# 可信推断近场稀疏综合阵列三维毫米波成像

杨磊\* 霍鑫 申瑞阳 宋昊 胡仲伟\*

(中国民航大学电子信息与自动化学院 天津 300300)

摘要:考虑到主动式电扫描毫米波成像系统在实际应用中成像场景要求大,分辨率要求高,但毫米波的波长短, 继而造成满足奈奎斯特采样定理的均匀阵列规模及馈电网络复杂度过高,面临着成像精度、成像速度和系统成本 之间的矛盾。针对以上问题,该文提出了可信推断近场稀疏综合阵列算法(CBI-SAS),在全贝叶斯学习框架下, 该算法基于贝叶斯推断对复激励权值进行稀疏优化,得到复激励权值的完全统计后验概率密度函数,从而利用其 高阶统计信息得到复激励权值的最优值及其置信区间和置信度。在贝叶斯推断中,为了实现较少数量的阵元合成 期望波束方向图,可通过对复值激励权值引入重尾的拉普拉斯稀疏先验。然而,由于先验概率模型与参考方向图 数据模型非共轭,因此需对先验模型进行分层贝叶斯建模,从而保证得到的复激励权值完全后验分布具有闭合解 析解。为了避免求解完全后验分布的高维积分,采用变分贝叶斯期望最大化方法计算复激励权值后验概率密度函 数,实现复激励权值的可信推断。仿真模拟实验结果显示,相较于传统稀疏阵列合成方法,所提方法阵元稀疏度 更低、归一化均方误差更小、匹配方向图精度更好。此外,基于设计的稀疏阵列采集近场一维电扫和二维平面全 电扫实测回波数据后,利用改进三维时域算法进行三维重建,验证了所提CBI-SAS算法在保证成像结果的同时降 低了系统复杂性的优势。

关键词:毫米波成像;贝叶斯推断;稀疏阵列合成;分层贝叶斯;变分贝叶斯期望最大
 中图分类号:TN957
 文献标识码:A
 文章编号:2095-283X(2024)x-0001-17
 DOI: 10.12000/JR24097

**引用格式:**杨磊,霍鑫,申瑞阳,等.可信推断近场稀疏综合阵列三维毫米波成像[J].雷达学报(中英文),待出版. doi: 10.12000/JR24097.

**Reference format:** YANG Lei, HUO Xin, SHEN Ruiyang, *et al.* Credible inference of near-field sparse array synthesis for three-dimensional millimeter-wave imagery[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR24097.

# Credible Inference of Near-field Sparse Array Synthesis for Three-dimensional Millimeter-wave Imagery

YANG Lei<sup>\*</sup> HUO Xin SHEN Ruiyang SONG Hao HU Zhongwei<sup>\*</sup>

(College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**Abstract**: Due to the short wavelength of millimeter-wave, active electrical scanning millimeter-wave imaging system requires large imaging scenarios and high resolutions in practical applications. These requirements lead to a large uniform array size and high complexity of the feed network that satisfies the Nyquist sampling theorem. Accordingly, the system faces contradictions among imaging accuracy, imaging speed, and system cost. To this end, a novel, Credible Bayesian Inference of near-field Sparse Array Synthesis (CBI-SAS)

收稿日期: 2024-05-22; 改回日期: 2024-08-05; 网络出版: 2024-08-26

\*通信作者: 胡仲伟 zwhu@cauc.edu.cn; 杨磊 yanglei840626@163.com

\*Corresponding Authors: HU Zhongwei, zwhu@cauc.edu.cn; YANG Lei, yanglei840626@163.com

责任主编:邓彬 Corresponding Editor: DENG Bin

©The Author(s) 2024. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

基金项目:国家自然科学基金(62271487),中央高校基本科研业务费(3122023PT04)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62271487), Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122023PT04)

algorithm is proposed under the framework of sparse Bayesian learning. The algorithm optimizes the complexvalued excitation weights based on Bayesian inference in a sparse manner. Therefore, it obtains the full statistical posterior Probability Density Function (PDF) of these weights. This enables the algorithm to utilize higher-order statistical information to obtain the optimal values, confidence intervals, and confidence levels of the excitation weights. In Bayesian inference, to achieve a small number of array elements to synthesize the desired beam orientation pattern, a heavy-tailed Laplace sparse prior is introduced to the excitation weights. However, considering that the prior probability model is not conjugated with the reference pattern data probability, the prior model is encoded in a hierarchical Bayesian manner so that the full posterior distribution can be represented in closed-form solutions. To avoid the high-dimensional integral in the full posterior distribution, a variational Bayesian expectation maximization method is employed to calculate the posterior PDF of the excitation weights, enabling reliable Bayesian inference. Simulation results show that compared with conventional sparse array synthesis algorithms, the proposed algorithm achieves lower element sparsity, a smaller normalized mean square error, and higher accuracy for matching the desired directional pattern. In addition, based on the measured raw data from near-field 1D electrical scanning and 2D plane electrical scanning, an improved 3D time domain algorithm is applied for 3D image reconstruction. Results verify that the proposed CBI-SAS algorithm can guarantee imaging results and reduce the complexity of the system.

**Key words**: Millimeter-wave imagery; Bayesian inference; Sparse array synthesis; Hierarchical Bayesian; Variational Bayesian expectation maximization

# 1 引言

近年来,国际上恐怖活动时有发生,对人类社 会的发展与稳定造成挑战,故而对民航机场、汽车 客运站、火车站等人流量较大场所的安检设备提出 更高要求。传统的安检设备有手持式金属探测器、 X射线安检机等,其中手持式金属探测器可以探测 金属危险品,但对非金属类危险品无效,且探测范 围有限,探测效率低下<sup>[1]</sup>。X射线安检机在探测效 率、探测精度方面优于金属探测器,但是X射线的 电离会对人体的健康造成辐射伤害,不宜对人体进 行安检。随着毫米波器件及集成电路技术的快速发 展,基于毫米波三维成像的安检技术已经成为研究 热点。毫米波的频段位于30~300 GHz,波长位于 1~10 mm范围,可以轻松穿透人体的表层衣物实 现对隐匿危险品的探测,且无黑体效应,不会对人 体造成辐射积累<sup>[2]</sup>。但是实际安检情况下需要覆盖 大的成像范围,实现高的成像分辨率,然而毫米波 的波长较短,对于满足二分之一波长的均匀阵列来 说,系统需要大量的收发天线元件,阵元数目巨 大,同时工作在高频段可能会出现阵元之间的相互 耦合,导致实际系统设计复杂、工程实现困难、成 本较高<sup>[3]</sup>。如今在毫米波阵列成像上大部分采用传 统的三维重建算法,难以实现实时的高分辨成像, 使得传统方式下的阵列成像在实际工程应用中面临 着成像精度、成像速度和系统成本之间的矛盾,难 以调和。

毫米波安检成像中,为了提高近场能量的聚焦 效果,安检系统可以利用具有合适旁瓣电平、主瓣 宽度以及指向性的波束方向图来捕获人体的三维信 息。近年来,国内外学者提出了许多分析方法来解 决天线阵列综合问题,包括均匀分布天线阵列的道 尔夫-切比雪夫和泰勒方法<sup>[4,5]</sup>,这些方法降低了峰 值旁瓣电平,但是增加了主瓣宽度。此外,这些均 匀分布、等间距的阵列要想获得高分辨率的图像, 需要大量的阵元,硬件成本高,计算复杂度大。为 了解决这些问题,稀疏阵列综合技术应运而生,不 但可以有效减少所需的阵元数目,同时可以确保合 适的波束方向图。稀疏阵列综合技术的目标是基于 一定的约束条件,如元素排列、权重范围等,进行 优化天线阵列的空间响应性能,如主瓣宽度和旁瓣 电平等,得到实现特定空间响应性能的最小阵元数 目<sup>6</sup>。目前稀疏阵列综合主要集中在远场方面,文 献[7]采用子采样分布来扩大单元间距,而这只能抑 制伪贝塞尔波束的产生。文献[8]提出了一种基于子 阵列的聚焦阵列天线,以减少天线的数量,但它具 有较高的旁瓣电平(Side Lobe Level, SLL)。文献[9] 采用遗传算法来合成可控的SLL稀疏阵列。然而, 随机优化的方法耗时长,且存在局部收敛的问题。 借鉴压缩感知(Compressed Sensing, CS)具有确定 最优解的优势,在生物医学、稀疏阵列综合等各个 研究领域都得到了广泛的应用。稀疏阵列综合中为 了获得稀疏度最小的阵列,引入了先验和似然信 息,在文献[10,11]中分别使用了单任务的贝叶斯压 缩感知(Bayesian Compressed Sensing, BCS)和多 任务的BCS, 二者通过相关向量机(Relevance Vector Machine, RVM)进行求解,有效地解决了稀疏

阵列综合问题。由于阵列的激励由幅值和相位组成,是一个复数,然而单任务的BCS只能解决实数激励问题,而多任务的BCS适用于解决复激励问题,但是二者都是基于点估计来求解,激励权值的适应能力不强。因此,现有的稀疏阵列综合技术大都集中在远场均匀阵列的稀疏化过程,且面临着求解困难、局部收敛以及权值适应性不强的问题,对稀疏阵列成像处理方面却鲜有人研究。

