

异常值个数未知下辅助数据自适应筛选方法

简涛^{*①} 马颖亮^① 王海鹏^① 郭磊^② 魏广芬^③

^①(海军航空大学信息融合研究所 烟台 264001)

^②(92830部队 海口 570100)

^③(山东工商学院信息与电子工程学院 烟台 264005)

摘要: 在雷达目标多通道自适应检测场景下, 诸多非均匀背景因素易导致异常值干扰, 使得辅助数据独立同分布条件难以满足, 已有辅助数据筛选方法往往假定异常值个数已知, 在个数未知的情况下面临较大性能损失。为此, 该文研究了异常值个数未知情况下辅助数据自适应筛选方法。首先, 在杂噪协方差矩阵已知条件下, 建立了异常数据集合的最大似然估计, 基于广义内积对辅助数据进行初步排序, 将异常数据集合的最大似然估计过程简化为异常值个数估计。其次, 利用快速最大似然方法进行未知协方差矩阵估计, 提出了未知异常值个数下辅助数据自适应筛选方法。进一步地, 为降低异常值对初步排序性能的不利干扰, 基于归一化采样协方差矩阵设计了归一化广义内积形式, 并结合迭代估计方式, 对前述辅助数据自适应筛选流程进行改进。仿真结果表明, 与广义内积相比, 采用归一化广义内积可获得更高的筛选精度, 采用较小迭代次数即可获得稳定的归一化信干比改善; 与已有辅助数据筛选方法相比, 该文所提方法在异常值个数未知条件下具有更好的筛选性能。

关键词: 自适应目标检测; 异常值个数; 自适应筛选; 似然函数; 归一化广义内积

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2024)x-0001-12

DOI: 10.12000/JR24135

引用格式: 简涛, 马颖亮, 王海鹏, 等. 异常值个数未知下辅助数据自适应筛选方法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR24135.

Reference format: JIAN Tao, MA Yingliang, WANG Haipeng, *et al.* Adaptive screening approach of training data with an unknown number of outliers[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR24135.

Adaptive Screening Approach of Training Data with an Unknown Number of Outliers

JIAN Tao^{*①} MA Yingliang^① WANG Haipeng^① GUO Lei^② WEI Guangfen^③

^①(Research Institute of Information Fusion, Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

^②(PLA unit 92830, Haikou 570100, China)

^③(School of Information and Electronic Engineering, Shandong Technology and Business University, Yantai 264005, China)

Abstract: In multichannel adaptive radar target detection, diverse nonhomogeneous background factors can cause considerable outlier interference, making it challenging to meet the requirements of independent and identically distributed training data. Current methods for screening training data rely on prior knowledge of the

收稿日期: 2024-07-04; 改回日期: 2024-08-17; 网络出版: 2024-xx-xx

*通信作者: 简涛 work_jt@163.com *Corresponding Author: JIAN Tao, work_jt@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61971432), 泰山学者工程专项经费资助(tsqn201909156), 山东省高等学校青创科技支持计划(2019KJN031)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61971432), Taishan Scholars Project Special Funding (tsqn201909156), Shandong Provincial Youth Innovation Science and Technology Support Program for Colleges and Universities (2019KJN031)

责任编辑: 高永婵 Corresponding Editor: GAO Yongchan

©The Author(s) 2024. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

number of outliers, often leading to poor performance in real-world scenarios where this number is usually unknown. This paper addresses these issues by focusing on adaptive training data screening when the number of outliers is unknown. First, the outlier set is estimated using maximum likelihood estimation, assuming known covariance matrices of clutter and noise. In particular, the training data is initially ranked based on the generalized inner product of each range cell data, approximately transforming the maximum likelihood estimation of the outlier set to the estimation of the number of outliers. Second, a fast maximum likelihood estimation algorithm is employed to calculate the unknown covariance matrix, and an adaptive screening approach is designed for scenarios with an unspecified number of outliers. Furthermore, to address the adverse effects of outliers on ranking performance, a normalized generalized inner product form is devised utilizing the normalized sampling covariance matrix. This form is subsequently incorporated into an iterative estimation procedure to improve the adaptive screening accuracy of training data. Simulation results demonstrate that the screening accuracy of the normalized generalized inner product exceeds that of the generalized inner product. Moreover, through even a small number of reiterations, maintaining a consistent enhancement in terms of the normalized signal-to-interference ratio is still possible. Compared with existing methods, the proposed algorithm considerably improves screening performance, especially when the number of outliers is unknown.

Key words: Adaptive target detection; Number of outliers; Adaptive screening; Likelihood function; Normalized generalized inner product

1 引言

在雷达目标多通道自适应检测中,常常利用辅助数据进行未知杂波协方差矩阵估计^[1,2],且假定辅助数据只含独立同分布的纯杂噪分量,而不含目标分量^[3,4]。然而,实际探测环境通常是非均匀的,强的多径效应、突变地形条件、偶发的电磁干扰和位于待检测单元周围的其他回波干扰等诸多因素^[5,6],均可能导致辅助数据中存在异常值,此时若直接采用含异常值的非均匀辅助数据估计未知协方差矩阵,其估计精度难以保证,易导致杂波抑制性能恶化^[7],特别是当辅助数据中混有目标回波信号时,直接利用辅助数据进行杂波抑制还会导致目标信号对消,增加后续检测难度^[8]。

为避免异常值对自适应检测中协方差矩阵估计的影响,学者进行了辅助数据筛选方法研究^[9-13],但往往假定异常值个数已知。文献^[9]基于高斯杂波假设,推导了广义内积(Generalized Inner Product, GIP)筛选方法,将辅助数据区分为齐次数据和非齐次数据。其中,GIP可以看作辅助数据经过协方差矩阵白化后的内积^[10],直观上可作为剔除异常值的合理手段,但受潜在异常值的影响,该方法在异常值个数未知时可能存在较大性能损失。文献^[11]进一步同时考虑杂波和噪声的影响,将干扰协方差矩阵分解为杂波和噪声分量,通过假定异常值个数上界已知,利用快速最大似然方法(Fast Maximum Likelihood, FML),分别设计了异常值非迭代剔除的快速最大似然方法(Nonreiterative Censored FML, NCFML)和异常值迭代去除的快速最大似然

方法(Reiterative Censored FML, RCFML),两种方法在异常值个数小于已知上界的情况下具有较好的筛选性能,但在实际异常值个数可能超过已知上界时,均存在潜在的性能损失,且NCFML方法的损失尤为严重。另外,文献^[12]针对多普勒域目标自适应检测需求,设计了知识辅助检测器,采用两步数据选择过程(two-Step Data Selection Procedure, 2S-DSP)对辅助数据进行筛选,在异常值个数已知条件下,该方法可一定程度降低异常值功率对辅助数据筛选的影响。为避免异常值对数据筛选过程的干扰,文献^[13]挑选固定数量的辅助数据构建采样协方差矩阵(Sample Covariance Matrix, SCM),并以最小行列式为准则,对辅助数据选择的多种组合进行筛选,为保证SCM的非奇异性,所选辅助数据的固定数量最小可为通道数 N ,该近似最大似然(Approximate Maximum Likelihood, AML)估计筛选方法简称为AML- N ,可在初筛过程中降低异常值干扰,但组合数的最佳值往往难以确定。

综合来看,已有辅助数据筛选方法均以异常值个数已知或其上限已知为基础^[11-13]。但实际应用场景中,异常值个数往往是未知且变化的^[14],当假定的异常值个数上界小于真实值时,部分异常值无法有效筛选并剔除,势必降低协方差矩阵的估计精度,恶化目标信干比;而当假定的异常值个数上界大于真实值时,已有方法增加了辅助数据错误剔除的概率,影响了协方差矩阵的估计精度,这一情况在辅助数据较少的情况下尤为严重。

针对以上问题,在异常值个数未知的情况下,

本文研究了辅助数据自适应筛选方法。首先, 假定杂噪协方差矩阵和异常数据协方差矩阵均已知, 通过最大化似然函数构建异常数据集合, 利用GIP进行辅助数据排序, 将异常数据与排序结果相关联, 从而使异常数据集合的最大似然估计过程简化为异常值个数估计。其次, 针对杂噪协方差矩阵和异常数据协方差矩阵未知情况, 利用杂噪加性结构特征, 建立未知协方差矩阵的快速最大似然估计, 提出了未知异常值个数下辅助数据自适应筛选方法。进一步地, 为降低异常值对初步排序性能的不利干扰, 基于NSCM(Normalized Sample Covariance Matrix)设计了归一化广义内积(Normalized GIP, NGIP)形式, 并结合迭代估计方式, 对前述辅助数据自适应筛选流程进行优化。最后, 通过仿真对所提方法进行性能评估, 并与已有辅助数据筛选方法进行性能比较。

