稀疏目标而言, 可利用子空间投影方法聚焦目标回波区域, 将欠定成像方程组变成超定成像方程组来解决上述问题。

回波向量 $\mathbf{s}_e$ 是参考矩阵列向量的线性组合, 系数为成像区域各网格中心点的待求散射系数:  $\mathbf{s}_e = \sigma_1 \mathbf{s}(\varphi_1) + \sigma_2 \mathbf{s}(\varphi_2) + \dots + \sigma_N \mathbf{s}(\varphi_N) + \mathbf{n}$ 。当目标位于区域 $[\varphi_i \varphi_{i+1} \dots \varphi_{i+Q}]$ 时,  $\mathbf{S}_i = [\mathbf{s}(\varphi_i) \mathbf{s}(\varphi_{i+1}) \dots \mathbf{s}(\varphi_{i+Q})]$ 为目标区域对应的参考矩阵,  $\boldsymbol{\sigma}_i = [\sigma_i \sigma_{i+1} \dots \sigma_{i+Q}]^T$ 为目标区域的散射系数向量, 得到新的成像方程 $\mathbf{s}_e = \mathbf{S}_i \boldsymbol{\sigma}_i + \mathbf{n}$ 。

从几何空间的角度分析, 回波向量 $\mathbf{s}_e$ 位于成像区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}$ 的列向量张成的列空间 $\text{Col}(\mathbf{S})$ 里。 $\mathbf{s}_e$ 由 $\mathbf{S}_i \boldsymbol{\sigma}_i$ 和 $\mathbf{n}$ 两部分组成, 其中 $\mathbf{S}_i \boldsymbol{\sigma}_i$ 位于由目标区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}_i$ 的列空间 $\text{Col}(\mathbf{S}_i)$ 里,  $\mathbf{S}_i$ 列空间 $\text{Col}(\mathbf{S}_i)$ 是 $\mathbf{S}$ 列空间 $\text{Col}(\mathbf{S})$ 的子空间; 噪声具有随机性, 与目标回波向量近似正交, 因此噪

声向量 $\mathbf{n}$ 与 $\text{Col}(\mathbf{S}_i)$ 近似正交。为了便于理解, 我们考虑一个简单的3维空间例子如图16所示。

定义投影矩阵 $\mathbf{P}$ , 其作用是将任意向量投影到目标区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}_i$ 的列空间 $\text{Col}(\mathbf{S}_i)$ 里, 则 $\mathbf{P}\mathbf{s}_e = \mathbf{S}_i \boldsymbol{\sigma}_i + \mathbf{P}\mathbf{n}$ , 由于噪声向量 $\mathbf{n}$ 与 $\text{Col}(\mathbf{S}_i)$ 近似正交, 因此 $\|\mathbf{P}\mathbf{n}\|_2$ 非常小。通过投影操作, 能够对噪声进行抑制, 提升了基于最小二乘的超分辨算法的鲁棒性。

对目标区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}_i$ (秩为 $r$ )进行奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)获得列空间一组完备正交基 $\mathbf{U}_r$ , 回波向量 $\mathbf{s}_e$ 投影到列空间 $\text{Col}(\mathbf{S}_i)$ 完全等价投影到列空间 $\text{Col}(\mathbf{U}_r)$ 。

$$\mathbf{S}_i = [\mathbf{U}_r \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r^H \\ \mathbf{V}_0^H \end{bmatrix} \quad (13)$$