通过所设计的稀疏阵列采集得到回波后进行高 分辨成像,近场稀疏阵列成像常用的是时域成像算 法和频域成像算法。典型的近场时域成像算法是后 向投影算法(Back Projection Algorithm, BPA), 成像原理简单易实施<sup>[12]</sup>,可以适用于多种成像场景。 但是,时域算法首先需要对成像场景划分网格,然 后对每一个点相干积累成像,以此保证成像精度, 运算量与阵元数目及成像场景中的像素点数成正比, 应用于三维成像时运算效率较低。与时域算法相比, 频域算法是将回波信号变换到空间域中进行补偿, 避免了划分成像场景中的网格数,降低了运算量, 提高了效率。典型的近场频域成像算法是距离徙动 算法(Range Migration Algorithm, RMA),其在成 像的过程中需要利用插值在波数域进行补偿[13],但 是有限长的插值核函数会引入截断误差,降低成像 精度。因此,在成像精度和成像速度上存在矛盾, 难以满足如今的人体安检成像的需求。

基于以上分析,本文提出了可信推断近场稀疏 综合阵列三维毫米波成像算法。将近场稀疏阵列 综合建模为模式匹配问题,将合成的稀疏阵列方向 图与期望目标方向图之间的误差等效转化为贝叶斯 推断问题,使用贝叶斯压缩感知来确定接近目标 参考方向图的稀疏度最小的阵列,该算法首先将复 激励权值建模为拉普拉斯先验,由于先验与似然的 非共轭特性,然后在先验建模的基础上,进行分层 贝叶斯建模,构建似然函数与拉普拉斯先验参数 之间的联系,进而推导出复激励权值的后验概率密 度函数。此外,为了保证后验概率密度函数的闭合 解析解,应用变分贝叶斯期望最大化(Variational Bayesian Expectation Maximization, VB-EM)方 法,基于高斯-赛德尔迭代策略分别计算出复阵列 权值及其超参数的后验概率密度函数。最后,利用 后验概率密度函数的结果,得出复阵列权值的解析 最优值以及置信区间和置信度,从而实现对复阵列 权值动态变化的解析指示。在成像处理方面,通过 所设计的稀疏阵列接收人体回波数据后进行分维处 理,在高度-距离维运用快速分解后向投影算法(Fast Factorized Back Projection, FFBP), 首先将阵列 分解为多个子孔径,然后通过线性插值递归融合相 邻子图像,最后完成高度-距离维的二维重建,在 方位-距离维运用后向投影算法完成方位-距离维的 二维重建。本文在仿真实验中通过与传统的稀疏阵 列合成方法对比,定量分析了本文所提方法在保持 孔径不变的基础上,阵元稀疏度更小,合成方向图 与目标方向图的匹配精度更好。在一维电扫和二维 平面全电扫实测数据实验中,保持相同稀疏度情况 下,本文所设计稀疏阵列在成像精度、成像速度和 系统成本之间得到良好平衡。仿真对比模拟实验验 证本文方法的有效性和优越性,一维电扫和二维平 面全电扫实测数据验证了本文方法设计稀疏阵列重 建的高精度。

# 2 电扫描成像系统及信号模型

毫米波电扫描成像系统采用在高度维线性阵列 电扫描,方位维圆周扫描形成二维的合成孔径,以 实现多角度的观察能力。这样既可以减少图像的重 建次数,又可以提升系统扫描效率<sup>[14]</sup>,同时对三维 回波数据进行采集,非常适合于近距离的安检成像。 毫米波圆周扫描成像系统几何模型如图1所示,以 原点*O*建立三维极坐标系(*R*,*θ*,*Z*),被检测人员站 在圆柱中心。天线阵列在*Z*方向形成间距为Δ*h*的均 匀线阵,线阵以*Z*轴为轴心,并且天线以*R*<sub>0</sub>为半径 绕着*Z*轴做轴心旋转,天线阵列在每个位置扫描完



g. 1 Geometric model of millimeter-wave electric scanning circumferential 3D imaging system

目标后,移动到下一个位置继续扫描直到结束,两 个维度的扫描形成一个圆柱的扫描面。天线阵列的 位置与X轴的夹角定义为 $\theta$ ,每次运动的角度间隔 为 $\Delta\theta$ ,天线的俯仰波束宽度与线阵旋转范围决定 了高度-方位两维分辨率大小。

在毫米波一维电扫描圆周三维成像系统中,为 保证成像分辨率,通常采用大时宽带宽信号,而常 见的大时宽带宽信号为线性调频信号,其数学表达 式为

$$s_{\rm t}(t) = \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T_{\rm p}}\right) \exp\left\{\mathrm{j}2\pi\left(f_{\rm c}t + \frac{\gamma}{2}t^2\right)\right\} \quad (1)$$

其中,t表示快时间,rect(·)为矩形窗函数, $T_p$ 表示 发射信号时间宽度, $f_c$ 表示信号中心频率,即载 频, $\gamma$ 为线性调频信号的调频斜率。

天线单元 $M_n$ 的位置为 $(R_0 \cos \theta, R_0 \sin \theta, z)$ ,目标散射点 $P_i$ 的位置为 $(x_i, y_i, z_i)$ ,则从天线单元 $M_n$ 到目标散射点 $P_i$ 的距离为

$$R(\theta; z) = \sqrt{(R_0 \cos \theta - x_i)^2 + (R_0 \sin \theta - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$
(2)

经过时延后天线单元*M*<sub>n</sub>接收到目标散射点*P*<sub>i</sub>的原始回波信号为

$$s_{\rm r}(t,\theta,z) = \sigma_i \operatorname{rect}\left(\frac{t-\tau(\theta;z)}{T_{\rm p}}\right) \\ \cdot \exp\left\{ j2\pi \left[ f_{\rm c}(t-\tau(\theta;z)) + \frac{\gamma}{2}(t-\tau(\theta;z))^2 \right] \right\}$$
(3)

其中, $\sigma_i$ 为第*i*个目标散射点的后向散射系数,回 波延迟可以表示为 $\tau(\theta; z) = 2R(\theta; z)/c$ 。

对式(3)进行下变频接收,获得的回波信号为

$$s(t,\theta,z) = \sigma_i \operatorname{rect}\left(\frac{t-\tau(\theta;z)}{T_{\rm p}}\right)$$
$$\cdot \exp\left\{-\mathrm{j}2\pi f_{\rm c}\tau(\theta;z) + \mathrm{j}\pi\gamma(t-\tau(\theta;z))^2\right\}$$
(4)

对式(4)通过匹配滤波进行脉冲压缩,通常选 取发射信号线性调频部分的时域翻转共轭信号作为 脉冲压缩的匹配滤波器,即

$$h(t) = \exp\{-j\pi\gamma(-t)^2\}$$
(5)

脉冲压缩的过程通常通过信号的频域相乘来实 现,即

$$s_{O}(t,\theta,z) = \mathrm{FFT}^{-1}\{\mathrm{FFT}[s(t,\theta,z)] \cdot \mathrm{FFT}[h(t)]\}$$
  
=  $\sigma_{i} \operatorname{sinc}\left(\frac{t-\tau(\theta;z)}{T_{\mathrm{p}}}\right) \exp(-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}\tau(\theta;z))$ 
(6)

其中,FFT<sup>-1</sup>表示快速傅里叶逆变换。由式(6)可见, 回波信号经过匹配滤波的脉冲压缩处理后,在距离 时域表现为sinc函数形式,说明回波已经完成距离 维的聚焦,而在方位和高度维上仍需要聚焦处理。

# 3 稀疏阵列综合

贝叶斯压缩感知是用于合成阵列稀疏度最小的 期望辐射方向图现有技术之一,具有灵活性和计算 效率高等显著优势<sup>[15]</sup>,但是利用贝叶斯学习对近场 稀疏阵列综合还鲜有人研究。在稀疏贝叶斯学习对框 架下,本文将近场稀疏阵列综合问题建模为模式匹 配问题。由于该模式匹配问题是一个多项式复杂程 度的非确定性(Non-deterministic Polynomial, NP) 问题,难以用确定性方法求解,因此进一步将稀疏 阵列综合问题表述为贝叶斯压缩感知模型。在贝叶 斯学习中,考虑到现实中阵列规模大,阵元个数多 的问题,而本文旨在使用尽可能少的阵元合成期望 方向图,因此对复激励权值施加重尾的拉普拉斯稀 疏先验,并对先验进行分层建模,最后通过贝叶斯 推断求解给出最优稀疏阵列的激励的完全后验概率 密度函数,进而得到其置信区间和置信度。

#### 3.1 阵列复激励分层贝叶斯建模

本文考虑一个具有N个均匀各向同性阵元的圆 周柱面线性阵列等效模型。在对近场阵列进行稀疏 综合前,因为近场阵列接收端接收到的信号是目标 向其辐射的球面波,因此首先需要对均匀阵列的近 场聚焦阵列进行建模<sup>[16]</sup>,以该模型为依据进行稀疏 阵列综合。本文对于不同高度处的目标聚焦,采用 的是相同的阵列天线,阵列天线始终分布在高度维 Z轴上,阵列孔径长度为1.8 m,当阵列天线旋转到 某一个方位位置时,三维坐标系转化为二维坐标 系,建立如图2所示的任意方位下近场阵列聚焦模 型,将阵列天线的物理中心处的阵元作为参考阵 元,记O(0,0)为笛卡儿坐标系的参考原点(假设阵 元的总数为奇数)。

本文采用笛卡儿坐标系对近场阵列模型建模, 因此只能对平行于阵列的直线进行截取,将其称为 聚焦线,文献[17]中叙述到当聚集线略微大于阵列 时,阵列在该范围内性能较好,效率较高。对于毫 米波安检应用场景,人体中心距离高度维Z轴为 0.628 m,因此设置聚焦线距离高度维Z轴为0.628 m, 如图2所示的聚焦线3,为了最大限度地减小天线之 间的互相干扰和耦合,选取聚焦线3上中心处的散 射点P作为增益最大的点,即天线阵列的正交方向 上进行近场阵列建模,以此提高天线阵列的聚焦性 能。对于空间中的任意一个散射点K(x<sub>k</sub>, z<sub>k</sub>),参考

D(0, ...)