2 问题描述

对于给定的 $N \times R$ 维辅助数据 \mathbf{Z} , 其中 N 表示通道数, R 表示辅助数据个数, $\mathbf{z}_i, i = 1, 2, \dots, R$ 为 $N \times 1$ 维复向量, 表示第 i 个辅助数据, 其概率分布可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{z}_i \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_1), i \in \Omega - \Omega_0 \\ \mathbf{z}_i \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_2), i \in \Omega_0 \end{cases} \quad (1)$$

$\Omega = \{1, 2, \dots, R\}$ 表示 R 个辅助数据索引的集合, $\Omega_0 = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 为 Ω 的子集, 表示由 m 个含异常值的辅助数据索引集合, 后续简称为异常数据集合, 与已有方法中异常值个数已知的情况不同^[11-13], 本文假定异常值个数 m 未知, 且为避免协方差矩阵为非奇异矩阵, $R - m \geq N$ 。 $\Omega - \Omega_0$ 为 Ω_0 的补集, 表示不含异常值的辅助数据索引的集合, 简称为均匀辅助数据集合。

对于均匀辅助数据集合 $\Omega - \Omega_0$, 其只包含为杂噪分量, 不含异常值, 假定 $\mathbf{z}_i, i \in \Omega - \Omega_0$ 服从协方差矩阵为 \mathbf{M}_1 的零均值复圆高斯分布, 即 $\mathbf{z}_i \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_1)$, \mathbf{M}_1 为未知的正定Hermitian矩阵。

对于异常数据集合 Ω_0 , 当 $i \in \Omega_0$ 时, 异常值的存在使得 \mathbf{z}_i 的协方差矩阵结构发生变化, 此时 $\mathbf{z}_i \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_2)$ 。假设杂噪分量与异常值分量统计独立, 异常值分量服从秩一协方差矩阵 \mathbf{M}_p 的零均值复圆高斯分布^[11], 其中 \mathbf{M}_p 为未知的半正定Hermitian矩阵, 则异常数据的未知协方差矩阵 \mathbf{M}_2 可表示为

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_p = \mathbf{M}_1 + \sigma_p^2 \mathbf{p} \mathbf{p}^H \quad (2)$$

其中, \mathbf{p} 为异常值的导向矢量, σ_p^2 为异常值功率。

3 算法设计及改进

在实际探测环境中, 辅助数据的协方差矩阵往往是未知的, 同时潜在的异常值将影响筛选性能。为此, 本节首先在协方差矩阵已知条件下设计辅助数据筛选策略, 进而采用合适的协方差矩阵估计方法, 在协方差矩阵未知时实现异常值的自适应筛选。其次, 考虑到潜在的异常值会对筛选性能产生不利影响, 基于归一化广义内积和迭代估计方式, 对所提方法进行改进。

3.1 协方差矩阵已知时辅助数据筛选策略

本节在 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 均已知条件下, 通过使似然函数最大化, 构建异常数据集合初步估计, 进而利用GIP对辅助数据进行排序, 使异常数据与排序结果相关联, 将异常数据集合 Ω_0 的最大似然估计过程简化为异常值个数的估计。

当 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 已知时, 为筛选出异常数据集合 Ω_0 , 考虑多重假设检验问题^[11]

$$H_p: \begin{cases} \mathbf{Z}_{\Omega - \Omega_p} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_1) \\ \mathbf{Z}_{\Omega_p} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_2) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $p = 1, 2, \dots, l$, l 表示 Ω_0 对应的所有可能集合的总数, 根据组合规则可知 $l = \sum_{m=1}^{R-N} \frac{R!}{m!(R-m)!}$; 第 p 个集合 Ω_p 包含 m_p 个异常值, H_p 为异常数据集合为 Ω_p 的假设; \mathbf{Z}_{Ω_p} 表示由 Ω_p 对应的 m_p 个辅助数据组成的 $N \times m_p$ 维矩阵, $\mathbf{Z}_{\Omega - \Omega_p}$ 表示由 $\Omega - \Omega_p$ 对应的 $R - m_p$ 个辅助数据组成的 $N \times (R - m_p)$ 维矩阵。

H_p 假设下 \mathbf{Z} 的联合条件概率密度函数可以表示为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{Z} | \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2; H_p, m_p) \\ = \pi^{-RN} [\det(\mathbf{M}_1)]^{-(R-m_p)} [\det(\mathbf{M}_2)]^{-m_p} \\ \cdot \exp[-\text{Tr}(\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{S}_{p1}) - \text{Tr}(\mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{S}_{p2})] \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式, $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹; $\mathbf{S}_{p1} = \sum_{i \in \Omega - \Omega_p} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H$, $\mathbf{S}_{p2} = \sum_{i \in \Omega_p} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H$ 。

通过最大化式(4)可初步估计异常数据集合:

$$\hat{\Omega}_0 = \arg \max_{\Omega_p} f(\mathbf{Z} | \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2; H_p, m_p) \quad (5)$$

值得注意的是, 式(5)的求解需计算 l 个似然函数的值, 并在其中对 Ω_p 进行最大化寻优, 由于 l 值较大, 算法运算量急剧上升。

为降低算法计算复杂度, 本文考虑利用GIP将辅助数据从大到小排序, 将排序靠前的辅助数据认定为潜在异常数据^[11]。第 i 个辅助数据的GIP可表示为^[9]

$$\delta_i = \mathbf{z}_i^H \hat{\mathbf{M}}_0^{-1} \mathbf{z}_i, i = 1, 2, \dots, R \quad (6)$$

其中, $\hat{\mathbf{M}}_0$ 表示全体辅助数据对应的SCM:

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = \frac{1}{R} \sum_{i \in \Omega} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \quad (7)$$

对于异常值个数为 m 的情况, 式(5)中异常数据集合的寻优需在 $\frac{R!}{m!(R-m)!}$ 个可能情况进行选择, 由于排序靠前的辅助数据为异常数据的可能性更大, 本文假定排序后前 m 个辅助数据为异常数据^[11], 式(5)中 $\frac{R!}{m!(R-m)!}$ 个似然函数最大化过程退化为单一寻优情况。此时, 异常数据集合估计与异常值个数估计相关联, 即 H_p 假设下, 异常数据集合简化估计可表示为 $\hat{\Omega}_p = \{(1), (2), \dots, (m_p)\}$, 其中, (j) 表示经GIP统计量从大到小排序后第 j 个辅助数据索引, 即 $\delta_{(j)} > \delta_{(j+1)}$ 。

\mathbf{S}_{p1} 和 \mathbf{S}_{p2} 的简化估计 $\hat{\mathbf{S}}_{p1}$ 和 $\hat{\mathbf{S}}_{p2}$ 可分别表示为

$$\hat{\mathbf{S}}_{p1} = \sum_{j=m_p+1}^R \mathbf{z}_{(j)} \mathbf{z}_{(j)}^H \text{ 和 } \hat{\mathbf{S}}_{p2} = \sum_{j=1}^{m_p} \mathbf{z}_{(j)} \mathbf{z}_{(j)}^H \quad (8)$$

基于此, 对异常数据集合的初步估计转化为异常值个数的初步估计, 式(5)的求解可简化为

$$\begin{aligned} \hat{m} = \arg \max_{m_p=1,2,\dots,R-N} \pi^{-RN} [\det(\mathbf{M}_1)]^{-(R-m_p)} \\ \cdot [\det(\mathbf{M}_2)]^{-m_p} \\ \cdot \exp \left[-\text{Tr}(\mathbf{M}_1^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{p1}) - \text{Tr}(\mathbf{M}_2^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{p2}) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

值得一提的是, 式(9)的筛选过程只需计算 $R-N$ 个似然函数, 可有效降低运算量。例如, 对于 $N=8$ 和 $R=12$ 的情况, 式(5)需计算 $l = \sum_{m=1}^{R-N} \frac{R!}{m!(R-m)!} = \sum_{m=1}^4 \frac{12!}{m!(12-m)!} = 793$ 个似然函数, 计算量过大, 计算效率偏低; 若采用本文GIP排序法, 仅需计算 $R-N=4$ 个似然函数, 计算效率大幅提升。

3.2 协方差矩阵未知时辅助数据自适应筛选方法

3.1节的辅助数据筛选策略是在 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 已知条件下设计的, 本节将基于合适的协方差矩阵估计实现异常值自适应筛选, 设计基于GIP的辅助数据自适应筛选方法(Adaptive Censored based on GIP, AC-GIP)。

在杂波和噪声共存的背景下, 均匀辅助数据协方差矩阵 \mathbf{M}_1 可表示为

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{I}_N + \mathbf{M}_c \quad (10)$$

其中, $N \times N$ 维单位矩阵 \mathbf{I}_N 表示噪声协方差矩阵, 假定噪声功率为1, \mathbf{M}_c 为杂波协方差矩阵。

由式(2)可知, 异常数据协方差矩阵 \mathbf{M}_2 可表示为

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_p = \mathbf{I}_N + \mathbf{M}_c + \mathbf{M}_p \quad (11)$$