定义投影向量 $\mathbf{p} \in \text{Col}(\mathbf{S}_i)$ , 是回波向量 $\mathbf{s}_e$ 在目标区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}_i$ 上的投影,  $\mathbf{p}$ 可表示成 $\mathbf{U}_r$ 列向量的线性组合 $\mathbf{p} = \mathbf{U}_r \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}$ 是系数向量。 $\mathbf{s}_e - \mathbf{p}$ 一定与 $\text{Col}(\mathbf{U}_r)$ 正交:

$$\mathbf{U}_r^H (\mathbf{s}_e - \mathbf{U}_r \mathbf{x}) = 0 \quad (14)$$

求解式(14)可得 $\mathbf{x} = (\mathbf{U}_r^H \mathbf{U}_r)^{-1} \mathbf{U}_r^H \mathbf{s}_e$ , 则 $\mathbf{p} = \mathbf{U}_r (\mathbf{U}_r^H \mathbf{U}_r)^{-1} \mathbf{U}_r^H \mathbf{s}_e$ , 得到投影矩阵的表达式:

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}_r (\mathbf{U}_r^H \mathbf{U}_r)^{-1} \mathbf{U}_r^H = \mathbf{U}_r \mathbf{U}_r^H \quad (15)$$

## 4.3 小结

由4.1节可知, 最小二乘算法对噪声敏感, 本文提出的阵元落差排布的阵列设计方法, 在口径确定的情况下相比传统的均匀圆形阵列使得阵元分布更紧凑, 能降低参考矩阵列向量的相关性, 减少小奇异值的数量, 能有效降低噪声带来的不利影响。针对最小二乘算法在求解欠定成像方程组进行目标重构时存在目标重构结果常与真实情况相差较大的问题, 根据基本相关法(3.1节多模态OAM的关联成

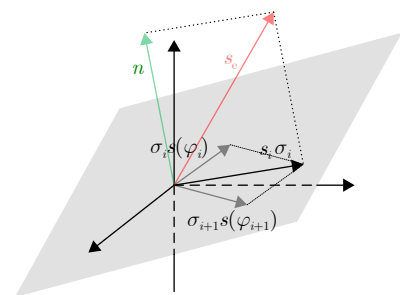


图 16 回波向量、噪声向量与参考矩阵列空间的几何空间关系示意图

Fig. 16 Schematic diagram of the geometric spatial relationship among the echo vector, the noise vector, and the column space of the reference matrix

像技术)成像结果确定目标的大致区域,利用子空间投影方法聚焦目标区域,将欠定成像方程组变成超定成像方程组后求最小二乘解。同时由于噪声与目标区域线性子空间的低相关性,投影后能少量降低噪声功率。综上所述,基于子空间投影算法的区域聚焦最小二乘(Region-Focused Least Squares Algorithm Based on Subspace Projection,SPLS)算法如算法1所示。

基于投影算法改进的区域聚焦最小二乘算法相比原始最小二乘只是增加了向量内积及矩阵SVD分解的步骤,仍然只需要一次矩阵求逆即可完成目标重构。矩阵求逆是影响算法复杂度的主要因素,表1展示了OMP算法、SBL算法、SPLS算法的复杂度对比情况,可以看到所提算法与OMP算法、SBL算法相比仍然具有计算简单、实时性高的优点。其中 $N$ 为成像区域网格量化后网格数量, $K$ 为OMP算法的目标稀疏度估计值, $T$ 为SBL算法的最大迭代次数。

对SPLS算法的计算复杂度,根据实现顺序分阶段进行分析。参考矩阵 $\mathbf{S}$ 维度为 $M \times N$ ,目标回波 $\mathbf{s}_e$ 维度为 $M - 1$ ,目标子空间 $\mathbf{S}_i$ 维度为 $M \times K$ 。

基本相关法,计算 $\mathbf{S}^H[:,t] \cdot \mathbf{s}_e$ 内积并取模,每次内积需要计算 $M$ 次乘法和 $M - 1$ 次加法, $N$ 次循环的计算量为 $(2M - 1)N$  flops。