图 2 任意方位下近场线阵聚焦模型 Fig. 2 Focusing model of near-field linear array in Cartesian coordinate system with arbitrary orientation

点*O*指向散射点*K*的向量为 $r_k$ ,参考点*O*指向序号为n阵元的向量为 $r_n$ ,阵列中序号为n的阵元指向散射点*K*的向量为 $r_{k,n} = r_k - r_n$ ,则序号为n的阵元在散射点*K*辐射的电场为

$$E_{n}(\boldsymbol{r}_{k}) = f_{0}(\theta, \psi) w_{n} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi |\boldsymbol{r}_{k,n}|/\lambda}}{|\boldsymbol{r}_{k,n}|}$$
$$= f_{0}(\theta, \psi) w_{n} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi |\boldsymbol{r}_{k}-\boldsymbol{r}_{n}|/\lambda}}{|\boldsymbol{r}_{k}-\boldsymbol{r}_{n}|}$$
(7)

其中, $\lambda$ 为阵列天线的工作波长, $f_0(\theta,\psi)$ 表示阵列 中阵元方向图的单元因子,本文假定每个阵元都是 理想全向性天线,即单元因子 $f_0(\theta,\psi) = 1$ , $w_n$ 为 序号n的阵元对应的复激励权值。通过假设线性阵 列中阵元都是各向同性的,可以忽略阵元之间的相 互耦合造成的干扰,显著简化阵列综合的分析和计 算,突出介绍可信推断稀疏阵列综合算法的基本原 理,对稀疏阵列进行初步的设计。实际系统中的阵 元通常具有一定的方向性,在不同的方向性上具有 不同的响应,全向阵元假设无法捕捉到这种方向性 带来的偏差对成像的影响,下一步将会考虑由阵列 方向性带来的相位误差进行校准<sup>[18]</sup>。因此,N个阵 元的阵列天线在散射点K叠加所辐射的电场可以表 示为

$$E(\boldsymbol{r}_k) = \sum_{n=1}^{N} w_n \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi|\boldsymbol{r}_k - \boldsymbol{r}_n|/\lambda}}{|\boldsymbol{r}_k - \boldsymbol{r}_n|}$$
(8)

在近场毫米波安检下,被测人体是三维立体,因此将 $E(\mathbf{r}_k)$ 中的 $\mathbf{r}_k$ 替换为近场观测区域内的距离向量来完成观测区域内的波束方向图的形成,基于叠加原理,线性阵列在近场区的观测点 $E(\mathbf{r})$ 处辐射的电场表示为

$$E(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} w_n \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|/\lambda}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|}$$
(9)

其中,**r**为近场观测点到参考点的距离向量。通过 离散化,式(9)重写为如下的矩阵形式:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{w} \tag{10}$$

其中,  $E = [E(r_{O1}), E(r_{O2}), ..., E(r_{OK})]^{T}$ 为在不同 的 K 个 观 测 位 置 的 样 本 向 量 ,  $w = [w_1, w_2, ..., w_N]^{T} 是 N$ 个阵元的复激励权值向 量, w中每一个元素的位置代表着天线阵元的位 置,每一个元素的大小代表着天线阵元激励的幅 度,近场毫米波安检下,导向向量矩阵**Φ**可以写为

$$\boldsymbol{\Phi} = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{\exp(-j2\pi |\boldsymbol{r}_{O1} - \boldsymbol{r}_{1}|/\lambda)}{|\boldsymbol{r}_{O1} - \boldsymbol{r}_{1}|} & \frac{\exp(-j2\pi |\boldsymbol{r}_{O1} - \boldsymbol{r}_{2}|/\lambda)}{|\boldsymbol{r}_{O1} - \boldsymbol{r}_{2}|} & \cdots & \frac{\exp(-j2\pi |\boldsymbol{r}_{O1} - \boldsymbol{r}_{N}|/\lambda)}{|\boldsymbol{r}_{O1} - \boldsymbol{r}_{N}|} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\exp(-j2\pi |\boldsymbol{r}_{OK} - \boldsymbol{r}_{1}|/\lambda)}{|\boldsymbol{r}_{OK} - \boldsymbol{r}_{1}|} & \frac{\exp(-j2\pi |\boldsymbol{r}_{OK} - \boldsymbol{r}_{2}|/\lambda)}{|\boldsymbol{r}_{OK} - \boldsymbol{r}_{2}|} & \cdots & \frac{\exp(-j2\pi |\boldsymbol{r}_{OK} - \boldsymbol{r}_{N}|/\lambda)}{|\boldsymbol{r}_{OK} - \boldsymbol{r}_{N}|} \end{array} \right\}$$
(11)

稀疏阵列合成的目的是找到具有最少阵元数的 阵列和相关联阵元的复激励权值,使其辐射方向图 与期望的参考方向图 *E*<sub>ref</sub>匹配,匹配误差为*e*,然 后该问题可以转化为一个*l*<sub>0</sub>范数约束的模式匹配优 化问题,匹配模型如式(12)所示。

min 
$$\|\boldsymbol{w}\|_0$$
 s.t.  $\|\boldsymbol{E}_{ref} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{w}\|_2^2 < \boldsymbol{e}$  (12)

其中, $\|\cdot\|_0$ 表示 $\ell_0$ 范数,约束了复激励权值w非零的个数,而复激励权值w的个数就是阵列中阵元的个数,因此约束了复激励权值w非零的个数等价于

约束了阵列中阵元非零的个数,  $\|\cdot\|_2$ 表示 $\ell_2$ 范数, 约 束了稀疏阵列合成的方向图与参考方向图的匹配精 度,  $E_{ref} = [E_{ref}(r_{O1}), E_{ref}(r_{O2}), \dots, E_{ref}(r_{OK})]^{H} \in C^{K}$ 是近场参考方向图在不同的K个观测位置的样本向 量,  $e = [e(r_{O1}), e(r_{O2}), \dots, e(r_{OK})]^{H} \in C^{K}$ 是精度为  $\beta$ 的零均值复高斯误差向量。

式(12)表示的问题是一个NP难问题,难以用 确定性的方法解决。随机优化可能是解决这一问题 的候选方法,但是它面临着局部收敛的问题<sup>[19]</sup>,并 且由于复杂高维问题而效果不佳。BCS已经被用来 在远场的稀疏阵列合成中<sup>[10]</sup>,为了将近场稀疏阵列 合成问题表述为BCS问题,将式(12)中的 $\ell_2$ 范数约 束进一步表示为

$$\boldsymbol{E}_{\text{ref}} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{w} + \boldsymbol{e} \tag{13}$$

为了找到具有最少阵元数的阵列和阵元的复激 励权值,使得辐射方向图与期望的参考方向图匹 配,将难以用确定性方法求解的式(12)转化为式(13) 贝叶斯压缩感知问题,本质上是将式(12)模式匹配问 题中求解复激励权值w的ℓ₀范数最小化问题转变为 求解式(13)的复激励权值w的完全后验分布的问题。

假设误差*e*服从精度为β的零均值对称复高斯 分布,因此可得参考方向图*E*<sub>ref</sub>似然函数为

$$p(\boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}} | \boldsymbol{w}, \boldsymbol{\beta}) = \mathrm{CN}(\boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}} | \boldsymbol{\varPhi} \boldsymbol{w}, \boldsymbol{\beta}^{-1} \boldsymbol{I})$$
  
 $= \left(\frac{\boldsymbol{\beta}}{\pi}\right)^{K} \exp\left(-\boldsymbol{\beta} \| \boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}} - \boldsymbol{\varPhi} \boldsymbol{w} \|_{2}^{2}\right) \quad (14)$ 

