

## 面向多任务动态场景的雷达与干扰空时协同波束联合优化方法

廖晓容<sup>①</sup> 孙国皓<sup>\*①②</sup> 钟苏川<sup>①</sup> 余显祥<sup>③</sup> 李明<sup>④</sup>

<sup>①</sup>(四川大学空天科学与工程学院 成都 610207)

<sup>②</sup>(机器人卫星四川省重点实验室 成都 610207)

<sup>③</sup>(电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

<sup>④</sup>(电子科技大学长三角研究院(衢州) 衢州 324003)

**摘要:** 现代雷达对抗形势复杂多变, 体系与体系的作战已成为基本特点, 而体系整体性能关乎着战场的主动权乃至最终的胜负。通过优化体系中雷达与干扰波束资源可以提升整体性能, 获得在空间、时间域优效的低截获探测性能, 然而空时域协同波束联合优化是一个复杂多参数耦合的非凸问题。该文针对空时域多任务动态场景, 建立了以雷达探测性能为优化目标, 以干扰性能以及能量限制为约束条件的优化模型。为求解该模型, 该文提出了基于迭代优化的空时协同波束联合设计方法, 即以雷达发射、接收、多干扰机发射波束交替迭代优化。其中, 针对多干扰机协同优化的不定矩阵二次约束二次规划(QCQP)问题, 该文基于可行点追踪-连续凸逼近(FPP-SCA)算法, 在SCA算法的基础上, 通过引入松弛变量与惩罚项, 保证算法在合理松弛度下的可行性, 解决了矩阵不定情况下难以获得可行解的问题。仿真表明, 在一定的干扰机能量约束下, 该文所提方法在保证雷达高性能探测目标且不受干扰情况下, 同时实现了多干扰机在空时域干扰对方每个平台以掩护我方雷达探测的效果; 相比传统算法, 在动态场景中基于FPP-SCA算法的协同干扰具有更优效果。

**关键词:** 雷达与干扰资源; 空时波束联合优化; 多参数耦合非凸问题; 迭代优化; 可行点追踪-连续凸逼近(FPP-SCA)

中图分类号: TN974

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2024)x-0001-16

DOI: 10.12000/JR23243

**引用格式:** 廖晓容, 孙国皓, 钟苏川, 等. 面向多任务动态场景的雷达与干扰空时协同波束联合优化方法[J]. 雷达学报(中英文), 待出版. doi: 10.12000/JR23243.

**Reference format:** LIAO Xiaorong, SUN Guohao, ZHONG Suchuan, *et al.* Joint optimization of radar and jammer space-time cooperative beamforming for a multitasking dynamic scene[J]. *Journal of Radars*, in press. doi: 10.12000/JR23243.

## Joint Optimization of Radar and Jammer Space-time Cooperative Beamforming for a Multitasking Dynamic Scene

LIAO Xiaorong<sup>①</sup> SUN Guohao<sup>\*①②</sup> ZHONG Suchuan<sup>①</sup>

YU Xianxiang<sup>③</sup> LI Ming<sup>④</sup>

<sup>①</sup>(School of Aeronautics and Astronautics, Sichuan University, Chengdu 610207, China)

<sup>②</sup>(Sichuan Provincial Key Laboratory of Robotics Satellites, Chengdu 610207, China)

<sup>③</sup>(School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

收稿日期: 2023-12-25; 改回日期: 2024-03-22; 网络出版: 2024-04-23

\*通信作者: 孙国皓 [sghsjw2005@126.com](mailto:sghsjw2005@126.com) \*Corresponding Author: SUN Guohao, [sghsjw2005@126.com](mailto:sghsjw2005@126.com)

基金项目: 国家自然科学基金(62201371), 四川省自然科学基金(2022NSFSC1952), 衢州市大科创项目(2022D013)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62201371), Sichuan Provincial Natural Science Foundation (2022NSFSC1952), Municipal Government of Quzhou (2022D013)

责任编辑: 易伟 Corresponding Editor: YI Wei

©The Author(s) 2024. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

<sup>④</sup>(*Yangtze Delta Region Institute (Quzhou), University of Electronic Science and Technology of China, Quzhou 324003, China*)