根据基本相关法的成像结果估计目标子空间 $\mathbf{S}_i$ ,此步骤仅涉及索引操作,计算量可忽略。

算法 1 SPLS算法伪代码

Alg. 1 Pseudocode of the SPLS algorithm

---

**输入:** 参考矩阵 $\mathbf{S}$ 、目标回波 $\mathbf{s}_e$

**输出:** 目标散射系数的估计 $\hat{\sigma}$

for  $t=1,2,\dots,N$  %基本相关法

$\sigma_{BC}[t] = |\text{sum}(\mathbf{S}^H[:,t] \cdot \mathbf{s}_e)|$

end

根据基本相关法成像结果估计目标子空间 $\mathbf{S}_i$

$[\mathbf{U}_r, \cdot] = \text{SVD}(\mathbf{S}_i)$  %SVD分解

$\mathbf{P} = \mathbf{U}_r \mathbf{U}_r^H$  %计算投影矩阵

$\tilde{\mathbf{s}}_e = \mathbf{P} \mathbf{s}_e$  %回波向量投影到目标子空间

$\sigma_{LS} = \text{pinv}(\mathbf{S}_i) \cdot \tilde{\mathbf{s}}_e$  %获取最小二乘解

---

返回:  $\hat{\sigma} = \sigma_{LS}$

---

对目标子空间 $\mathbf{S}_i$ 进行SVD分解,计算量取决于实现方式,通常为 $4MK^2 + 8K$  flops。

回波向量 $\mathbf{s}_e$ 投影到目标子空间 $\mathbf{S}_i$ :  $\tilde{\mathbf{s}}_e = \mathbf{U}_r (\mathbf{U}_r^H \mathbf{s}_e)$ ,相当于做了 $2K$ 次内积,总的计算量为 $2(2M - 1)K$  flops。

计算最小二乘解,目标子空间 $\mathbf{S}_i$ 的SVD分解结果为 $\mathbf{S}_i = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^H$ ,最小二乘解 $\sigma_{LS} = \mathbf{V} [\Sigma^{-1} (\mathbf{U}^H \tilde{\mathbf{s}}_e)]$ ,计算量为 $2MK + 2K^2 - K$  flops。

综上所述,总的计算量为 $2MN + 4MK^2 + 6MK - N + 8K^3 + 2K^2 - 3K$  flops,由于目标稀疏( $K \ll N$ ),计算复杂度近似为 $O(MN + MK^2 + K^3)$ 。

## 5 实验验证

为了验证区域聚焦最小二乘算法性能,进行仿真实验,实验场景如图10所示,仿真参数设置如下:载频 $f_c = 94$  GHz,圆形阵列口径为25 mm,阵元采用落差排布形式,阵元数量 $N = 40$ ,探测所用的OAM波束模态 $l \in [1, 20]$ 。参考信号为落差排布圆形阵列在HFSS中的全波仿真数据。

在俯仰角为 $55^\circ$ ,方位角 $\varphi_1 = 100^\circ$ , $\varphi_2 = 110^\circ$ 设置了两个点目标,在进行方位维探测时,首先利用基本相关法对成像区域进行粗略成像,确定目标的大致区域,基本相关法成像结果如图17所示,可以看出由于点目标间隔小于基本相关法成像结果的3 dB波束宽度,无法进行分辨。

多模OAM超分辨成像是一个由成像方程组表征的线性逆问题求解,LS算法、OMP算法及SBL算法的超分辨目标重构结果如图18所示。直接对整个成像区域进行成像,由于成像区域网格数量远大于探测可用的OAM波束模态数,成像方程组欠定,导致LS算法的目标重构结果因数据过拟合而重构效果差。

参考矩阵 $\mathbf{S}$ 为先验信息(通过HFSS进行全波仿真得到),根据基本相关法的成像结果,从成像区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}$ 里提取目标区域对应参考矩阵 $\mathbf{S}_i$ ,计算 $\mathbf{S}_i$ 的投影矩阵 $\mathbf{P}$ 。将回波向量 $\mathbf{s}_e$ 投影至目标区域线性子空间聚焦目标区域 $\mathbf{P} \mathbf{s}_e$ ,构建目标区域线性子空间的成像方程 $\mathbf{P} \mathbf{s}_e \approx \mathbf{S}_i \sigma_i$ ,求解成像方程可获取目标区域散射系数向量 $\sigma_i$ ,完成目标重构,目标重构结果如图19所示。