考虑到误差的随机性,故对误差精度β建模为 伽马分布,建模如下:

$$p(\boldsymbol{\beta} | c, d) = \text{Gamma}(\boldsymbol{\beta} | c, d) = \frac{d^c}{\Gamma(c)} \boldsymbol{\beta}^{c-1} \exp(-d\boldsymbol{\beta})$$
(15)

其中,  $\Gamma(c) = \int_0^\infty t^{c-1} e^{-t} dt 为伽马函数, c, d为常 参数<sup>[20]</sup>, 根据经验值可取10<sup>-3</sup>。$ 

考虑到现实情况中阵列规模过大,成本过高,本 文为了使用较少的阵元合成期望辐射的方向图,因 此对复激励权值w施以重尾的拉普拉斯稀疏先验<sup>[21,22]</sup>, 当获得复激励权值的先验模型和似然函数后,可联 合二者基于贝叶斯原理获得复激励权值的联合后验 分布,再基于贝叶斯推断求解复激励权值后验解析 解。然而,由于重尾的拉普拉斯稀疏先验与高斯似 然函数非共轭,因此无法推导获得后验概率密度函 数的闭合解析解。为此,本文通过引入中间超参数 对重尾的拉普拉斯稀疏先验模型进行分层贝叶斯建 模,以实现复数激励权值的完全后验概率密度函数 的求解。

本文在分层模型的第1步将*w*建模成为依赖于 超参数α的复高斯分布,建模如下:

$$p(\boldsymbol{w} | \boldsymbol{\alpha}) = \prod_{i=1}^{N} \operatorname{CN}(w_i | 0, \alpha_i) = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\pi \alpha_i} \exp\left(-\frac{w_i^2}{\alpha_i}\right)$$
(16)

由于高斯函数具有固有的平滑特性,式(16)不 属于稀疏分布范围内。为促进先验的稀疏性与后验 分布推导的简便,本文选取与高斯分布成对共轭的 伽马分布作为超参数α的先验,并且在分层模型的 第2步将超参数α建模如下:

$$p(\boldsymbol{\alpha} | a, b) = \prod_{i=1}^{N} \operatorname{Gamma}(\alpha_{i} | a, b)$$
$$= \prod_{i=1}^{N} \frac{b^{a}}{\Gamma(a)} \alpha_{i}^{a-1} \exp(-b\alpha_{i}) \qquad (17)$$

根据式(16)和式(17)可以计算出复激励权值**w**的 边缘分布,即 $p(w) = \int p(w|\alpha)p(\alpha|a,b)d\alpha$ ,当 a的值为1.5时,该边缘分布服从拉普拉斯分布<sup>[20]</sup>, b根据经验值可取10<sup>-6</sup>。上述分层贝叶斯模型中参数 与超参数的概率模型如图3所示。图3中**E**<sub>ref</sub>为参考 方向图,w为待求的复激励权值,  $\alpha$ 和 $\beta$ 为引入的 超参数随机变量,w和 $\alpha$ 的分层能够将非共轭的问 题实现可解性,从而简化模型,虚线方框中的a, b, c, d均为固定的参数。

#### 3.2 阵列复激励变分推断求解

根据3.1节所给定的贝叶斯分层模型,应用贝 叶斯推断理论计算激励权值*w*和超参数α,β的联合 后验概率分布为

$$p(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{E}_{\text{ref}}) = \frac{p(\boldsymbol{E}_{\text{ref}} | \boldsymbol{w}, \boldsymbol{\beta}) p(\boldsymbol{w} | \boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\beta})}{p(\boldsymbol{E}_{\text{ref}})}$$
(18)

式(18)中分子由式(14)—式(17)可以获得,然而, 为了优化阵列中阵元的个数,需要计算复激励权值 w的完全后验分布,但计算式(18)中的分母项,它 需要多维积分,这是很难处理的。为了合理的精度 和效率,变分贝叶斯期望最大化(VB-EM)作为一 种典型的确定性的近似算法,可以有效地进行隐随 机变量的推断,并通过期望最大化方法获得随机变 量的后验分布解析解。

本文将w,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $E_{ref}$ 视为随机变量,其中, $E_{ref}$ 是可以测量的,是显随机变量,w,  $\alpha$ ,  $\beta$ 是无法直接测量的,是隐随机变量,隐随机变量包含在Z={w,  $\alpha$ ,  $\beta$ }这个待求解的随机变量组合中,这些隐随机变量的后验概率密度函数可以通过VB-EM求解得到。则式(14)的对数似然函数可以表示为

$$\ln p(\boldsymbol{E}_{\text{ref}}) = \text{ELBO}(q) + \text{KL}(q \parallel p)$$
(19)

其中,



图 3 贝叶斯分层概率模型 Fig. 3 Bayesian graphic model

$$\text{ELBO}(q) = \int q(\boldsymbol{Z}) \ln\left(\frac{p(\boldsymbol{E}_{\text{ref}}, \boldsymbol{Z})}{q(\boldsymbol{Z})}\right) d\boldsymbol{Z}$$
(20)

$$\operatorname{KL}(q \| p) = -\int q(\boldsymbol{Z}) \ln\left(\frac{p(\boldsymbol{Z} | \boldsymbol{E}_{\operatorname{ref}})}{q(\boldsymbol{Z})}\right) \mathrm{d}\boldsymbol{Z} \qquad (21)$$

其中, $q(\mathbf{Z})$ 是近似的后验概率密度函数,ELBO(q) 表示最低证据下界,KL( $q \parallel p$ )表示后验概率密度函 数 $p(\mathbf{Z} \mid \mathbf{E}_{ref})$ 和近似后验概率密度函数 $q(\mathbf{Z})$ 之间的 散度(KL)。因为KL( $q \parallel p$ )  $\geq 0$ ,所以ln $p(\mathbf{E}_{ref}) \geq$ ELBO(q),因此对数似然函数的增加始终大于下界 的增加,从而最低证据下界保证了算法的收敛性。

在VB-EM算法中,根据平均场理论假设,我 们可以通过将q(**Z**)进行因式分解来简化推导。由 此,q(**Z**)可近似表示为

$$q(\boldsymbol{Z}) \approx q(\boldsymbol{w})q(\boldsymbol{\alpha})q(\boldsymbol{\beta}) \tag{22}$$

基于式(22)的因式分解,VB-EM算法即是让 下界ELBO(q)相对于q最大化,将式(22)代入式(20) 中,可以得到相应随机变量的解为

 $\hat{q}(Z_i) \approx \exp\{< \ln p(E_{ref}, Z) >_{q(Z)/q(Z_i)}\} + \text{const}$  (23) 其中, i = 1, 2, 3时对应 $w, \alpha, \beta$ 的后验概率密度函 数序号,  $< \cdot >_{q(Z)/q(Z_i)}$ 表示关于Z中除了 $Z_i$ 之外的 期望算子。根据式(23), Z中的每一个元素的近似 后验概率密度函数都可以被推断出来。

复激励权值w的近似后验概率密度函数为

$$\hat{q}(\boldsymbol{w}) \approx \exp\{<\ln p(\boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}} | \boldsymbol{w}, \boldsymbol{\beta}) p(\boldsymbol{w} | \boldsymbol{\alpha}) >_{q(\boldsymbol{\alpha})q(\boldsymbol{\beta})} + \mathrm{const}\}$$
(24)

将式(14)和式(16)代入式(24)中,可得到复激励权 值**w**服从复高斯分布

$$\hat{q}(\boldsymbol{w}) \approx \prod_{m=1}^{N} \operatorname{CN}\left(w_m \mid \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}\right)$$
 (25)

其中,

$$\boldsymbol{\mu} = <\boldsymbol{\beta} > \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}}$$
(26)

$$\boldsymbol{\Sigma} = \left( <\boldsymbol{\beta} > \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi} + <\boldsymbol{A} > \right)^{-1}$$
(27)

其中,(·)<sup>-1</sup>是求逆算子,上标H是共轭转置算子,  $A = \operatorname{diag}(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1}, ..., \alpha_N^{-1}), 式(26)$ 的均值可以 理解为稀疏复激励权值w的最优值,当复激励权值 w的值小于最大值的0.03倍时,复激励权值设为零, 此时该位置处没有阵元,式(27)为协方差矩阵,根 据设置的显著性水平可以求出最优值的置信上限和 下限,从而确定最优值的置信区间和置信度。

同理,根据式(23)可得超参数α的近似后验概 率密度函数为  $\hat{q}(\boldsymbol{\alpha}) \approx \exp\{<\ln p(\boldsymbol{\omega} \mid \boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\alpha}) >_{q(\boldsymbol{\omega})} + \text{const}\}$  (28)

将式(16)和式(17)代入式(28)中,可得到α的每 个元素服从广义逆高斯分布,其第*l*阶距为

$$< \alpha_{i}^{l} >= \left(\frac{<2|w_{i}|^{2}>}{2b}\right)^{\frac{l}{2}} \frac{\mathcal{K}_{\eta-1+l}\left(\sqrt{2b<2|w_{i}|^{2}>}\right)}{\mathcal{K}_{\eta-1}\left(\sqrt{2b<2|w_{i}|^{2}>}\right)}$$

$$(29)$$

其中, $\kappa_a$ 为第2类修正贝塞尔函数<sup>[20]</sup>,当令l = -1时,更新后的< $\alpha_i^{-1}$ >用于式(27)。