**Abstract:** The modern radar confrontation situation is complex and changeable, and inter-system combat has become a basic feature. The overall system performance affects the initiative on the battlefield and even the final victory or defeat. By optimizing the beam resources of radar and jammers in a system, the overall performance can be improved, and the effective low-intercept detection effect can be obtained in the spatial and temporal domains. However, joint optimization of cooperative beamforming in the spatial and temporal domains is a nonconvex problem with complex multiparameter coupling. In this paper, an optimization model is established for a multitasking dynamic scene in the spatial and temporal domains. Radar detection performance is the optimization goal, while the interference performance and energy limitation of jammers are the constraints. To solve the model, a joint design method of space-time cooperative beamforming based on iterative optimization was proposed; that is, iterative optimization of radar transmitting, receiving, and multiple jammers transmitting beamforming vectors was alternately optimized. To solve the Quadratically Constrained Quadratic Programs (QCQP) problem with indefinite matrices for multijammer collaborative optimization, this paper is based on the Feasible-Point-Pursuit Successive Convex Approximation (FPP-SCA) algorithm. In other words, on the basis of the SCA algorithm, algorithm feasibility is ensured through reasonable relaxation by introducing relaxation variables and a penalty term, which solves the difficulty of obtaining a feasible solution when a problem contains indefinite matrices. Simulation results show that under the constraint of certain jammer energy, the proposed method achieves the effect of multiple jammers interfering with each enemy platform in the spatial and temporal domains to cover our radar detection. This effect is achieved while ensuring high-performance radar detection of the target without interference. Compared with traditional algorithms, the collaborative interference based on the FPP-SCA algorithm exhibits a better performance in the dynamic scene.

**Key words:** Radar and jammer resources; Space-time beamforming joint optimization; Multiparameter coupling nonconvex problem; Iterative optimization; Feasible Point Pursuit Successive Convex Approximation (FPP-SCA)

## 1 引言

雷达是对抗体系中目标信息获取的重要装备, 如果它遭到破坏, 不仅会使信息来源受阻, 也会严重影响系统对抗效能; 而主动发射干扰可以通过辐射或散射电磁波扰乱对方平台的正常工作, 使其不能正确地获取我方雷达信息<sup>[1]</sup>。因此, 雷达与干扰组网协同可以在保证目标探测性能的条件下, 达到降低雷达信号被截获概率的目的。将雷达与多个干扰机组网, 联合分配各平台的时间、功率、波束指向等, 可达到在空间、时间域内我方雷达的更优探测性能和对方侦察探测平台难以发现我方雷达信号的效果, 避免了传统探测平台单独作用和一对一干扰方式在时间、空间、功率等方面的局限性。然而, 虽然干扰机具有灵巧低成本的优势, 但其资源十分有限。因此, 如何将波束资源合理分配以获得最优干扰效果, 是动态场景资源优化中不可或缺的问题。

资源分配问题遵循系统资源最小化或任务性能最优准则, 本文探讨的主要是后者, 即用尽资源来实现性能的最优化<sup>[2]</sup>。近年来, 雷达组网中的资源

分配问题一直受到广泛关注, 且在这一领域涌现了很多优秀的研究成果<sup>[3-21]</sup>。文献[3]提出了波束分配与驻留时间联合优化算法以实现资源的分配, 在保证跟踪精度的前提下, 最小化总波束驻留时间, 并采用两步法求解; 不过该方法针对的是单个雷达的目标跟踪任务, 不涉及多平台间的资源联合分配。在此基础上, 文献[7]针对组网雷达多目标跟踪场景, 考虑目标威胁度和跟踪精度下界, 基于迭代下降搜索法求解了最大化相关效用函数的优化问题。同样针对多目标跟踪资源分配问题, 文献[8]考虑了雷达系统与通信基站共享同一工作频段的情况, 研究了组网雷达功率时间联合优化分配模型。面向雷达波束与功率联合分配问题, 文献[9]针对性能最优跟踪准则, 给出了一种基于指数效用函数的全局目标函数设计方案, 文献[10]利用基于效益成本比(Benefit-Cost Ratio, BCR)的局部搜索将该问题转化为凸问题求解。在协同干扰资源分配方面, 文献[11]通过优化多干扰机波束和发射功率, 降低组网雷达系统对目标的检测概率以实现多目标突防; 文献[12]考虑干扰资源有限情况下的干扰波束和功率分配问

题，建立并求解了基于改进遗传算法的干扰资源分配模型。然而上述方法主要是对目标跟踪或协同干扰单一任务，不涉及多任务下的资源分配；并且对波束资源的优化分配是通过遍历波束指向矩阵中的二元变量对其赋值1或0，未达到波束权矢量级别的连续优化效果。