表 1 SPLS算法、OMP算法、SBL算法复杂度对比

Tab. 1 Complexity comparison among the SPLS algorithm, the OMP algorithm, and the SBL algorithm

算法	矩阵求逆次数	矩阵求逆发生环节	单次求逆矩阵规模
SPLS算法	1	正规方程求解	$N \times N$
OMP算法	$K$	每轮迭代,在支撑集上求最小二乘解	$t \times t$
SBL算法	$T$	每轮迭代,计算后验方差	$N \times N$

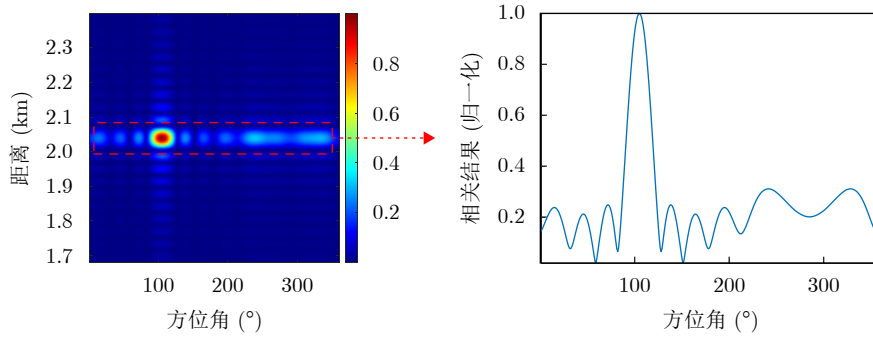


图 17 相关法粗略成像结果

Fig. 17 Rough imaging result of the correlation method.

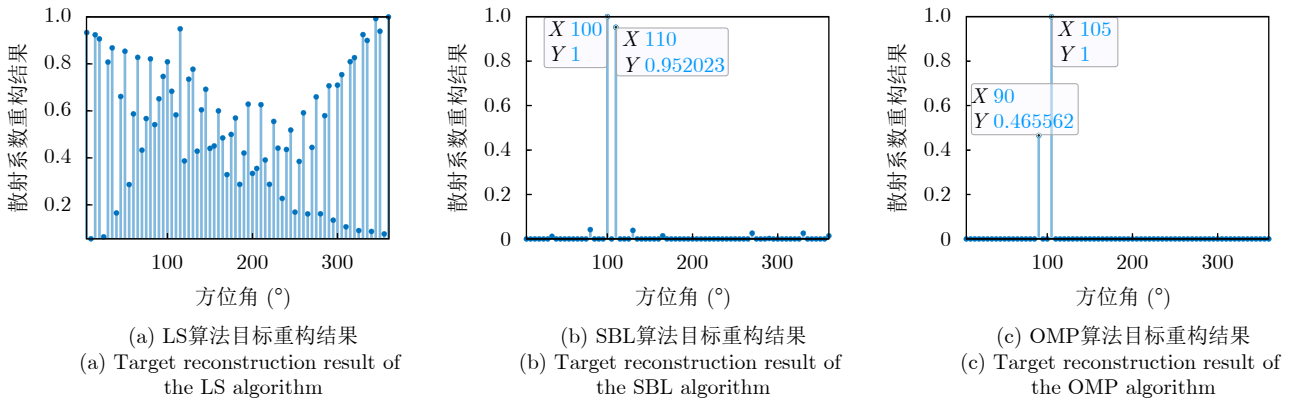


图 18 对整个成像区域进行超分辨的目标重构结果

Fig. 18 Target reconstruction result of super-resolution over the entire imaging region.