针对上述杂噪加性结构的协方差矩阵, 未知矩阵 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 的最大似然估计可表示为FML估计形式^[9], 即首先对SCM特征值分解后的特征值对角矩阵进行重构, 使小于噪声功率的特征值加载到与噪声功率相等水平, 其次利用重构后的特征值对角矩阵代替原矩阵来求解最大似然估计。

在 H_p 假设下, 均匀辅助数据集合简化估计 $\Omega - \hat{\Omega}_p$ 对应的SCM为 \mathbf{M}_{S1} , 异常数据集合简化估计 $\hat{\Omega}_p$ 对应的SCM为 \mathbf{M}_{S2} , 可分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{S1} = \frac{1}{R-m_p} \hat{\mathbf{S}}_{p1} \\ \mathbf{M}_{S2} = \frac{1}{m_p} \hat{\mathbf{S}}_{p2} \end{cases} \quad (12)$$

进一步, 对 \mathbf{M}_{S1} 和 \mathbf{M}_{S2} 进行特征值分解, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{S1} = \Phi_1 \mathbf{A}_1 \Phi_1^H \\ \mathbf{M}_{S2} = \Phi_2 \mathbf{A}_2 \Phi_2^H \end{cases} \quad (13)$$

其中, Φ_1 和 Φ_2 分别表示 \mathbf{M}_{S1} 和 \mathbf{M}_{S2} 的特征向量构成的矩阵; \mathbf{A}_1 和 \mathbf{A}_2 分别表示 \mathbf{M}_{S1} 和 \mathbf{M}_{S2} 的特征值对角矩阵, $\mathbf{A}_1 = \text{Diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$ 和 $\mathbf{A}_2 = \text{Diag}(\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_N)$, $\mu_n, n=1, 2, \dots, N$ 和 $\nu_n, n=1, 2, \dots, N$ 分别表示 \mathbf{M}_{S1} 和 \mathbf{M}_{S2} 的第 n 个特征值, $\text{Diag}(\cdot)$ 表示指定元素和顺序组成的对角矩阵。

将小于噪声功率的特征值加载到与噪声功率相等的大小, 对特征值对角矩阵进行重构, 然后代替式(13)中的原特征值对角矩阵 \mathbf{A}_1 和 \mathbf{A}_2 , 可得 H_p 假设下 \mathbf{M}_{S1} 和 \mathbf{M}_{S2} 的FML估计

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{M}}_{p1} = \Phi_1 \cdot \text{Diag}(\max(\mu_1, 1), \max(\mu_2, 1), \dots, \\ \max(\mu_N, 1)) \cdot \Phi_1^H \\ \hat{\mathbf{M}}_{p2} = \Phi_2 \cdot \text{Diag}(\max(\nu_1, 1), \max(\nu_2, 1), \dots, \\ \max(\nu_N, 1)) \cdot \Phi_2^H \end{cases} \quad (14)$$

将式(14)中的FML估计 $\hat{\mathbf{M}}_{p1}$ 和 $\hat{\mathbf{M}}_{p2}$ 代替式(9)的真实值 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 , 对似然函数进行重构, 可得广义似然函数为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{Z} \mid \hat{\mathbf{M}}_{p1}, \hat{\mathbf{M}}_{p2}; H_p, m_p) \\ = \pi^{-RN} [\det(\hat{\mathbf{M}}_{p1})]^{-(R-m_p)} [\det(\hat{\mathbf{M}}_{p2})]^{-m_p} \\ \cdot \exp \left[-\text{Tr}(\hat{\mathbf{M}}_{p1}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{p1}) - \text{Tr}(\hat{\mathbf{M}}_{p2}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{p2}) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

通过最大化式(15)的广义似然函数可得异常值个数估计:

$$\hat{m} = \arg \max_{m_p=1,2,\dots,R-N} \pi^{-RN} \left[\det(\hat{\mathbf{M}}_{p1}) \right]^{-(R-m_p)} \left[\det(\hat{\mathbf{M}}_{p2}) \right]^{-m_p} \cdot \exp \left[-\text{Tr}(\hat{\mathbf{M}}_{p1}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{p1}) - \text{Tr}(\hat{\mathbf{M}}_{p2}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{p2}) \right] \quad (16)$$

综上, 将异常数据集 \$\Omega_0\$ 的最大似然估计过程简化为异常值个数估计, 经过GIP排序后的前 \$\hat{m}\$ 个辅助数据, 可作为异常数据集的合理估计, 即 \$\hat{\Omega}_0\$ 可表示为

$$\hat{\Omega}_0 = \{(1), (2), \dots, (\hat{m})\} \quad (17)$$

3.3 算法改进

首先, 本节对基于SCM的GIP排序形式进行改进。在高斯杂噪背景且协方差矩阵结构未知的情况下, SCM作为杂噪协方差矩阵的最大似然估计能较好地描述背景, 然而当异常值存在时, SCM受异常值影响而与杂噪协方差矩阵存在差异, GIP排序性能将下降。由于NGIP较GIP具有更大的敏感系数^[16], 更有利于筛选异常数据(详见附录), 为此考虑用NSCM代替式(6)中的SCM, 得到NGIP排序形式, 从而减小异常值功率对筛选性能的影响。

第 \$i\$ 个辅助数据的NGIP可表示为

$$\omega_i = \mathbf{z}_i^H \hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{-1} \mathbf{z}_i, \quad i = 1, 2, \dots, R \quad (18)$$

其中, \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}\$ 表示全体辅助数据对应的NSCM^[17],

$$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}} = \frac{N}{R} \sum_{i \in \Omega} \frac{\mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H}{\mathbf{z}_i^H \mathbf{z}_i} \quad (19)$$

通过利用NGIP对辅助数据进行排序, 并与前述自适应筛选过程相结合, 可获得基于NGIP的辅助数据自适应筛选方法(Adaptive Censored based on NGIP, AC-NGIP)。

接下来, 在AC-NGIP的基础上, 结合迭代估计方式, 在协方差矩阵的当前估计过程中, 通过剔除前一次迭代估计中的异常值, 设计基于NGIP的辅助数据迭代自适应筛选方法(Reiterative Adaptive Censored based on NGIP, RAC-NGIP)。

在式(19)的NSCM计算过程中, 由于直接采用全体辅助数据, 难以避免潜在异常值的影响, 所得估计值 \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}\$ 与真实矩阵仍存在一定偏差。为此, 拟结合迭代估计过程进一步降低异常值影响, 提高异常数据集的估计精度。假设第 \$t\$ 次迭代后得到的异常数据集为 \$\hat{\Omega}_0^{(t)}\$, \$\hat{m}^{(t)}\$ 为 \$\hat{\Omega}_0^{(t)}\$ 中元素个数, 第 \$t\$ 次迭代过程中的NSCM为 \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(t)}\$, 则第 \$t+1\$ 次迭代的第 \$i\$ 个辅助数据的NGIP可表示为

$$\omega_i^{(t+1)} = \mathbf{z}_i^H \left(\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(t+1)} \right)^{-1} \mathbf{z}_i, \quad i = 1, 2, \dots, R \quad (20)$$

在第 \$t+1\$ 次迭代过程中, 去除了第 \$t\$ 次迭代估计后所得集合 \$\hat{\Omega}_0^{(t)}\$ 对应的异常数据, 基于集合 \$\Omega - \hat{\Omega}_0^{(t)}\$ 对应的辅助数据重新估计NSCM, 新得到的 \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(t+1)}\$ 较前一次估计值 \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(t)}\$ 将更加精确, 迭代估计可表示为

$$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(t+1)} = \frac{1}{R - \hat{m}^{(t)}} \sum_{i \in \Omega - \hat{\Omega}_0^{(t)}} \frac{\mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H}{\mathbf{z}_i^H \mathbf{z}_i} \quad (21)$$

算法初始化阶段, 可利用式(19)的归一化采样协方差矩阵 \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(1)}\$; 迭代的停止条件为超过最大迭代次数 \$T\$。RAC-NGIP方法的伪代码如**算法1**所示。

值得一提的是, 若迭代步骤在AC-GIP的基础上进行, 则可得到GIP下的迭代方法(Reiterative Adaptive Censored based on GIP, RAC-GIP), 为避免重复, 此处只给出了RAC-NGIP的具体步骤。