同理,根据式(23)可得超参数β的近似后验概 率密度函数为

$$\hat{q}(\boldsymbol{\beta}) \approx \exp\{<\ln p(\boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}} | \boldsymbol{w}, \boldsymbol{\beta}) p(\boldsymbol{\beta}) >_{q(\boldsymbol{w})q(\boldsymbol{\beta})} + \mathrm{const}\}$$
(30)

将式(14)和式(15)代入式(30)中,可得到*β*服从 伽马分布,*β*的均值为

$$\langle \boldsymbol{\beta} \rangle = \frac{K+c}{\left\| \boldsymbol{E}_{\mathrm{ref}} - \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{w} \right\|_{2}^{2} + d}$$
 (31)

根据前述的贝叶斯推理,我们可以通过式(26)、 式(27)、式(29)、式(31)的迭代更新,当两次的迭 代差值不超过10<sup>-3</sup>,即可得到复激励权值w,再根 据复激励权值w中非零元素的个数以及位置确定优 化后的稀疏阵列中阵元的个数及位置。综上所述, 近场稀疏阵列综合算法首先设置初始迭代次数、总 迭代次数、收敛判断阈值和迭代变量的初始值,然 后通过算法不断迭代更新,直到满足迭代收敛的阈 值后得到复激励权值的最优值及其置信区间和置信 度,实现复激励权值的可信推断。当稀疏阵列综合 算法达到最大迭代次数时,输出的可能不是复激励 权值的最优解,但它可以作为后续优化或进一步处 理的起点,可以在此输出的基础上,通过调整算法 参数、增加迭代次数来改善解的质量和收敛速度。 稀疏阵列综合算法流程图如图4所示。

# 4 基于稀疏阵列改进三维时域成像算法

利用第3节所设计的近场稀疏阵列接收圆柱扫 描所获得的人体实测回波数据后,由于对均匀阵列 进行了稀疏综合,因此激励权值在阵列中不对称的 分布,即某些阵元的权值较大,而其他阵元的权值 较小,这将会导致目标散射点的点扩展函数旁瓣升 高,图像出现散焦和伪影。通过基于稀疏阵列改进 三维时域成像算法对距离向脉冲压缩后的回波数据 进行稀疏恢复,实现近场稀疏阵列人体的三维恢复 成像。首先在高度-距离维利用FFBP算法完成图像 的聚焦。FFBP算法主要是通过孔径分解以及递归 融合的方式进行成像,其处理过程如下<sup>[23]</sup>。







为了便于毫米波MIMO阵列的稀疏综合处理, 基于等效相位中心近似来简化毫米波MIMO雷达信 号模型,将多发多收的阵列结构转化为收发同置的 均匀阵列,等效为它们中心位置的一个收发同置的 相位中心。FFBP算法将整个等效相位中心孔径按 照一定的分解系数划分成若干较短的子孔径,并将 子孔径对应的距离压缩后的数据投影到以其孔径中 心为原点的局部极坐标网格上面,从而得到粗角域 分辨的子图像。由于初始阶段的子图像质量直接影 响了后续图像融合的精度,因此在初始阶段的子孔 径BP积分过程中需要引入积分孔径的判断。假设 线性阵列孔径总长度 $L_{all}$ , 第 $n(n = 1, 2, \dots, N)$ 阶段 的子孔径数目为 $U^{(n)} = U^{(1)}/2^{n-1}$ ,每个子孔径的长 度为 $l^{(n)} = L_{all}/U^{(n)}$ ,  $\boldsymbol{w} = [w_1, w_2, \cdots, w_N]^T$ 是N个 阵元的复激励权值向量, w中每一个元素都是由 幅值和相位组成的,其中w中每一个元素的位置代 表着天线阵元的位置,每一个元素的大小代表着 天线阵元激励的幅度, 第 $u(u = 1, 2, \dots, U^{(n)})$ 个子孔 径中心的高度坐标为 $x_u^{(n)} = (u - U^{(n)}/2 - 1/2) l^{(n)}$ , 每个子孔径中含有的阵元数目m的大小取决于当前 子孔径内稀疏的复激励权值向量w的个数。每幅子 孔径图像重建在各自的极坐标系下,本文以 $\theta_u^{(n)}$ 表 示第n阶段、第u个子孔径下的局部极坐标系的角域 划分。如图5所示为第1阶段的第u个子孔径的局部 极坐标网格。

如图5所示,对于第u个子孔径,以 $x_u^{(1)}$ 为原点 建立极坐标系( $\rho, \theta_u^{(1)}$ ),其中网格像素点P的极坐标 为( $\rho$ ,  $\theta_u^{(1)}$ ), 阵元俯仰波束宽度为 $\theta_{\text{beam}}$ , 当阵元到 网格像素点*P*的连线方向和视线方向的夹角 $\varphi$ 不超 过 $\theta_{\text{beam}}/2$ 时, 阵元波束能够照射到*P*点, 即

$$-\frac{\theta_{\text{beam}}}{2} \le \arcsin\left[\frac{\left|\xi - \rho \sin\left(\theta_u^{(1)}\right)\right|}{R\left(\rho, \theta_u^{(1)}; \xi\right)}\right] \le \frac{\theta_{\text{beam}}}{2},$$
$$\xi \in \left[-\frac{l^{(1)}}{2}, \frac{l^{(1)}}{2}\right] \tag{32}$$

本文将满足式(32)的 $\xi$ 定义为像素点P的积分孔径,用符号 $\xi$ <sup>IA</sup>表示。对于第u个子孔径,如图5所示,则来自散射点 $P_0$ 点处的回波数据为

$$S(t,\xi) = \sigma_i \operatorname{sin} c \left( \frac{t - \frac{2R_0}{c}}{T_p} \right) \exp\left( -j2\pi f_c \frac{2R_0}{c} \right) (33)$$

其中, R<sub>0</sub>为孔径位置ξ到目标点P<sub>0</sub>的距离。当明确



图 5 第1阶段的第*u*个子孔径的局部极坐标网格 Fig. 5 The first stage of the *u* subaperture of the local polar grid

知道成像网格上每个像素点的积分孔径时,第1阶段的第*u*个子孔径重建的图像表示为

$$I_u^{(1)}\left(\rho, \theta_u^{(1)}\right) = \int_{\xi \in \xi^{1\Lambda}} S(t,\xi) \exp\left(jK_{Rc}R(\rho, \theta_u^{(1)};\xi)\right) \mathrm{d}\xi$$
(34)

其中,  $K_{Rc} = 4\pi f_c/c$ 为中心频率波数,  $R(\rho, \theta_u^{(1)}; \xi)$ 为孔径位置 $\xi$ 到网格像素点 $P(\rho, \theta_u^{(1)})$ 的距离。

每个子孔径分别进行式(34)的积分处理,就可 以获得第1阶段的子孔径下的高度-距离二维聚焦图 像,此时得到的是粗角域的子图像。

其次是对先前阶段的子图像不断融合当前阶段 的子图像,随着递归融合的不断进行,子孔径的长 度不断增加,而子孔径的数目不断减少,子图像的 分辨率不断提高,子孔径图像递归融合的表达式为

$$I_{u}^{(n)}\left(\rho,\theta_{u}^{(n)}\right) = \prod \left[I_{2u-1}^{(n-1)}\left(\rho,\theta_{2u-1}^{(n-1)}\right) + I_{2u}^{(n-1)}\left(\rho,\theta_{2u}^{(n-1)}\right)\right],$$

$$\begin{cases} n = 2, 3, \cdots, N\\ u = 1, 2, \cdots, U^{(n)} \end{cases}$$
(35)

其中,∐表示相干相加。在完成最后一个阶段后, 子孔径等于整个孔径,此时的局部极坐标等价于全 局极坐标系。

最后,将极坐标图像 $I(\rho, \theta)$ 变换到直角坐标系, 得到全空间的分辨率图像I(x, z)。

经过以上FFBP处理后,高度-距离维实现了聚 焦,而方位维的散射点仍然无法区分。由于BP成 像算法具有较强的轨迹适应能力,能够在任意的非 线性轨迹下实现对目标的聚焦,因此,利用BP算 法进行方位-距离维的不同点目标的聚焦。首先需 要将三维场景沿高度向划分为N个方位-距离维水平 切面相叠加的形式,之后对每个切面进行网格点的 划分,最后使用BP算法对每个水平切面进行二维 成像,从而获得三维图像。