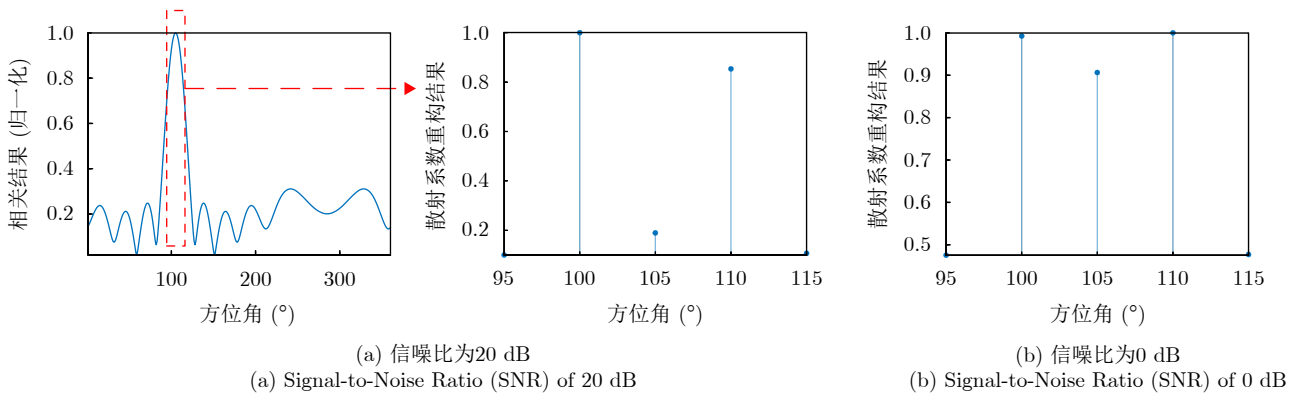


图 19 投影聚焦目标区域后, SPLS算法目标重构结果

Fig. 19 Target reconstruction result of the SPLS algorithm after projection focusing on the target region.

观察信噪比为20 dB时的目标重构结果可以看出, 将回波向量投影至目标区域线性子空间, 聚焦目标区域, 将成像方程组由欠定转换成超定, 此时目标重构效果良好, 实现了超2倍分辨。投影操作对噪声的抑制程度取决于噪声子空间和目标子空间的正交程度, 在本次仿真实验条件下获取1000次仿真实验的统计结果, 计算得到投影后的信噪比提升约为8.1 dB。在信噪比为0 dB时目标重构效果变差, 这是因为虽然投影操作能对噪声起到一定的抑

制作用, 但是无法改变最小二乘算法对噪声敏感的特性, 因此在信噪比较低时目标重构效果还是会不理想。

设置一组点目标如图20(a)所示, 其中 $R$ 为500 m,  $\varphi$ 为 $110^\circ$ ,  $\Delta d$ 为0.27 m,  $\Delta\varphi$ 为 $5^\circ$ , 基于SPLS算法的目标重构结果如图20(b)所示。载频 $f_c = 94$  GHz, 探测所用的OAM波束模式 $l \in [1, 20]$ , 信噪比为20 dB, 参考信号为落差排布圆形阵列在HFSS中的全波仿真数据。

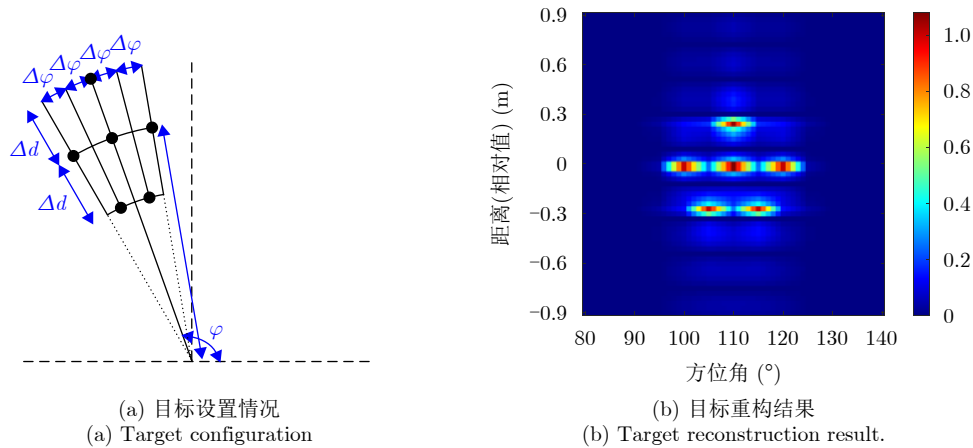


图 20 多点目标，基于SPLS算法的二维目标重构结果

Fig. 20 Two-dimensional target reconstruction result for multiple point targets based on the SPLS algorithm