为方便分析, 本文所提出的4种辅助数据自适应筛选方法的简要总结如**表1**所示。

4 性能分析

本节对所提方法开展性能分析对比。主要考虑异常值完全筛选准确率 \$P\$, 和归一化信干比(Normalized

算法 1 RAC-NGIP

Alg. 1 RAC-NGIP

输入: \$N \times R\$ 维辅助数据 \$\mathbf{Z}\$, 最大迭代次数 \$T\$

输出: 异常数据集 \$\hat{\Omega}_0\$

- 1: \$t = 1\$
- 2: \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(1)} \leftarrow\$ 式(19)
- 3: FOR \$i = 1 : R\$
- 4: \$\omega_i^{(t)} \leftarrow\$ 式(20)
- 5: END
- 6: 对 \$\omega_i^{(t)}\$ 从大到小排序, 提取索引序列 \$\{(1), (2), \dots, (R)\}\$
- 7: FOR \$m_p = 1 : R\$
- 8: \$\hat{\Omega}_p = \{(1), (2), \dots, (m_p)\}\$
- 9: \$\Omega - \hat{\Omega}_p = \{(m_p + 1), \dots, (R)\}\$
- 10: \$\hat{\mathbf{S}}_{p1}, \hat{\mathbf{S}}_{p2} \leftarrow\$ 式(8)
- 11: \$\mathbf{M}_{\text{S1}}, \mathbf{M}_{\text{S2}} \leftarrow\$ 式(12)
- 12: \$\hat{\mathbf{M}}_{p1}, \hat{\mathbf{M}}_{p2} \leftarrow\$ 式(14)
- 13: \$f(\mathbf{Z} | \hat{\mathbf{M}}_{p1}, \hat{\mathbf{M}}_{p2}; H_p, m_p) \leftarrow\$ 式(15)
- 14: END
- 15: \$\hat{m}^{(t)} \leftarrow\$ 式(16)
- 16: \$\hat{\Omega}_0^{(t)} = \{(1), (2), \dots, (\hat{m}^{(t)})\}\$
- 17: \$t \leftarrow t + 1\$
- 18: \$\hat{\mathbf{M}}_{\text{N0}}^{(t)} \leftarrow\$ 式(21)
- 19: REPEAT 步骤3~18 until \$t > T\$
- 20: \$\hat{\Omega}_0 = \hat{\Omega}_0^{(T)}\$

Signal-to-Interference Ratio, NSIR)两个指标^[12], 具体为

$$P_r = P \left\{ \Omega_0 \subseteq \hat{\Omega}_0 \right\} \quad (22)$$

$$\text{NSIR} = E \left[\frac{\det(\mathbf{w}^H \mathbf{s})^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{M}_1 \mathbf{w} \text{SIR}_{\text{opt}}} \right] \quad (23)$$

其中, P_r 的涵义为正确剔除异常值的个数占异常值真

实个数的比例, $\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{N}} [1, \exp(j), \dots, \exp(j(N-1))]^T$ 表示待检测目标信号的导向矢量, $j = \sqrt{-1}$, $(\cdot)^T$ 表示转置; \mathbf{w} 表示滤波器的权矢量, 设置为 $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{M}}_E^{-1} \mathbf{s}$, $\hat{\mathbf{M}}_E$ 为筛选后均匀辅助数据集合 $\Omega - \hat{\Omega}_0$ 对应的SCM, $\text{SIR}_{\text{opt}} = \mathbf{s}^H \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{s}$ 表示最优滤波器输出的信干比。

杂波协方差矩阵建模为 $\mathbf{M}_c = \sigma_c^2 \mathbf{M}_{c0}$, σ_c^2 表示杂波功率, $\mathbf{M}_{c0}(i, j) = \rho^{|i-j|}$, ρ 为一阶相关系数, 不失一般性, 设置 $\rho = 0.95$ ^[12]。值得一提的是, 在目标自适应检测场景中, 辅助数据含有目标回波将导致目标信号对消, 后续检测难度增大, 为此主要考虑 $\mathbf{p} = \mathbf{s}$ 的情况, 即异常值导向矢量与目标导向矢量相同^[8]。根据前述假设, 噪声功率设置为1, 则 σ_c^2 和 σ_p^2 可分别表示杂波与噪声的功率比(Clutter-to-Noise power Ratio, CNR)和异常值与噪声的功率比(Outlier-to-Noise power Ratio, ONR)。

首先, 分析迭代次数 t 对RAC-NGIP和RAC-GIP的影响, 从而确定最大迭代次数 T 的合适取值; 其次, 对本文所提的4种自适应筛选方法进行对比分析, 分别考虑相对辅助数据量和异常值个数变化对其性能的影响; 最后, 对比分析了所提方法与已有辅助数据筛选方法。

4.1 迭代次数的影响分析

为方便后续参数比较, 先讨论迭代次数对RAC-NGIP与RAC-GIP的影响, 图1比较了不同迭代次数下两种迭代估计方法的 P_r 性能和NSIR性能。值得注意的是, 当 $t=1$ 时, RAC-NGIP和RAC-GIP分别退化为AC-NGIP和AC-GIP。由图1可知, 与 $t=1$ 的非迭代情况相比, 两种迭代估计方法的 P_r 值和NSIR值在迭代次数 $t>1$ 时均有所改善, 且在 $t \geq 2$ 后趋近于稳定。可以看出, 在迭代过程中, SCM或NSCM的计算去除了前一次迭代过程中的异常数据, 降低了异常值对本次估计的不利影响。为降低运算量, 在后续分析中, 最大迭代次数均设置为 $T=2$ 。

4.2 相对辅助数据量变化对性能的影响

本节分析了相对辅助数据量对RAC-NGIP, AC-NGIP, RAC-GIP, AC-GIP的性能影响。

在通道数 N 不变情况下, 图2(a)和图2(b)分别

表1 本文所提的辅助数据自适应筛选方法简要总结
Tab. 1 Brief summary of methods proposed in this paper

方法	简要说明	计算复杂度
AC-GIP	异常值个数未知的非迭代估计方法, 采用GIP筛选处理对辅助数据进行初步排序	$O(N^2 R^2 + 3N^3 R - 4N^4)$
AC-NGIP	异常值个数未知的非迭代估计方法, 采用NGIP筛选处理对辅助数据进行初步排序	$O(N^2 R^2 + 3N^3 R - 4N^4)$
RAC-GIP	异常值个数未知条件下, 以AC-GIP为基础, 对异常值集合进行迭代估计	$O(TN^2 R^2 + 3TN^3 R - 4TN^4)$
RAC-NGIP	异常值个数未知条件下, 以AC-NGIP为基础, 对异常值集合进行迭代估计	$O(TN^2 R^2 + 3TN^3 R - 4TN^4)$

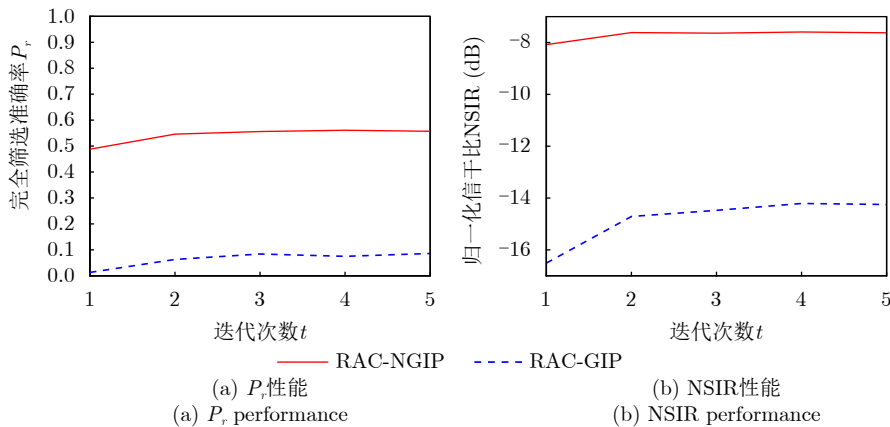


图1 RAC-NGIP与RAC-GIP方法 P_r 和NSIR随 t 的变化曲线($N=8$, $R=12$, $m=4$, $\text{CNR}=10$ dB, $\text{ONR}=20$ dB)

Fig. 1 P_r and NSIR versus t of the RAC-NGIP and RAC-GIP with $N=8$, $R=12$, $m=4$, $\text{CNR}=10$ dB, $\text{ONR}=20$ dB

展示了 P_r 和 NSIR 随辅助数据量 R 的变化曲线。由图2可知, P_r 和 NSIR 的曲线总体趋势大致相同, 均随辅助数据量增加而有所提升, 且迭代估计方法优于非迭代估计方法, NGIP 筛选处理优于 GIP 筛选处理。值得注意的是, 在辅助数据量较少情况下, NGIP 筛选处理明显优于 GIP 筛选处理, 在 $R - m = N$ 的极端情况下尤为明显。随着辅助数据量增加, 特别是当 $R - m \geq 16 = 2N$ 时, RAC-GIP 较 AC-GIP 有较大提升, 而 RAC-NGIP 较 AC-NGIP 有略微提升。由图2(b)可知, AC-GIP 收敛速率较慢, 而另外3种方法在 $R - m \geq 16 = 2N$ 时均收敛到 -3 dB^[18]。综合来看, 在辅助数据量较少时, 与 GIP 筛选处理相比, NGIP 筛选处理可有效提高筛选性能; 另外, 通过较少次数的迭代估计, 可进一步改善辅助数据筛选性能。