除上述基于启发式算法的研究外，基于深度强化学习(Deep Reinforcement Learning, DRL)和博弈论的资源分配方法也用于组网资源分配优化中。其中，DRL算法通过智能体与环境交互来学习状态到动作的最优映射策略。针对目标探测环境下的雷达资源分配问题，文献[13]将组网雷达作为智能体，在传统的深度强化学习算法中加入领域知识以辅助奖励机制的设置，提高了策略网络收敛性和收敛速度。针对伴随压制干扰下组网雷达功率分配问题，文献[18]将干扰机和雷达分别映射为两个智能体，由近端策略优化(Proximal Policy Optimization, PPO)策略网络生成雷达功率分配向量，并设计混合策略网络同时生成干扰机智能体的波束选择和功率分配动作，最后进行交替训练以学习两个智能体的策略网络参数。然而，DRL需要大量的数据训练，在多任务对抗中，无法提前获取足够的环境数据以供智能体学习；并且由于场景的复杂化，策略网络难以收敛。另一方面，基于博弈论的方法是在一定的约束条件下，双方都选择满足自身最大化收益的策略行为。针对杂波环境中的目标探测问题，文献[19]在满足每个目标一定的检测准则前提下，优化每个雷达的波束资源分配，使传输功率最小化；文献[20]对多基地分布式MIMO雷达组网的功率分配进行了纳什均衡(Nash Equilibrium, NE)分析，建立了信噪比约束下的极小化发射功率优化模型，并且将凸优化和博弈论方法结合以求解。另外，文献[21]综述了雷达在进行目标探测和干扰抑制时所使用的策略，包括功率分配博弈、目标干扰博弈、编码方式博弈、波形设计博弈、目标检测和跟踪博弈等。然而上述博弈论方法下的优化模型仅含1~2个耦合度较低的优化变量，在多任务场景下，由于优化变量增多且变量间的耦合度高、难以分离，求解难度大大增加。

因此，本文针对空时域多任务场景，联合优化雷达与干扰机波束资源的分配问题，并取得了良好的低截获探测效果。其难点主要体现在：一是在复杂约束条件下，多平台的同时作用和多任务的联合优化导致优化模型是一个多参数耦合的非凸问题；二是波束与能量资源分配涉及了空间域和时间域的协同优化，使模型更为复杂，而传统半正定松弛

(Semi-Definite Relaxation, SDR)算法随着模型的复杂度增加不再适用<sup>[22]</sup>。针对以上难点，本文主要工作及创新点包括：

(1) 针对雷达探测收发波束、干扰协同波束优化的多优化任务动态场景，提出了基于迭代优化的空时协同波束联合设计方法，解决了空时域干扰效果、干扰能量为约束的多参数耦合问题；

(2) 本文将优化对象精确到空时域波束权矢量，实现了雷达与干扰波束能量在不同时刻和不同方向上的灵活分配；

(3) 针对多干扰机协同优化的不定矩阵二次约束二次规划(Quadratically Constrained Quadratic Programs, QCQP)非凸优化问题，本文基于可行点追踪-连续凸逼近(Feasible Point Pursuit Successive Convex Approximation, FPP-SCA)算法<sup>[22]</sup>，解决了传统算法在矩阵不定时难以获得可行解的问题；相比SDR和连续凸逼近(Successive Convex Approximation, SCA)算法，基于FPP-SCA算法的协同干扰具有更优效果。

## 2 面向多任务动态场景的雷达与干扰波束资源联合优化问题模型

本节首先介绍雷达与干扰协同对抗动态场景，然后针对该场景建立问题模型，最后详细阐述模型中的目标函数和约束条件。

### 2.1 雷达与干扰场景及参数

考虑多任务动态场景：我方雷达执行探测目标的任务，此时对方 $L$ 部探测雷达、 $K$ 个侦察平台对我方雷达进行探测和侦察。其中，对方雷达通过发射电磁波照射我方雷达并接收回波，可获取我方雷达至电磁波发射点的距离、径向速度、方位、高度等信息。侦察平台呈平面部署，具有宽频带、大视场特点。对方雷达可“主动”探测我方雷达，侦察平台虽是“被动”接收，但其隐蔽性高、作用距离远。对方将地面侦察平台与空中探测雷达相结合以获取我方雷达信息，给我方造成了不可小觑的威胁。因此，我方 $N$ 部干扰机协同干扰对方平台，以掩护我方雷达，如图1所示。