## 6 结语

基于稀疏恢复模型利用最小二乘算法进行OAM成像目标重构时，为了解决最小二乘法对噪声敏感且在求解欠定成像方程组时目标重构结果与真实情况相差较大的问题，本文做了两方面的工作：首先提出了阵元落差排布的圆形阵列设计方法来提升阵元密度，降低参考矩阵列向量的相关性，减少小奇异值的数量来降低噪声带来的不利影响，从而增强了最小二乘算法的鲁棒性。其次，提出了基于子空间投影算法的区域聚焦最小二乘成像算法。通过基本相关法获取成像区域的先验信息确定目标区域，将回波信号投影至目标区域线性子空间来缩小成像范围，将欠定成像方程组转换为超定成像方程组，有效降低了出现目标重构结果与真实情况差异较大的情况，并通过噪声信号与目标区域线性子空间低相关性对于噪声进行抑制。最后，通过全波仿真方法对天线阵列设计结果进行了验证，并将全波仿真数据应用于成像实验，模拟成像实验结果表明所提方法可以将超分辨率倍数提升到2倍。

**利益冲突** 所有作者均声明不存在利益冲突

**Conflict of Interests** The authors declare that there is no conflict of interests

## 参考文献

- [1] AUSERMAN D A, KOZMA A, WALKER J L, *et al.* Developments in radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1984, AES-20(4): 363–400. doi: [10.1109/TAES.1984.4502060](https://doi.org/10.1109/TAES.1984.4502060).
- [2] ZHANG Huanhuan, YU Guoguo, LIU Ying, *et al.* Design of low-SAR mobile phone antenna: Theory and applications[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2021, 69(2): 698–707. doi: [10.1109/TAP.2020.3016420](https://doi.org/10.1109/TAP.2020.3016420).
- [3] BI Hui, LU Xingmeng, YIN Yanjie, *et al.* Sparse SAR imaging based on periodic block sampling data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5213812. doi: [10.1109/TGRS.2021.3110772](https://doi.org/10.1109/TGRS.2021.3110772).
- [4] BI Hui, BI Guoan, ZHANG Bingchen, *et al.* From theory to application: Real-time sparse SAR imaging[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(4): 2928–2936. doi: [10.1109/TGRS.2019.2958067](https://doi.org/10.1109/TGRS.2019.2958067).
- [5] PITTMAN T B, SHIH Y H, STREKALOV D V, *et al.* Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. *Physical Review A*, 1995, 52(5): R3429–R3432. doi: [10.1103/PhysRevA.52.R3429](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.52.R3429).
- [6] GATTI A, BRAMBILLA E, BACHE M, *et al.* Ghost imaging with thermal light: Comparing entanglement and classical correlation[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(9): 093602. doi: [10.1103/PhysRevLett.93.093602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.093602).
- [7] LI Dongze, LI Xiang, QIN Yuliang, *et al.* Radar coincidence imaging: An instantaneous imaging technique with stochastic signals[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(4): 2261–2277. doi: [10.1109/TGRS.2013.2258929](https://doi.org/10.1109/TGRS.2013.2258929).
- [8] ZHOU Xiaoli, FAN Bo, WANG Hongqiang, *et al.* Sparse Bayesian perspective for radar coincidence imaging with array position error[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(16): 5209–5219. doi: [10.1109/JSEN.2017.2723611](https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2723611).
- [9] HOANG T V, FUSCO V, and YURDUSEVEN O. Ghost image removal using physical layer spatial asymmetry in frequency-diverse computational imaging[C]. 2021 15th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Dusseldorf, Germany, 2021: 1–5. doi: [10.23919/EuCAP51087.2021.9410900](https://doi.org/10.23919/EuCAP51087.2021.9410900).
- [10] MOHAMMADI S M, DALDORFF L K S, BERGMAN J E S, *et al.* Orbital angular momentum in radio-a system study[J]. *IEEE transactions on Antennas and Propagation*, 2010,