值得注意的是, 在图2中, 不同方法的 P_r 和 NSIR 性能并非完全一致。事实上, P_r 和 NSIR 两个性能指标并不等价, P_r 指标可一定程度体现筛选的准确

程度, 但侧重于异常值是否剔除干净, 很可能存在“过剔除”现象, 即剔除异常值的同时还误删除了有用的均匀辅助数据; 当误删有用均匀辅助数据时, P_r 指标将保持不变, 而 NSIR 指标将下降; 综上, NSIR 指标可更好地反映筛选方法的综合性能^[12,13]。

在固定辅助数据量 R 的情况下, 图3(a)和图3(b)分别描述了 P_r 和 NSIR 随通道数 N 的变化曲线。随着 N 的增大, 不同方法的性能总体呈下降趋势, 且迭代估计方法优于非迭代方法, NGIP 筛选处理优于 GIP 筛选处理。在图3(a)中, RAC-NGIP, AC-NGIP 和 RAC-GIP 的完全筛选准确率随通道数增大先升后降, 而 AC-GIP 则保持持续下降趋势, 可能的原因在于, 相对辅助数据量是影响筛选性能的主要因素, 但 N 的增大一定程度增加了协方差矩阵的结构信息, 有助于区分异常数据, RAC-NGIP 等3种方法通过归一化或迭代估计的方式, 有效利用了协方差矩阵结构信息, 在 N 较小时完全筛选准确率有所提升, 而 AC-GIP 对协方差矩阵结构信息利

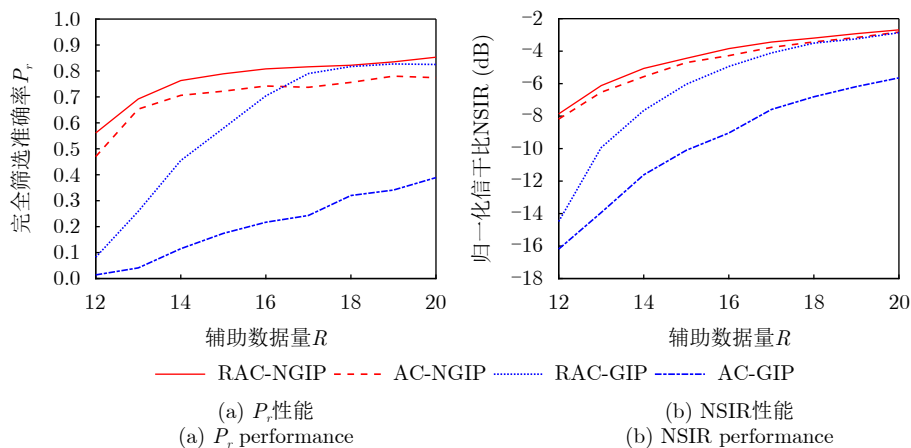


图2 不同自适应筛选方法 P_r 和 NSIR 随 R 的变化曲线 ($N = 8, m = 4, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$)

Fig. 2 P_r and NSIR versus t of different methods with $N = 8, m = 4, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$

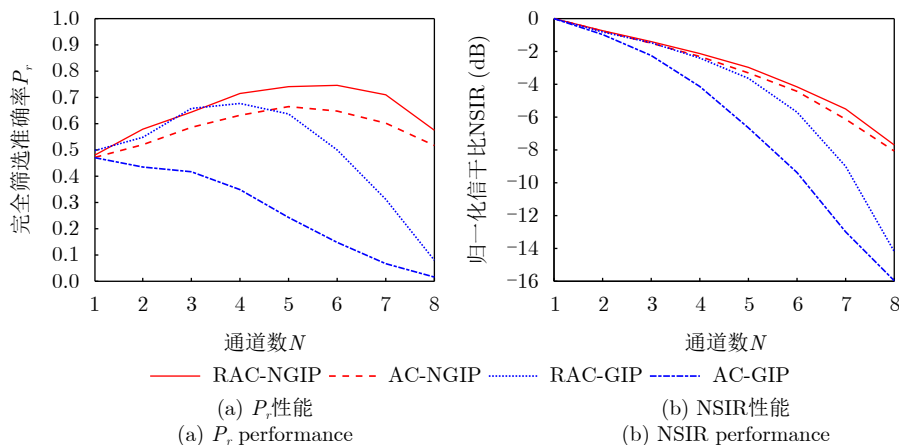


图3 不同自适应筛选方法 P_r 和 NSIR 随 N 的变化曲线 ($R = 12, m = 4, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$)

Fig. 3 P_r and NSIR versus N of different methods with $R = 12, m = 4, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$

用不够充分,完全筛选准确率主要受相对辅助数据量的影响。图3(b)中不同筛选方法的NSIR性能随 N 的增加均有所下降。

综合图2和图3来看,所提4种方法的筛选性能均随辅助数据相对量增加而提升,迭代估计方法优于非迭代估计方法,NGIP筛选处理优于GIP筛选处理。

4.3 异常值个数变化对性能的影响

图4展示了4种筛选方法的 P_r 和NSIR随异常值个数 m 变化的曲线。随着 m 的增加, P_r 和NSIR都呈现下降趋势。直观的原因是, m 的增加将导致SCM或NSCM的估计中混入越来越多的异常值,可用的均匀辅助数据越来越少,筛选性能逐渐下降。另外,通过迭代估计和NGIP筛选处理,可在一定程度上减缓性能下降趋势。结合表1的算法复杂度来看,在所提出的4种方法中,RAC-NGIP方法性

能最优,但其计算复杂度也是最高的,后续将重点开展其与已有方法的对比。

4.4 与已有辅助数据筛选方法性能对比

本节将提出的RAC-NGIP与已有辅助数据筛选方法进行了对比,主要包括NCFML^[11],RCFML^[11],2S-DSP^[12]和AML-N^[13];值得一提的是,已有的4种方法均假定异常值个数已知,而RAC-NGIP适用于异常值个数未知的情况。其中,异常值个数真实值 $m=4$, m_0 表示已知的异常值个数上界,RAC-NGIP和AML-N的最大迭代次数 $T=2$,AML-N中辅助数据组合数 $N_0=10$ 。值得注意的是,实际应用中,异常值个数真实值 m 往往是未知的,而异常值个数上界 m_0 也难以获得其准确值,接下来将针对 m 与 m_0 的3种大小关系,对已有方法进行比较分析。

图5展示了已知异常值个数上界小于异常值个

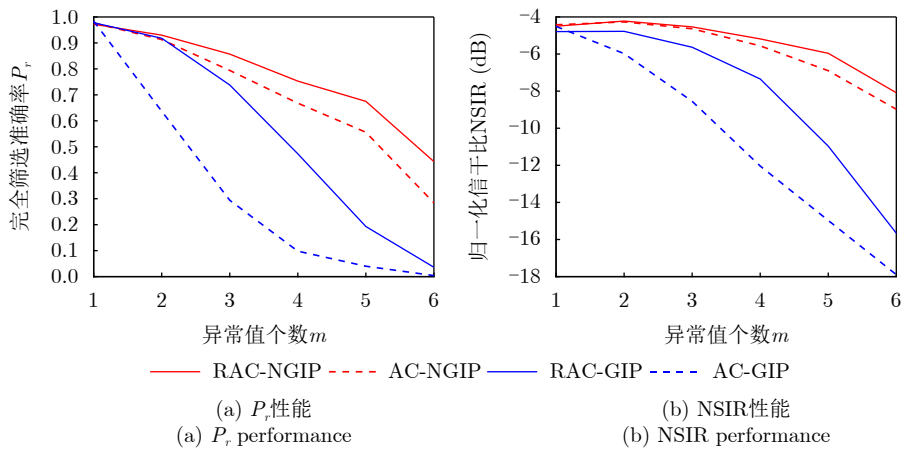


图4 不同自适应筛选方法 P_r 和NSIR随 m 的变化曲线($N=8$, $R=14$, $T=2$, $CNR=10$ dB, $ONR=20$ dB)

Fig. 4 P_r and NSIR versus m of different methods with $N=8$, $R=14$, $T=2$, $CNR=10$ dB, $ONR=20$ dB