本文假设对方各平台的参数(如位置、载频、波束权矢量、噪声功率等)已知，其中雷达参数可通过电子侦察系统识别和分析得到<sup>[23-25]</sup>；目标和对方雷达的运动路线短时间内可预测<sup>[26,27]</sup>；侦察平台可采用卫星侦察、红外侦察等方法获取其信息。目前，在陆地目标侦察监视方面已有大量的高分辨率成像侦察卫星<sup>[28]</sup>以及红外侦察告警装备<sup>[29]</sup>。地杂波可通过相应杂波抑制方法克服<sup>[30]</sup>。为达到频域掩护



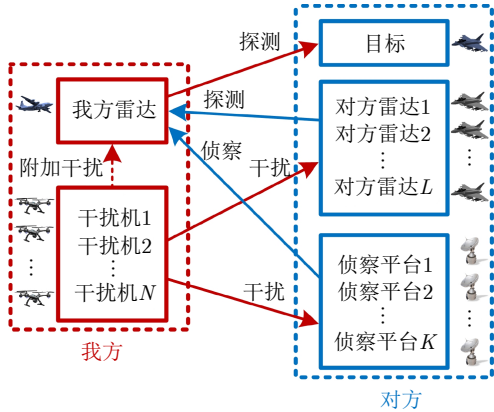


图1 多任务场景示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the multitask scene

效果, 干扰机平台采用我方雷达相同频段。根据对方侦察平台任务需求, 设其对我方雷达频段展开侦察, 并指向我方雷达所在方向。同时, 假设对方雷达与我方平台有频段重叠区域。为描述信号收发方向, 引入 $\theta_{12}$ 表示以平台1为参考点, 平台2的方向与平台1的天线阵列法线方向的夹角; 为描述各个

方向上收发波束的不同强度, 引入 $M \times 1$ 维发射波束权矢量 $\mathbf{w}_{1t}$ 和接收波束权矢量 $\mathbf{w}_{1r}$ 。其中, 1, 2为任一平台的表示符号, 干扰机表示为 $n(n=1, 2, \dots, N)$ 、雷达为 $o$ 、侦察机为 $k(k=1, 2, \dots, K)$ 、对方雷达为 $l(l=1, 2, \dots, L)$ 、目标为 $s$ 。任一平台均包含 $M$ 部呈等间距 $d$ 排列的收发天线, 故最多可同时发射或接收 $M$ 个波束。考虑波束指向问题, 本文引入 $\mathbf{a}(\theta_{12})$ ,  $\mathbf{b}(\theta_{12})$ 分别表示平台1针对平台2的发射和接收导向向量。另外, 设本文中信号传输模型的两个通用形式为:  $f(1, 2, \tau) = \mathbf{w}_{1t}^H(\tau)\mathbf{a}(\theta_{12}(\tau))$ 和 $g(1, 2, \tau) = \mathbf{w}_{1r}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{12}(\tau))$ , 分别表示 $\tau$ 时刻平台1在平台2方向的发射和接收信号。 $[\cdot]^H$ 表示共轭转置运算。

## 2.2 雷达与干扰空时协同波束联合优化问题模型

为保证实时的目标探测与协同干扰效果, 本文建立了以全时段最小的雷达探测信干噪比为优化目标、以侦察平台和对方雷达的干信比和每部干扰机总能量为约束条件的优化问题, 模型框架见式(1)。

$$\begin{aligned} \max \quad & \text{全时段最小的} \frac{\text{雷达探测目标的回波信号功率}}{\text{雷达接收的干扰信号功率} + \text{接收端噪声功率}} \\ \text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \text{任意时刻满足: } \frac{\text{侦察平台接收的干扰信号功率} + \text{接收端噪声功率}}{\text{侦察平台接收的我方雷达信号功率}} \geq \text{阈值} \\ \text{任意时刻满足: } \frac{\text{对方雷达接收的干扰信号功率} + \text{接收端噪声功率}}{\text{对方雷达探测我方雷达的回波信号功率}} \geq \text{阈值} \\ \text{每部干扰机的全时段总能量} \leq \text{上限} \end{array} \right. \quad (1) \end{aligned}$$