对于任意一个二维水平切面*XOY*,如图6所示,首先对每个方位时刻的一组距离向压缩数据进行插值,之后通过计算在旋转范围内阵元到网格上每一个点目标q的距离*R<sub>ij</sub>*,根据*R<sub>ij</sub>*找到坐标为(*x<sub>i</sub>*,*y<sub>j</sub>*)的点在二维数据中相对应的数值,在对相位补偿之后,将各个数值进行相干累加,得到该点的重建结果,即

$$I(x,y) = \int s_0(t,\theta) \exp(jK_{Rc}R_{ij}) dy \qquad (36)$$

其中, *R<sub>ij</sub>*表示阵元到网格点的距离, *s*<sub>0</sub>(*t*, *θ*)表示 距离-方位维的距离压缩数据。

以上完成了一个切面的处理,对于不同高度的

水平切面XOY重复上述步骤,直到Z方向上所有切 面完成二维成像,将高度-距离维的成像结果和方 位-距离维的成像结果合并,即可得到最终目标的 三维成像结果

$$I(x, y, z) = \{I(x, z), I(x, y)\}$$
(37)

最后,为了便于对场景目标的观察和检测,将重 建的人体三维图像按照不同观测角度沿距离维进行最 大值投影,即可得到不同角度观测下的二维人体图像。

#### 5 实验验证

为了验证本文所提的可信推断近场稀疏综合阵 列三维毫米波成像的有效性和优越性,设计了仿真 模拟实验,与传统方法基于凸优化CVX求解的<sub>ℓ1</sub>范 数<sup>[24]</sup>和基于欠定系统局域解法(Focal Undetermined System Solver, FOCUSS)<sup>[25]</sup>合成稀疏阵列方向图对 比,可信推断近场稀疏综合阵列提供了复激励权值 w的置信区间和置信度,并验证了在稀疏度、匹配性 能的有效性和优越性,最后在相同的稀疏度情况下, 基于设计的稀疏阵列采集近场一维电扫描圆周和二 维平面全电扫实测回波数据后,验证了本文所提方 法在保证成像结果的同时降低了系统的复杂度。

本节首先定义了稀疏度 $\delta = M/M_{\rm UNI}$ , M是非 零激励权值w的数量,  $M_{\rm UNI}$ 是参考方向图均匀布局 的阵列数目,参考方向图与合成方向图的归一化均 方误差 $\varepsilon$ 定义为

$$\varepsilon = \frac{\int |\boldsymbol{E}_{ref}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|^2 d\boldsymbol{r}}{\int |\boldsymbol{E}_{ref}(\boldsymbol{r})|^2 d\boldsymbol{r}}$$
(38)

其中,  $E(r) = \Phi w_p \in C^K$ 是最终稀疏阵列合成的方向图。式(38)可以清楚地看出合成方向图与参考方向图的均方误差与稀疏度成反比,我们的目标是使均方误差和稀疏度相平衡,也就是说在尽可能满足期望方向图性能的同时使得阵列中阵元的数量较



图 6 \_\_\_\_\_\_ 并 历 曲 网络 图 3 Fig. 6 Two-dimensional horizontal section grid diagram

少。然后,基于凸优化CVX求解的ℓ<sub>1</sub>范数和基于 FOCUSS法分别进行了稀疏阵列的合成,在达到同 样的期望方向图性能时,对比了稀疏度和均方误 差。最后,通过所设计的稀疏阵列接收人体的回 波,利用改进三维时域成像算法对人体进行了三维 重建<sup>[26]</sup>,从而验证所提算法在保证成像结果的同时 降低了系统的复杂度的优势。

### 5.1 仿真模拟实验

本实验主要考虑一个近场低副瓣的参考方向图。 生成该参考方向图的近场天线阵列的尺寸为191λ,采 用单元间距为0.5λ的均匀线性阵列拓扑,阵元总数 为383,设置近场聚焦线距离阵列的位置为0.628 m, 其中,λ为0.01035 m,其采用了峰值旁瓣电平为 -16 dB的泰勒分布参考方向图。阵列的参考点选择 阵列的物理中心并将其作为坐标的原点*O*(0,0)。



图7中红色圆圈虚线代表参考方向图,蓝色星

号点线分别代表本文所提算法,基于凸优化CVX 求解的ℓ<sub>1</sub>范数,基于FOCUSS法合成的稀疏阵列方 向图,图7可以直观地看出本文所提方法与参考方 向图更加接近,匹配性能更好。图8中红色圆圈虚 线代表参考方向图的阵元位置及其幅值,蓝色星号 点线分别代表本文所提算法,基于凸优化CVX求 解的ℓ<sub>1</sub>范数,基于FOCUSS法合成的稀疏阵列方向 图的阵元位置及其幅值,图8可以看出本文所提方 法相较于传统稀疏阵列合成方法相比,稀疏度更 低,均匀布置的满阵中阵元稀疏的数量更多。为了 对比不同位置聚焦线的聚焦效果,针对毫米波安检 成像应用场景,人体目标距离阵列为0.4~0.8 m,





图 8 不同算法下的近场阵元位置及其幅度



因此设置近场聚焦线为0.4 m, 0.5 m, 0.6 m, 0.7 m, 0.8 m, 不同聚焦线位置的匹配参考方向图的均方 误差如图9所示,可以看出本文所提稀疏阵列综合 算法匹配参考方向图的均方误差最小。

从表1的数据中可以定量看出,在满足参考方向图性能彼此相差无几时,可以明显地看出本文所提出的算法与其他稀疏阵列合成算法相比,可以稀疏110个阵元,稀疏度为71.28%,稀疏阵列合成的方向图与参考方向图的归一化均方误差为1.89×10<sup>-4</sup>,而基于凸优化CVX求解的ℓ<sub>1</sub>范数稀疏阵列合成算法





Fig. 9 Different algorithms match the mean square error comparison graph of reference direction graph under different aggregation line positions 稀疏44个阵元,稀疏度为88.51%,均方误差为 3.50×10<sup>-3</sup>,基于FOCUSS方法的稀疏阵列合成算 法稀疏62个阵元,稀疏度为83.81%,均方误差为 3.08×10<sup>-4</sup>。定量分析可看出本文所提算法匹配参 考方向图的精度更好,稀疏度更低,阵列成本及其 系统馈电网络复杂度可以设计地更低。

在稀疏贝叶斯学习的框架下,利用本文所提出 的算法求得复激励权值解析的后验概率密度函数, 从而获得高阶统计信息,进而得到了复激励权值的 期望及方差。在稀疏阵列综合后的方向图与参考方 向图均方误差在1.89×10<sup>-4</sup>的情况下,根据设置的 显著性水平为0.05,可以确定每个阵元的幅度最大 不会超过置信区间上限,最小不会低于置信区间下 限时,可以满足方向图的匹配性能,为现实应用中 激励幅值的评估提供了边界判定依据。但是如果直 接将置信区间下限小于零的阵元置零,虽然提高了 稀疏性,但是匹配精度将会严重下降。其中图10为 近场阵元位置及其激励权值幅度的置信区间图,其 中蓝色代表激励权值幅度(期望),红色代表激励权 值在置信度为95%下的置信区间。

#### 5.2 稀疏阵列重建图像实测数据验证

为了验证5.1节所合成的稀疏阵列的可行性、 适用性及所提算法的高精度的优势,本节采用机械 和电扫描相结合圆周实测数据和二维全电扫面阵实 测数据进行实验验证。机械和电扫描相结合圆周成 像系统采用的是以固定的角速度沿圆周运动的线性

| Tab. 1 Tertormance comparison of unierent sparse array synthesis algorithmis |            |      |        |                      |  |  |
|--|------------|------|--------|----------------------|--|--|
| 方法   | 峰值旁瓣电平(dB) | 阵元个数 | 稀疏度(%) | 均方误差                 |  |  |
| 本文所提方法   | -15.81     | 273  | 71.28  | $1.89{	imes}10^{-4}$ |  |  |
| $\ell_1$ 范数  | -15.76     | 339  | 88.51  | $3.50{	imes}10^{-3}$ |  |  |
| FOCUSS法  | -15.68     | 321  | 83.81  | $3.08{	imes}10^{-4}$ |  |  |

表 1 不同稀疏阵列合成算法下的性能对比 b. 1 Performance comparison of different sparse array synthesis algorithm



Fig. 10 Confidence interval for the position and amplitude of near-field elements

阵列,围绕实测人体进行圆周柱面扫描接收人体的回波,毫米波电扫描圆周成像系统相关参数如表2 所示。二维全电扫面阵成像系统采用480×480阵元 的二维平面阵,天线阵大小为1.0 m×1.8 m,阵元之 间的间距为12.6 mm,平面阵离中心点距离为0.85 m, 系统工作频率为27 GHz,系统工作带宽为6.5 GHz, 对实测人体进行快拍接收人体回波。

为了定性比较稀疏阵列综合后成像的效果,以本文所提算法稀疏度为基准,将基于凸优化CVX 求解的ℓ<sub>1</sub>范数得到的最优复激励权值小于等于一个 阈值进行归零,使得稀疏优化掉与本文所提算法相 同的阵元个数。同样,将基于FOCUSS方法得到的