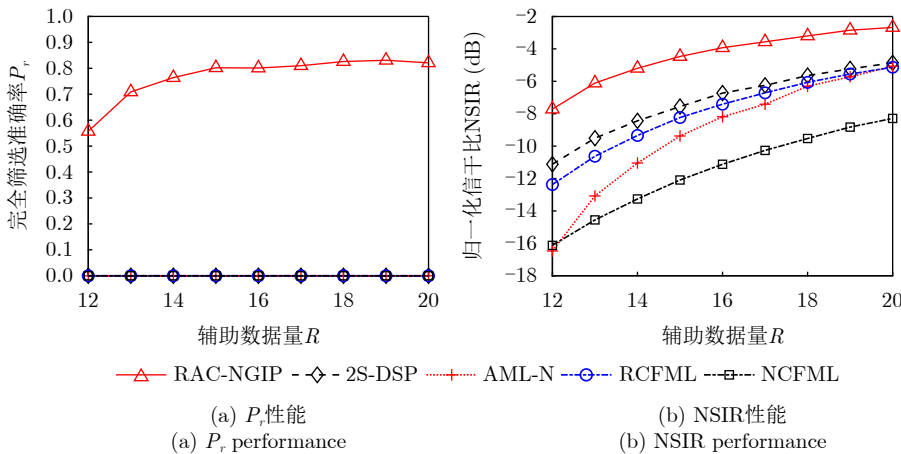


图5 当 $m_0 < m$ 时,不同筛选方法 P_r 和NSIR随 R 的变化曲线($N=8$, $m=4$, $m_0=3$, $T=2$, $CNR=10$ dB, $ONR=20$ dB)

Fig. 5 P_r and NSIR versus R of different methods for $m_0 < m$ with $N=8$, $m=4$, $m_0=3$, $T=2$, $CNR=10$ dB, $ONR=20$ dB

数真实值($m_0 < m$)的情形。其中,在图5(a)中,由于 $m_0 < m$ 时,已有辅助数据筛选方法无法剔除所有异常值, P_r 恒为0。由图5(b)可知,由于无法剔除所有异常值,已有辅助数据筛选方法在协方差矩阵估计中混入了较多异常值,导致其NSIR值明显低于RAC-NGIP,辅助数据量较大时仍难以收敛到-3 dB。

图6展示了异常值个数上界与异常值个数真实值相等($m_0 = m$)的情形。对比图5和图6可知,与 $m_0 < m$ 的情况相比,已有辅助数据筛选方法在 $m_0 = m$ 时性能均有所改善;但本文所提RAC-NGIP方法的 P_r 和NSIR均优于已有的4种方法。另外,如图6(b)所示,在辅助数据充足的情况下,如 $R - m = 2N$ 时,图中有4种方法的NSIR值均能收敛到-3 dB,其中RAC-NGIP收敛速率最快,2S-DSP, AML-N和RCFML收敛略慢;但NCFML在该条件下无法收敛至-3 dB。

图7分析了异常值个数上界大于异常值个数真

实值($m_0 > m$)的筛选性能。对比图6和图7可知,当 m_0 增大时,已有辅助数据筛选方法增加了异常值剔除的个数,其完全筛选准确率 P_r 得到略微提升,但同时增加了误删均匀样本的概率;在辅助数据量较少时, m_0 的增加会导致已有辅助数据筛选方法的NSIR略有下降,这在图6(b)和图7(b)的对比中有所体现。值得注意的是,为满足前述 $R - m \geq N$ 条件,除RAC-NGIP不受 m_0 变化影响外,其他算法起始均从 $R = m_0 + N = 13$ 开始。

综合图5-图7的结果来看, NCFML方法由于没有考虑异常值对筛选性能的影响,筛选性能表现最差,乃至在完全筛选准确率上接近于0,其他方法由于 m_0 的变化,筛选性能受到干扰,本文所提的RAC-NGIP方法不受 m_0 变化的影响,筛选性能明显优于已有辅助数据筛选方法。

最后,由于已有方法均假定已知异常值个数信息,而本文方法中异常值个数是未知的,图8考虑了对已有方法最为有利的 $m_0 = m$ 情况,分析了不

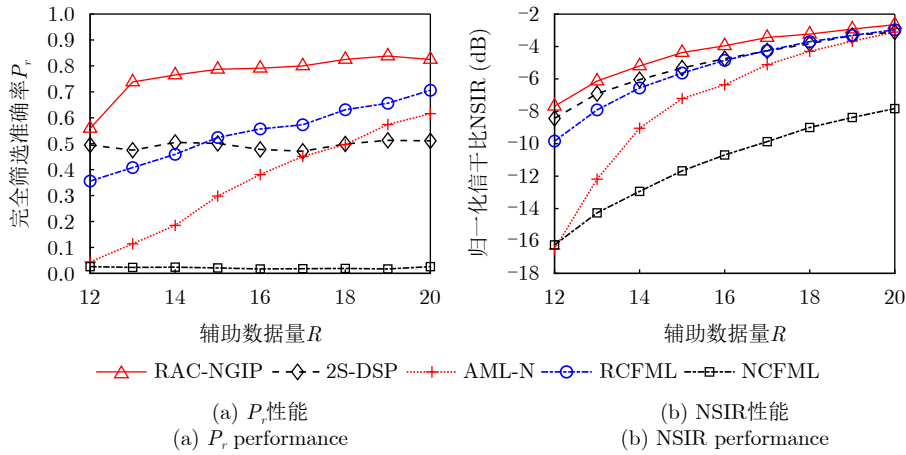


图6 当 $m_0 = m$ 时,不同筛选方法 P_r 和NSIR随 R 的变化曲线($N = 8, m = 4, m_0 = 4, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$)

Fig. 6 P_r and NSIR versus R of different methods for $m_0 = m$ with $N = 8, m = 4, m_0 = 4, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$

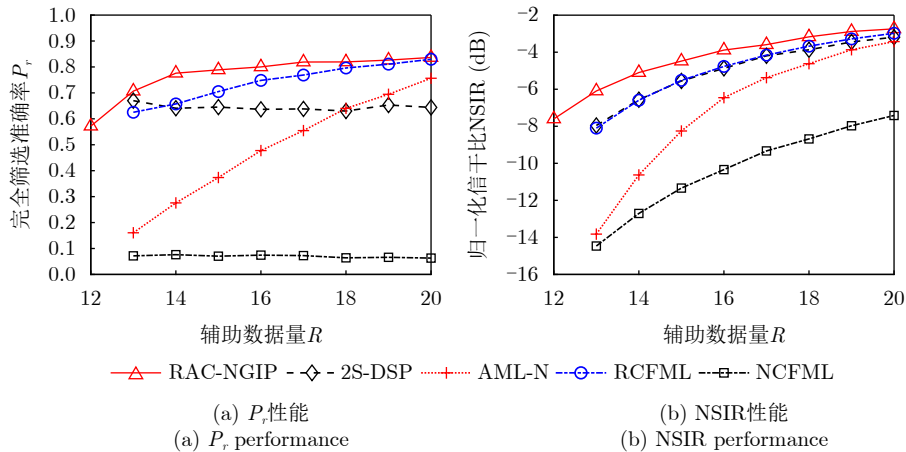


图7 当 $m_0 > m$ 时,不同筛选方法 P_r 和NSIR随 R 的变化曲线($N = 8, m = 4, m_0 = 5, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$)

Fig. 7 P_r and NSIR versus R of different methods for $m_0 > m$ with $N = 8, m = 4, m_0 = 5, T = 2, \text{CNR} = 10 \text{ dB}, \text{ONR} = 20 \text{ dB}$

同筛选方法的 P_r 和NSIR受 m 变化的影响情况。由图8(a)可知,在辅助数据总量 R 不变的情况下,随着 m 的增大,可用的均匀辅助数据量减小,所有方法的完全筛选准确率均有所下降,但RAC-NGIP的 P_r 仍明显高于已有方法,体现出较强的鲁棒性。在图8(b)中,得益于NGIP与迭代估计的有效结合,RAC-NGIP的NSIR性能整体优于已有辅助数据筛选方法,表现出较强的抗异常值能力,但在异常值个数较少时,RAC-NGIP会剔除过多的均匀辅助数据导致其NSIR性能略低。与已知异常值个数的NCFML, 2S-DSP, RCFML, AML-N等已有方法相比,RAC-NGIP增加异常值个数估计环节,一定程度也增加了算法复杂度。

5 结语

已有辅助数据筛选方法往往假定异常值个数已知,在个数未知的情况下面临较大性能损失。为此,本文研究了异常值个数未知情况下辅助数据的自适应筛选方法。在杂噪协方差矩阵已知条件下,本文通过最大化似然函数来构建异常数据集,利用GIP将异常数据集的最大似然估计过程简化为异常值个数估计,基于协方差矩阵的杂噪加性结构特征,建立未知协方差矩阵的快速最大似然估计,提出了未知异常值个数下辅助数据自适应筛选方法;进一步,基于NSCM设计了NGIP排序形式,并结合迭代估计方式对自适应筛选流程进行改进,从敏感系数角度对NGIP筛选处理优势进行了理论分析。仿真结果表明,NGIP的初步筛选精度优于GIP,采用较小迭代次数即可获得稳定的归一化信干比改善;与已有辅助数据筛选方法相比,本文所提方法在异常值个数未知条件下具有更好的筛选性能。