- 58(2): 565–572. doi: [10.1109/TAP.2009.2037701](https://doi.org/10.1109/TAP.2009.2037701).
- [11] WILLNER A E, HUANG H, YAN Y, *et al.* Optical communications using orbital angular momentum beams[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, 7(1): 66–106. doi: [10.1364/AOP.7.000066](https://doi.org/10.1364/AOP.7.000066).
- [12] CHEN Rui, ZHOU Hong, MORETTI M, *et al.* Orbital angular momentum waves: Generation, detection, and emerging applications[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2020, 22(2): 840–868. doi: [10.1109/COMST.2019.2952453](https://doi.org/10.1109/COMST.2019.2952453).
- [13] MA Hui and LIU Hongwei. Waveform diversity-based generation of convergent beam carrying orbital angular momentum[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020, 68(7): 5487–5495. doi: [10.1109/TAP.2020.2981724](https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2981724).
- [14] 马晖, 胡敦法, 师竹雨, 等. 基于涡旋电磁波的雷达应用研究进展[J]. *现代雷达*, 2023, 45(5): 27–41. doi: [10.16592/j.cnki.1004-7859.2023.05.003](https://doi.org/10.16592/j.cnki.1004-7859.2023.05.003).  
MA Hui, HU Dunfa, SHI Zhuyu, *et al.* Research progress of radar applications based on vortex electromagnetic waves[J]. *Modern Radar*, 2023, 45(5): 27–41. doi: [10.16592/j.cnki.1004-7859.2023.05.003](https://doi.org/10.16592/j.cnki.1004-7859.2023.05.003).
- [15] LIU Yu, DU Yongxing, LI Baoshan, *et al.* An Omega-K 3-D SAR imaging algorithm based on fractional-order OAM[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2025, 22: 4011705. doi: [10.1109/LGRS.2025.3596158](https://doi.org/10.1109/LGRS.2025.3596158).
- [16] LI Xiaopeng, XU Liying, MAO Yongfei, *et al.* High frame rate ViSAR based on OAM beams: Imaging model and imaging algorithm[J]. *Remote Sensing*, 2026, 18(2): 294. doi: [10.3390/rs18020294](https://doi.org/10.3390/rs18020294).
- [17] LIU Kang, LIU Hongyan, WANG Hongqiang, *et al.* Vortex electromagnetic wave imaging with orbital angular momentum and waveform degrees of freedom[J]. *Optics Express*, 2024, 32(8): 13574–13582. doi: [10.1364/OE.521640](https://doi.org/10.1364/OE.521640).
- [18] 郭桂蓉, 胡卫东, 杜小勇. 基于电磁涡旋的雷达目标成像[J]. *国防科技大学学报*, 2013, 35(6): 71–76. doi: [10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013).  
GUO Guirong, HU Weidong, and DU Xiaoyong. Electromagnetic vortex based radar target imaging[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2013, 35(6): 71–76. doi: [10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2486.2013.06.013).
- [19] YANG Ting, SHI Hongyin, GUO Jianwen, *et al.* 3D sparse ISAR imaging with multiple plane spiral OAM electromagnetic waves[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(15): 15082–15097. doi: [10.1109/JSEN.2022.3179925](https://doi.org/10.1109/JSEN.2022.3179925).
- [20] WANG Siyuan, QU Yi, CHEN Yijun, *et al.* Three-dimensional interferometric imaging with vortex electromagnetic wave radar based on uniform circular array[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2024, 24(20): 32858–32870. doi: [10.1109/JSEN.2024.3453869](https://doi.org/10.1109/JSEN.2024.3453869).