表 2 毫米波电扫描圆周成像系统相关参数 Tab. 2 Parameters of milli-meter wave electrical scanning

| circumferential imaging system |                         |  |  |  |
|--------------------------------|-------------------------|--|--|--|
| 参数                             | 数值                      |  |  |  |
| 系统工作带宽                         | $6.5~\mathrm{GHz}$      |  |  |  |
| 工作频率                           | $27~\mathrm{GHz}$       |  |  |  |
| 目标距离                           | $0.4{\sim}0.8~{\rm m}$  |  |  |  |
| 方位/俯仰角                         | $55^{\circ}/55^{\circ}$ |  |  |  |
| 采样点数                           | 64                      |  |  |  |
| 阵元间距                           | $0.0052~\mathrm{m}$     |  |  |  |
| 旋转次数                           | 314                     |  |  |  |
| 单次旋转角度                         | $0.2867^{\circ}$        |  |  |  |
| 旋转半径                           | $0.628~\mathrm{m}$      |  |  |  |

最优复激励权值小于等于一个阈值进行归零, 使得 稀疏优化掉与本文所提算法相同的阵元个数,至此 得到相同的稀疏度71.28%。图11(a)所示成像结果 为通过圆周线性阵列扫描采集得到回波数据后完成 三维成像处理后沿距离维最大值投影得到的成像 图,图11(b)、图11(c)、图11(d)分别为在相同的稀 疏度71.28%情况下,本文所提算法设计的稀疏阵 列,基于凸优化CVX求解的l1范数所设计的稀疏阵 列,基于FOCUSS方法所设计的稀疏阵列,分别利 用所设计的稀疏阵列采集得到人体的回波,通过改 进三维时域成像算法完成三维重建,沿距离维最大 值投影得到的成像图。图12(a)所示成像结果为通 过二维全电扫面阵采集得到回波数据后完成三维成 像处理后沿距离维最大值投影得到的成像图,图12(b)、 图12(c)、图12(d)分别为在相同的稀疏度64.67%情 况下,本文所提算法设计的稀疏阵列,基于凸优化CVX 求解的ℓ<sub>1</sub>范数所设计的稀疏阵列,基于FOCUSS方 法所设计的稀疏阵列,分别利用所设计的稀疏阵列 采集得到人体的回波,通过改进三维时域成像算法 完成三维重建,沿距离维最大值投影得到的成像 图。为了全方位地比较成像效果,在相同的稀疏度 71.28%情况下,方位15°时不同方法设计的圆周线 性稀疏阵列侧面成像结果如图13所示,图13(a)、 图13(b)、图13(c)、图13(d)分别为在方位15°时, 均匀阵列成像,本文所提算法设计的稀疏阵列成像



Fig. 11 Comparison of imaging results obtained by circular linear sparse arrays designed by different methods under the same sparsity







图 13 方位15°时不同方法设计的圆周线性稀疏阵列侧面成像结果对比

Fig. 13 Comparison of side imaging results of circular linear sparse array designed by different methods at 15° orientation

结果,基于凸优化CVX求解的ℓ<sub>1</sub>范数设计的稀疏阵列成像结果,基于FOCUSS方法设计的稀疏阵列成像结果,可以看出图13(b)相对于图13(c)、图13(d), 红框示例区域聚焦效果相对良好。

从定性的角度来说,在相同的稀疏度情况下,

分别对比图11(b)、图11(c)、图11(d)和图12(b)、 图12(c)、图12(d)的结果可以发现,图11(c)、图11(d) 和图12(c)、图12(d)在人体容易藏匿危险品的位 置,如左、右大腿和小腿,前腰、胳膊和前胸的位 置成像对比度差,成像结果特征丢失严重,影响危

险品的检测,使得安检系统难以在实际场合中应 用。而图11(b)相较于图11(c)和图11(d),图12(b) 相较于图12(c)和图12(d)的成像结果,人体主要藏 匿危险品的位置成像清晰,关节分明,聚焦效果较 好。但是图11(a)成像的数据量为64×383×314,而 图11(b)成像的数据量为64×273×314,图12(a)的 成像数据量为64×480×480,而图12(b)的成像数据 量为64×386×386,相较于图11和图12(a),图11和 图12(b)的结果显示利用本文所提方法进行稀疏阵 列成像可以在保证成像质量的同时,使得成像数据 量分别减少了28.72%和35.33%,且FFBP算法的运 算复杂度为 $O(N^2 \log_2 N)$ , BP算法运算复杂度为  $O(N^3)$ , 计算平台是基于Windows 10个人计算机 上的Matlab 2018b进行(Intel(R)Core(TM)i5-9300H CPU @ 2.40GHZ, 16GB RAM), FFBP算 法耗时863 s, BP算法耗时33752 s。故本文所提的 高稀疏可信推断近场稀疏综合阵列三维成像算法可 以在保证成像质量接近均匀阵列参考成像结果的同 时,降低系统馈电网络的复杂度。

从定量的角度分析,开展点目标仿真模拟试验,如图14所示,我们选取3×3×3的散射点集合,



Fig. 14 Diagram of the position of edge point A

每个点间的各向距离均为0.2 m,构成尺寸大小为 0.4 m×0.4 m×0.4 m,反射系数均为常数的27点模 拟立方模型,选取立方模型的一个边缘点目标A, 分析其聚焦性能,对其分别利用均匀阵列、本文所 提算法稀疏阵列、基于FOCUSS算法稀疏阵列、基 于凸优化CVX求解的ℓ<sub>1</sub>范数稀疏阵列进行成像,给



Fig. 15 Profile of edge points of imaging results of different sparse array synthesis algorithms

| Tab. 3 Quantitative analysis of profile of edge points of imaging results by different sparse array synthesis methods |                      |                     |                      |                    |  |  |  |
|---|----------------------|---------------------|----------------------|--------------------|--|--|--|
| 边缘点的成像结果  | 高度向峰值旁瓣比             | 高度向分辨率<br>(3 dB宽度)  | 方位向峰值旁瓣比             | 方位向分辨率<br>(3 dB宽度) |  |  |  |
| 均匀阵列成像  | $-24.69~\mathrm{dB}$ | $7.76~\mathrm{mm}$  | $-8.01 \mathrm{~dB}$ | 4.2 mm             |  |  |  |
| 本文所提算法稀疏阵列成像  | $-22.15~\mathrm{dB}$ | $7.76~\mathrm{mm}$  | $-8.01 \mathrm{~dB}$ | 4.2 mm             |  |  |  |
| 基于FOCUSS算法稀疏阵列成像  | $-20.18~\mathrm{dB}$ | $7.79~\mathrm{mm}$  | $-8.01 \mathrm{~dB}$ | 4.2 mm             |  |  |  |
| 基于凸优化CVX求解的 $\ell_1$ 范数稀疏阵列成像   | $-17.98~\mathrm{dB}$ | $7.82 \mathrm{~mm}$ | $-8.01 \mathrm{~dB}$ | 4.2 mm             |  |  |  |

表 3 不同稀疏阵列综合方法成像结果边缘点的剖面图定量分析

出方位向及高度向剖面图,定量分析其成像聚焦性能,实验结果如图15所示。由图15和表3可以看出,在方位向,由于未进行稀疏综合处理,均匀阵列、本文所提算法稀疏阵列、基于FOCUSS算法稀 疏阵列、基于凸优化CVX求解的ℓ<sub>1</sub>范数稀疏阵列成 像剖面图具有相同的峰值旁瓣比和分辨率,具有相同的成像质量,在高度向,可以看出本文所提算法 稀疏阵列相比于FOCUSS算法稀疏阵列、凸优化 CVX求解的ℓ<sub>1</sub>范数稀疏阵列峰值旁瓣电平更低,分 辨率更高,但是相比于均匀阵列峰值旁瓣电平从 -24.69 dB升高到-22.15 dB,升高了2.54 dB,成像 质量下降,但是在阵列成本及馈电网络复杂度显著 降低的情况下,高度向成像质量的些许下降在可接 受的范围内。

## 6 结语

本文针对毫米波主动式电扫描成像系统面临着 系统成本、成像精度和成像速度之间的矛盾,提出 了可信推断近场稀疏综合阵列三维毫米波成像算 法,用于设计满足期望方向图的近场稀疏阵列,并 结合改进三维时域成像算法进行重建以此来验证在 系统低成本和复杂度下,实现高精度的成像。在稀 疏贝叶斯学习框架下,将近场稀疏阵列综合问题建 模为贝叶斯压缩感知问题,利用参考方向图和误差 变量进行概率与统计建模,并对复激励权值进行分 层建模,通过变分贝叶斯期望最大化算法获取了解 析的复激励权值的后验概率密度函数,从而获得了 高阶统计信息,进一步获得了复激励权值的最优值 及其动态范围,实现了复激励权值的动态指示。通 过本文算法所设计的稀疏阵列与现有的稀疏阵列合 成技术相比较,证明了本文所提算法在稀疏度和匹 配精度方面的有效性和优越性,相较于均匀间隔布 局的阵列,本文所设计的稀疏阵列可以减少29%左 右的阵元数量。最后基于一维电扫圆周和二维平面 全电扫实测数据,利用改进三维时域成像算法进行 三维重建,验证了所提算法保证成像结果的同时降 低了系统复杂性的优势。

### 利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

**Conflict of Interests** The authors declare that there is no conflict of interests

#### 参考文献

 [1] 马宇欣,海宇,李中余,等.稀疏轨迹毫米波雷达三维高分辨成 像算法[J]. 雷达学报, 2023, 12(5): 1000-1013. doi: 10.12000/ JR23001.