附录

本部分从敏感系数 α 的角度^[16],对NGIP与GIP进行了理论比较,阐明了NGIP在剔除异常值方面的潜在优势。

GIP作为剔除异常值的统计量,其物理含义为辅助数据白化后的内积,在均匀高斯杂噪背景下,其期望值为 N ,当辅助数据内存在异常值时,期望值将大于 N ,因此可以依靠这一特性来剔除异常值^[19]。然而GIP统计量依赖于背景协方差矩阵估计的准确性,实际场景中,GIP中的协方差矩阵通常又需利用辅助数据来进行估计,其中潜在的异常值将导致协方差矩阵估计精度下降,进而导致基于GIP的辅助数据筛选方法性能退化。

为了分析辅助数据中异常值对筛选性能的影响,文献^[16]引入敏感系数 α ,筛选方法的 α 值越大,其筛选性能越好。以GIP筛选处理为例,其敏感系数可表示为

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{GIP}} &= \frac{E[\delta_i | i \in \Omega_0]}{E[\delta_i | i \in \Omega - \Omega_0]} \\ &= \frac{E\left[\text{Tr}\left(\hat{\mathbf{M}}_0^{-1} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H | i \in \Omega_0\right)\right]}{E\left[\text{Tr}\left(\hat{\mathbf{M}}_0^{-1} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H | i \in \Omega - \Omega_0\right)\right]} \quad (\text{A-1}) \end{aligned}$$

为了简化分析, α_{GIP} 可以近似表示为^[16]

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{GIP}} &\approx \frac{\text{Tr}\left(\mathbf{M}_0^{-1} E\left[\mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H | i \in \Omega_0\right]\right)}{\text{Tr}\left(\mathbf{M}_0^{-1} E\left[\mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H | i \in \Omega - \Omega_0\right]\right)} \\ &= 1 + \frac{\text{Tr}\left(\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_p\right)}{\text{Tr}\left(\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_1\right)} \quad (\text{A-2}) \end{aligned}$$

其中, \mathbf{M}_0 表示全体辅助数据的协方差矩阵。

同理可得NGIP的敏感系数近似为 $\alpha_{\text{NGIP}} \approx 1 + \frac{\text{Tr}\left(\mathbf{M}_{N_0}^{-1} \mathbf{M}_p\right)}{\text{Tr}\left(\mathbf{M}_{N_0}^{-1} \mathbf{M}_1\right)}$, \mathbf{M}_{N_0} 表示全体辅助数据的归一

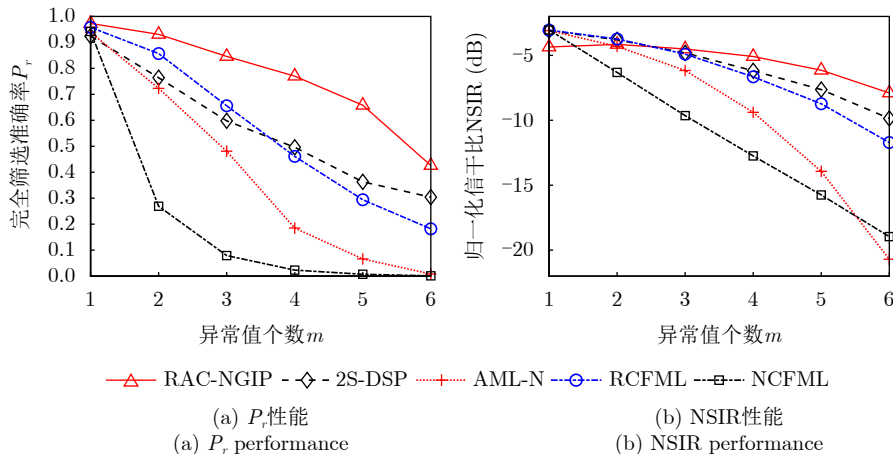


图8 当 $m_0 = m$ 时,不同筛选方法 P_r 和NSIR随 m 的变化曲线($N = 8$, $R = 14$, $T = 2$, $\text{CNR} = 10$ dB, $\text{ONR} = 20$ dB)

Fig. 8 P_r and NSIR versus m of different methods for $m_0 = m$ with $N = 8$, $R = 14$, $T = 2$, $\text{CNR} = 10$ dB, $\text{ONR} = 20$ dB

化协方差矩阵。为方便后续比较, 需探究不同参数的内在关系, 引入杂噪分量和异常值分量的归一化协方差矩阵 $\mathbf{M}_{N1} = \frac{N}{\text{Tr}(\mathbf{M}_1)} \mathbf{M}_1$ 和 $\mathbf{M}_{Np} = \frac{N}{\text{Tr}(\mathbf{M}_p)} \mathbf{M}_p$, 将 \mathbf{M}_{N1} 和 \mathbf{M}_{Np} 代入 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_p , 则 GIP 与 NGIP 敏感系数的大小关系可表示为

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{NGIP}} - \alpha_{\text{GIP}} &\approx \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_{N0}^{-1} \mathbf{M}_p)}{\text{Tr}(\mathbf{M}_{N0}^{-1} \mathbf{M}_1)} - \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_p)}{\text{Tr}(\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_1)} \\ &= \eta \left(\frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_{N0}^{-1} \mathbf{M}_{Np})}{\text{Tr}(\mathbf{M}_{N0}^{-1} \mathbf{M}_{N1})} - \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_{Np})}{\text{Tr}(\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_{N1})} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

其中, $\eta = \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_p)}{\text{Tr}(\mathbf{M}_1)}$ 。

进一步, 将 \mathbf{M}_0 和 \mathbf{M}_{N0} 表示为 \mathbf{M}_{N1} 和 \mathbf{M}_{Np} 的线性组合。根据前述假设, 辅助数据中含有 m 个异常值, 占全体辅助数据数量的比例为 $\frac{m}{R}$, \mathbf{M}_0 可近似表示为^[16]

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_0 &\approx \left(1 - \frac{m}{R}\right) \mathbf{M}_1 + \frac{m}{R} \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1 + \frac{m}{R} \\ \mathbf{M}_p &= \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_1)}{N} (\mathbf{M}_{N1} + \eta b \mathbf{M}_{Np}) \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

其中, $b = \frac{m}{R}$, $b \in (0, 1)$ 。

类似地, \mathbf{M}_{N0} 可近似表示为

$$\mathbf{M}_{N0} \approx \left(1 - \frac{m}{R}\right) \mathbf{M}_{N1} + \frac{m}{R} \mathbf{M}_{N2} \quad (\text{A-5})$$

其中, \mathbf{M}_{N2} 为异常值的归一化协方差矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{N2} &= \frac{N \mathbf{M}_2}{\text{Tr}(\mathbf{M}_2)} = \frac{N (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_p)}{\text{Tr}(\mathbf{M}_1) + \text{Tr}(\mathbf{M}_p)} \\ &= \frac{1}{1 + \eta} \mathbf{M}_{N1} + \frac{\eta}{1 + \eta} \mathbf{M}_{Np} \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

将式(A-6)代入式(A-5), \mathbf{M}_{N0} 可进一步表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{N0} &\approx \left(1 - \frac{m}{R}\right) \mathbf{M}_{N1} + \frac{m}{R} \mathbf{M}_{N2} = \frac{1 + \eta - \eta b}{1 + \eta} \\ &\cdot \left(\mathbf{M}_{N1} + \frac{\eta b}{1 + \eta - \eta b} \mathbf{M}_{Np} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

在式(A-3)中, 涉及 \mathbf{M}_0 和 \mathbf{M}_{N0} 的求逆运算, 根据式(A-4)和式(A-6), \mathbf{M}_0 和 \mathbf{M}_{N0} 可以近似表示为 \mathbf{M}_{N1} 和 \mathbf{M}_{Np} 的线性组合, 且根据前述假设, \mathbf{M}_p 为秩一半正定矩阵, 由 $\mathbf{M}_{Np} = \frac{N}{\text{Tr}(\mathbf{M}_p)} \mathbf{M}_p$ 可知, \mathbf{M}_{Np} 同样为秩一的半正定矩阵, 其可以分解为列向量与行向量的乘积。由矩阵求逆引理可知, 当矩阵 \mathbf{A} 可逆时, 形如 $\mathbf{A} + \mathbf{x}\mathbf{y}^H$ 的逆可表示为

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} + \mathbf{x}\mathbf{y}^H)^{-1} &= (\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \mathbf{x}\mathbf{y}^H \mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{y}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{x}} \\ &= \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1}}{1 + \text{Tr}(\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})} \end{aligned} \quad (\text{A-8})$$

其中, $\mathbf{B} = \mathbf{x}\mathbf{y}^H$ 表示秩一矩阵。因此 \mathbf{M}_0^{-1} 和 \mathbf{M}_{N0}^{-1} 可分别表示为

$$\mathbf{M}_0^{-1} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{M}_1)}{N} \left(\mathbf{M}_{N1}^{-1} - \frac{\eta b \mathbf{M}_{N1}^{-1} \mathbf{M}_{Np} \mathbf{M}_{N1}^{-1}}{1 + \eta b \text{Tr}(\mathbf{M}_{N1}^{-1} \mathbf{M}_{Np})} \right) \quad (\text{A-9})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{N0}^{-1} &= \frac{1 + \eta}{1 + \eta - \eta b} \\ &\cdot \left(\mathbf{M}_{N1}^{-1} - \frac{\eta b \mathbf{M}_{N1}^{-1} \mathbf{M}_{Np} \mathbf{M}_{N1}^{-1}}{1 + \eta - \eta b + \eta b \text{Tr}(\mathbf{M}_{N1}^{-1} \mathbf{M}_{Np})} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