- [21] ZENG Yanzhi, WANG Yang, CHEN Zhihui, *et al.* Two-dimensional OAM radar imaging using uniform circular antenna arrays[C]. 2020 14th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Copenhagen, Denmark, 2020: 1–4. doi: [10.23919/EuCAP48036.2020.9135917](https://doi.org/10.23919/EuCAP48036.2020.9135917).
- [22] FU Linrui, YANG Yunxiu, WANG Chang, *et al.* A low-rank modified imaging method based on gain for electromagnetic vortex radar[J]. *Electronics Letters*, 2025, 61(1): e70414. doi: [10.1049/ell2.70414](https://doi.org/10.1049/ell2.70414).
- [23] LONG Wenxuan, CHEN Rui, MORETTI M, *et al.* AoA estimation for OAM communication systems with mode-frequency multi-time ESPRIT method[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(5): 5094–5098. doi: [10.1109/TVT.2021.3070358](https://doi.org/10.1109/TVT.2021.3070358).
- [24] LIU Kang, LI Xiang, GAO Yue, *et al.* High-resolution electromagnetic vortex imaging based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(21): 6918–6927. doi: [10.1109/JSEN.2017.2754554](https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2754554).
- [25] GUO Shaoqing, HE Zi, and CHEN Rushan. High resolution 2-D electromagnetic vortex imaging using uniform circular arrays[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 132430–132437. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2941285](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2941285).
- [26] YUAN Tiezhu, LIU Hongyan, CHENG Yongqiang, *et al.* Orbital-angular-momentum-based electromagnetic vortex imaging by least-squares method[C]. 2016 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Beijing, China, 2016: 6645–6648. doi: [10.1109/IGARSS.2016.7730735](https://doi.org/10.1109/IGARSS.2016.7730735).
- [27] JIANG Ting, HU Jun, LUO Siqi, *et al.* A fast and super-resolution method of vortex-based imaging[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2023, 22(9): 2225–2229. doi: [10.1109/LAWP.2023.3281617](https://doi.org/10.1109/LAWP.2023.3281617).
- [28] 张瑞, 全英汇, 朱圣棋, 等. 基于改进OMP算法的稀疏目标微波关联成像方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2021, 43(7): 1756–1765. doi: [10.12305/j.issn.1001-506X.2021.07.04](https://doi.org/10.12305/j.issn.1001-506X.2021.07.04).  
ZHANG Rui, QUAN Yinghui, ZHU Shengqi, *et al.* Microwave correlation imaging method based on improved OMP algorithm for sparse targets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2021, 43(7): 1756–1765. doi: [10.12305/j.issn.1001-506X.2021.07.04](https://doi.org/10.12305/j.issn.1001-506X.2021.07.04).
- [29] WIPF D P and RAO B D. Sparse Bayesian learning for basis selection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(8): 2153–2164. doi: [10.1109/TSP.2004.831016](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.831016).
- [30] TROPP J A and GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666. doi: [10.1109/TIT.2007.909108](https://doi.org/10.1109/TIT.2007.909108).

### 作者简介

熊文俊，博士生，主要研究方向为雷达信号处理、微波关联成像算法等。

李 蝶，博士生，主要研究方向为阵列信号处理、微波关联成像等。

朱士涛，研究员，主要研究方向为新型雷达信号处理方法、微波关联成像、超材料孔径天线等。

李财品，高级工程师，主要研究方向为星载合成孔径雷达成像、雷达系统设计等。

张 明，教授，主要研究方向为阵列信号处理、数值优化算法等。

张安学，教授，主要研究方向为新型天线与分集技术、智能雷达信号处理、多天线通信系统与阵列信号处理等。

(责任编辑：于青)