MA Yuxin, HAI Yu, LI Zhongyu, *et al.* 3D high-resolution imaging algorithm with sparse trajectory for millimeterwave radar[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(5): 1000–1013. doi: 10.12000/JR23001.

- [2] MA Zhaohui, WANG Jingyang, JING Handan, et al. Millimeter wave security imaging based on single-channel MIMO radar[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2020, 39(6): 709–717. doi: 10.11972/j.issn.1001-9014.2020.06.008.
- [3] 刘可,朱泽政,于军,等.基于互质阵列孔洞分析的稀疏阵列设 计方法[J].电子与信息学报,2022,44(1):372-379.doi:10. 11999/JEIT201024.

LIU Ke, ZHU Zezheng, YU Jun, *et al.* Sparse array design methods based on hole analysis of the coprime array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(1): 372–379. doi: 10.11999/JEIT201024.

- [4] KARIMKASHI S and KISHK A A. Focused microstrip array antenna using a Dolph-Chebyshev near-field design[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, 57(12): 3813–3820. doi: 10.1109/TAP.2009.2033435.
- [5] 赵磊,黄昆,郝鑫,等. 近场雷达成像非均匀稀疏阵设计[J]. 太 赫兹科学与电子信息学报, 2017, 15(5): 707-710. doi: 10.
   11805/TKYDA201705.0707.
   ZHAO Lei, HUANG Kun, HAO Xin, *et al.* Non-uniform

sparse array design in near field radar imaging[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017, 15(5): 707–710. doi: 10.11805/TKYDA201705.0707.

- [6] ZHAO Dongdong, LIU Xuesong, CHEN Wenyuan, et al. Optimized design for sparse cross arrays in both near-field and far-field[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2019, 44(3): 783–795. doi: 10.1109/JOE.2018.2837458.
- [7] LEMAITRE-AUGER P, ABIELMONA S, and CALOZ C. Generation of Bessel beams by two-dimensional antenna arrays using sub-sampled distributions[J]. IEEE

Transactions on Antennas and Propagation, 2013, 61(4): 1838–1849. doi: 10.1109/TAP.2012.2232263.

- [8] LI Pengfa, QU Shiwei, YANG Shiwen, et al. Focused array antenna based on subarrays[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16: 888-891. doi: 10. 1109/LAWP.2016.2613887.
- [9] RUDOLPH D L and BAROTT W C. Reduction of nearfield grating lobes in sparse linear phased arrays[C]. 2014 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Memphis, USA, 2014: 1155–1156. doi: 10.1109/APS.2014.6904904.
- [10] OLIVERI G and MASSA A. Bayesian compressive sampling for pattern synthesis with maximally sparse non-uniform linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(2): 467–481. doi: 10.1109/TAP.2010. 2096400.
- [11] OLIVERI G, CARLIN M, and MASSA A. Complex-weight sparse linear array synthesis by Bayesian compressive sampling[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(5): 2309–2326. doi: 10.1109/TAP. 2012.2189742.
- [12] 杨磊,陈英杰,王腾腾,等.旅客人身时频调和型毫米波三维重 建[J]. 红外与毫米波学报, 2023, 42(3): 327-338. doi: 10.
   11972/j.issn.1001-9014.2023.03.006.

YANG Lei, CHEN Yingjie, WANG Tengteng, et al. Threedimensional reconstruction algorithm for passengers based on time-frequency coordination[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2023, 42(3): 327–338. doi: 10.11972/j.issn. 1001-9014.2023.03.006.

- [13] 陈秀琴,李跃华,孔令雄. 毫米波近场成像及图像增强算法研究[J]. 微波学报, 2023, 39(S1): 324-327.
  CHEN Xiuqin, LI Yuehua, and KONG Lingxiong. Research on millimeter wave near field imaging and image enhancement algorithms[J]. Journal of Microwaves, 2023, 39(S1): 324-327.
- [14] 谢朋飞,张磊,吴振华. 融合ω-K和BP算法的圆柱扫描毫米波
   三维成像算法[J]. 雷达学报, 2018, 7(3): 387–394. doi: 10.
   12000/JR17112.

XIE Pengfei, ZHANG Lei, and WU Zhenhua. A threedimensional imaging algorithm fusion with  $\omega$ -K and BP algorithm for millimeter-wave cylindrical scanning[J]. *Journal of Radars*, 2018, 7(3): 387–394. doi: 10.12000/ JR17112.

- [15] LIN Zhenwei, CHEN Yaowu, LIU Xuesong, et al. Optimized design for sparse arrays in 3-D imaging sonar systems based on perturbed Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(10): 5554–5565. doi: 10.1109/ JSEN.2020.2971568.
- [16] 宋嘉奇,陶海红. 一种稀布阵列天线的近场波束综合算法[J]. 西安电子科技大学学报:自然科学版, 2018, 45(6): 14–18. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2018.06.003.

SONG Jiaqi and TAO Haihong. Near-field beam synthesis algorithm for sparse array antennas[J]. *Journal of Xidian University: Natural Science*, 2018, 45(6): 14–18. doi: 10. 3969/j.issn.1001-2400.2018.06.003.

- [17] HUANG Zixuan and CHENG Yujian. Near-field pattern synthesis for sparse focusing antenna arrays based on Bayesian compressive sensing and convex optimization[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, 66(10): 5249–5257. doi: 10.1109/TAP.2018.2860044.
- [18] KIM S, DONG H J, YU J W, et al. Phased array calibration system with high accuracy and low complexity[J]. Alexandria Engineering Journal, 2023, 69: 759-770. doi: 10.1016/j.aej.2023.02.026.
- [19] 祁峥东,卢阳沂,孔玥,等.基于多凸优化的稀疏线性阵列综合 方法[J]. 雷达与对抗, 2019, 39(4): 21-24, 49. doi: 10.19341/j. cnki.issn.1009-0401.2019.04.006.

QI Zhengdong, LU Yangyi, KONG Yue, et al. Synthesis of sparse linear arrays based on multi-convex optimization[J]. Radar & ECM, 2019, 39(4): 21–24, 49. doi: 10.19341/j.cnki. issn.1009-0401.2019.04.006.

- [20] BABACAN S D, MOLINA R, and KATSAGGELOS A K. Bayesian compressive sensing using Laplace priors[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(1): 53–63. doi: 10.1109/TIP.2009.2032894.
- [21] LIU Ying, ZHANG Zongyu, ZHOU Chengwei, et al. Robust variational Bayesian inference for direction-of-arrival estimation with sparse array[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(8): 8591–8602. doi: 10.1109/ TVT.2022.3173418.
- [22] ZHAO Xiaowen, YANG Qingshan, and ZHANG Yunhua. A hybrid method for the optimal synthesis of 3-D patterns of sparse concentric ring arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(2): 515–524. doi: 10. 1109/TAP.2015.2504377.
- [23] 李浩林, 陈露露, 张磊, 等. 快速分解后向投影SAR成像的自聚 焦算法研究[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(4): 938–945. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00011.
   LI Haolin, CHEN Lulu, ZHANG Lei, *et al.* Study of

LI Haolin, CHEN Lulu, ZHANG Lei, *et al.* Study of autofocus method for SAR imagery created by fast factorized backprojection[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(4): 938–945. doi: 10.3724/ SP.J.1146.2013.00011.

- [24] MA Chengzheng, YEO T S, LIU Zhoufeng, et al. Target imaging based on £1£0 norms homotopy sparse signal recovery and distributed MIMO antennas[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(4): 3399-3414. doi: 10.1109/TAES.2015.140939.
- [25] 杨鹏, 闫飞, 张胜辉, 等. 基于FOCUSS算法的稀疏阵列综合[J].
   电子科技大学学报, 2014, 43(2): 203-206. doi: 10.3969/j.issn.
   1001-0548.2014.02.008.

YANG Peng, YAN Fei, ZHANG Shenghui, et al. Sparse

array synthesis based on FOCUSS algorithm[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2014, 43(2): 203–206. doi: 10.3969/j.issn.1001-0548.2014.02.008.

[26] 邢孟道,马鹏辉,楼屹杉,等. 合成孔径雷达快速后向投影算法
 综述[J]. 雷达学报, 2024, 13(1): 1-22. doi: 10.12000/

# 作者简介

杨 磊,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为高分 辨SAR成像及机器学习理论应用。

霍 鑫,博士生,主要研究方向为毫米波成像与稀疏阵列 构型设计。

申瑞阳,硕士生,主要研究方向为毫米波成像与稀疏阵列 构型设计。

#### JR23183.

XING Mengdao, MA Penghui, LOU Yishan, *et al.* Review of fast back projection algorithms in synthetic aperture radar[J]. *Journal of Radars*, 2024, 13(1): 1–22. doi: 10. 12000/JR23183.

宋 昊,硕士生,主要研究方向为毫米波成像与稀疏阵列 构型设计。

胡仲伟,博士,讲师,硕士生导师,主要研究方向为高分 辨SAR成像及优化学习理论。

(责任编辑:于青)