将式(A-9)和式(A-10)代入式(A-3)可得

$$\alpha_{\text{NGIP}} - \alpha_{\text{GIP}} \approx \eta^2 b (1 - b) (N \text{Tr}(\mathbf{Q}^2) - \text{Tr}(\mathbf{Q})^2) \quad (\text{A-11})$$

其中, 由于 $\eta^2 > 0$ 且 $b(1 - b) > 0$, α_{NGIP} 与 α_{GIP} 的大小关系由 $N \text{Tr}(\mathbf{Q}^2) - \text{Tr}(\mathbf{Q})^2$ 决定。根据 \mathbf{M}_1 的正定性和 \mathbf{M}_p 的半正定性可知, \mathbf{Q} 为半正定矩阵, 其特征值 $\lambda_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, N$, 则有

$$\begin{aligned} N \text{Tr}(\mathbf{Q}^2) - \text{Tr}(\mathbf{Q})^2 &= N \sum_{i=1}^N \lambda_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^N N \lambda_i^2 - \sum_{i=1}^N \lambda_i \text{Tr}(\mathbf{Q}) \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i (N \lambda_i - \text{Tr}(\mathbf{Q})) \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

由于最小的特征值 $\lambda_{\min} \geq 0$, 则

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \lambda_i (N \lambda_i - \text{Tr}(\mathbf{Q})) &\geq \lambda_{\min} \left(N \sum_{i=1}^N \lambda_i - \text{Tr}(\mathbf{Q}) \right) \\ &= \lambda_{\min} (N - 1) \text{Tr}(\mathbf{Q}) \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

由式(A-11)、式(A-12)和式(A-13)可知, $\alpha_{\text{NGIP}} - \alpha_{\text{GIP}} \geq 0$ 。上述分析表明, NGIP 筛选处理的敏感系数不小于 GIP 筛选处理, 即前者对潜在异常值有更好的筛选能力。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参考文献

- [1] 王永良, 刘维建, 谢文冲, 等. 机载雷达空时自适应检测方法研究进展[J]. 雷达学报, 2014, 3(2): 201-207. doi: 10.3724/SP.J.1300.2014.13081.
WANG Yongliang, LIU Weijian, XIE Wenchong, et al. Research progress of space-time adaptive detection for airborne radar[J]. *Journal of Radars*, 2014, 3(2): 201-207. doi: 10.3724/SP.J.1300.2014.13081.
- [2] 李海, 刘新龙, 周盟, 等. 基于修正自适应匹配滤波器的机动目

- 标检测方法[J]. 雷达学报, 2015, 4(5): 552–559. doi: [10.12000/JR15105](https://doi.org/10.12000/JR15105).
- LI Hai, LIU Xinlong, ZHOU Meng, *et al.* Detection of maneuvering target based on modified AMF[J]. *Journal of Radars*, 2015, 4(5): 552–559. doi: [10.12000/JR15105](https://doi.org/10.12000/JR15105).
- [3] DUAN Jia, WU Yifeng, DENG Xiaobo, *et al.* Robust clutter suppression in heterogeneous environments based on multi frames and similarities[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2022, 33(1): 167–180. doi: [10.1007/s11045-021-00792-x](https://doi.org/10.1007/s11045-021-00792-x).
- [4] LU Shuping, YI Wei, LIU Weijian, *et al.* Data-dependent clustering-CFAR detector in heterogeneous environment[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(1): 476–485. doi: [10.1109/TAES.2017.2740065](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2740065).
- [5] 高永婵, 潘丽燕, 李亚超, 等. 空/时对称阵列雷达非高斯杂波背景下多秩距离扩展目标检测方法[J]. 雷达学报, 2022, 11(5): 765–777. doi: [10.12000/JR22013](https://doi.org/10.12000/JR22013).
- GAO Yongchan, PAN Liyan, LI Yachao, *et al.* Multi-rank range-spread target detection method for space/time symmetric array radar under non-Gaussian clutter background[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(5): 765–777. doi: [10.12000/JR22013](https://doi.org/10.12000/JR22013).
- [6] 简涛, 王哲昊, 王海鹏, 等. 基于损失加权修正的舰船目标HRRP小样本元学习识别方法[J]. 信号处理, 2022, 38(12): 2460–2468. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2022.12.002](https://doi.org/10.16798/j.issn.1003-0530.2022.12.002).
- JIAN Tao, WANG Zhehao, WANG Haipeng, *et al.* Ship target HRRP meta-learning recognition with small samples based on loss weighted correction[J]. *Journal of Signal Processing*, 2022, 38(12): 2460–2468. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2022.12.002](https://doi.org/10.16798/j.issn.1003-0530.2022.12.002).
- [7] ZHANG Xinying and WANG Tong. A novel training samples selection method for space-time adaptive processing[C]. The 4th International Conference on Electronic Engineering and Informatics, Guiyang, China, 2022: 1–4.
- [8] GUO Qiang, LIU Lichao, KALIUZHNYI M, *et al.* STAP training samples selection based on GIP and volume cross correlation[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2022, 19: 4028205. doi: [10.1109/LGRS.2022.3218670](https://doi.org/10.1109/LGRS.2022.3218670).
- [9] MELVIN W L, WICKS M C, and BROWN R D. Assessment of multichannel airborne radar measurements for analysis and design of space-time processing architectures and algorithms[C]. The 1996 IEEE National Radar Conference, Ann Arbor, USA, 1996: 130–135. doi: [10.1109/NRC.1996.510669](https://doi.org/10.1109/NRC.1996.510669).
- [10] MELVIN W L and WICKS M C. Improving practical space-time adaptive radar[C]. The 1997 IEEE National Radar Conference, Syracuse, USA, 1997: 48–53. doi: [10.1109/NRC.1997.588124](https://doi.org/10.1109/NRC.1997.588124).
- [11] GERLACH K. Outlier resistant adaptive matched filtering[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(3): 885–901. doi: [10.1109/TAES.2002.1039406](https://doi.org/10.1109/TAES.2002.1039406).
- [12] CONTE E, DE MAIO A, FARINA A, *et al.* Design and analysis of a knowledge-aided radar detector for Doppler processing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(3): 1058–1079. doi: [10.1109/TAES.2006.248200](https://doi.org/10.1109/TAES.2006.248200).
- [13] HAN Sudan, DE MAIO A, CAROTENUTO V, *et al.* Censoring outliers in radar data: An approximate ML approach and its analysis[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(2): 534–546. doi: [10.1109/TAES.2018.2852418](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2852418).
- [14] KARBASI S M. Joint likelihood estimation and model order selection for outlier censoring[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2021, 15(6): 561–573. doi: [10.1049/rsn2.12072](https://doi.org/10.1049/rsn2.12072).
- [15] STEINER M and GERLACH K. Fast converging adaptive processor or a structured covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(4): 1115–1126. doi: [10.1109/7.892662](https://doi.org/10.1109/7.892662).
- [16] YANG Xiaopeng, LIU Yongxu, and LONG Teng. Robust non-homogeneity detection algorithm based on prolate spheroidal wave functions for space-time adaptive processing[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2013, 7(1): 47–54. doi: [10.1049/iet-rsn.2011.0404](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2011.0404).
- [17] CONTE E, LOPS M, and RICCI G. Adaptive detection schemes in compound-Gaussian clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(4): 1058–1069. doi: [10.1109/7.722671](https://doi.org/10.1109/7.722671).
- [18] REED I S, MALLET J D, and BRENNAN L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1974, AES-10(6): 853–863. doi: [10.1109/TAES.1974.307893](https://doi.org/10.1109/TAES.1974.307893).
- [19] LI Zhihui, LIU Hanwei, ZHANG Yongshun, *et al.* Robust nonhomogeneous training samples detection method for space-time adaptive processing radar using sparse-recovery with knowledge-aided[J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2017, 11(4): 045013. doi: [10.1117/1.JRS.11.045013](https://doi.org/10.1117/1.JRS.11.045013).

作者简介

简涛, 男, 博士, 教授, 主要研究方向为雷达目标自适应检测。

马颖亮, 男, 硕士生, 主要研究方向为雷达目标自适应检测。

王海鹏, 男, 博士, 教授, 主要研究方向为智能感知与融合、大数据技术与应用。

郭磊, 男, 硕士, 工程师, 主要研究方向为雷达目标自适应检测。

魏广芬, 女, 博士, 教授, 主要研究方向为智能信息与信息处理技术及应用。

(责任编辑: 于青)