将全时段离散化为 $T$ 个时刻, 任意时刻表示为 $\tau$ , 即 $\tau \in [1, T]$ 。以 $P$ 表示有效信号功率,  $J$ 表示干扰和噪声功率之和, 则式(1)对应的问题模型如下:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{ot}(\tau), \mathbf{w}_{nt}(\tau)} \quad & \min_{\tau \in \{1, 2, \dots, T\}} \frac{P_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{ot}(\tau))}{J_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{nt}(\tau))} \\ \text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{J_k(\mathbf{w}_{nt}(\tau))}{P_k(\mathbf{w}_{ot}(\tau))} \geq \gamma_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ \frac{J_l(\mathbf{w}_{nt}(\tau))}{P_l} \geq \gamma_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \\ \sum_{\tau=1}^T \|\mathbf{w}_{nt}(\tau)\|^2 \leq \rho_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \end{array} \right. \quad (2) \end{aligned}$$

其中, 优化变量包括雷达发射波束权矢量 $\mathbf{w}_{ot}(\tau)$ 、雷达接收波束权矢量 $\mathbf{w}_{or}(\tau)$ 和干扰机发射波束权矢量 $\mathbf{w}_{nt}(\tau)$ 。波束权矢量反映了各阵元上的能量分配, 因此在其他参数一定的情况下, 各平台的有效信号功率和干扰功率取决于待优化的波束权矢量, 具体为:

(1) 雷达探测目标的回波信号功率 $P_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{ot}(\tau))$ , 由雷达发射、接收波束权矢量决定;

(2) 由于各干扰机与雷达信号在相同频段且与对方雷达有频段重叠, 雷达会受到干扰机信号和对方雷达探测信号的影响, 故雷达接收的干扰和噪声功率之和 $J_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{nt}(\tau))$ 由干扰机发射、雷达接收波束权矢量决定;

(3)  $J_k(\mathbf{w}_{nt}(\tau))$ ,  $J_l(\mathbf{w}_{nt}(\tau))$ 分别表示侦察平台 $k$ 和对方雷达 $l$ 接收的干扰信号功率, 由干扰机波束权矢量决定;

(4)  $P_k(\mathbf{w}_{ot}(\tau))$ ,  $P_l$ 分别表示侦察平台 $k$ 和对方雷达接收的有效信号功率。由于侦察平台的目的是获取我方雷达信息, 因此 $P_k(\mathbf{w}_{ot}(\tau))$ 由雷达发射波束权矢量决定; 而对方雷达的有效信号功率是其探测我方雷达的回波功率, 主要受其自身因素影响。

此外,  $\gamma_k$ ,  $\gamma_l$ 分别表示侦察平台 $k$ 和对方雷达 $l$ 被有效干扰的最小干信比阈值;  $\rho_n$ 表示第 $n$ 部干扰机的全时段功率上限;  $\|\cdot\|^2$ 为向量范数运算。

可见, 本文波束资源空时协同优化分配, 就是在能量约束和保证干扰效果的前提下, 寻找使目标探测性能最优的波束分配方案, 即求解模型中的波束权矢量。接下来详细介绍上述模型的组成部分。

### 2.2.1 问题模型的目标函数

为评估雷达探测目标的性能，本文选用信干噪比作为量化指标。此处的信干噪比即我方雷达接收的有效信号功率与干扰和噪声功率之和的比值。有效信号功率即我方雷达探测目标的回波信号功率

$$P_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{ot}(\tau)) = |g(o, s, \tau)f(o, s, \tau)\Omega_1(\tau)|^2 \quad (3)$$

其中， $g(o, s, \tau)f(o, s, \tau)\Omega_1(\tau) = \mathbf{w}_{or}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{os}(\tau))\mathbf{w}_{ot}^H(\tau) \cdot \mathbf{a}(\theta_{os}(\tau))\Omega_1(\tau)$ ，表示我方雷达探测目标的回波信号；符号 $\Omega_i(\tau)$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ )表示 $\tau$ 时刻下不同传输信道的幅度常量， $\Omega_1(\tau)$ 主要与我方雷达到目标的距离、目标的雷达散射截面积(Radar Cross Section, RCS)有关。

另外，干扰和噪声功率之和表示为

$$\begin{aligned} J_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{nt}(\tau)) &= \underbrace{\sum_{n=1}^N |g(o, n, \tau)f(n, o, \tau)\Omega_2(\tau)|^2}_{\text{(I)}} \\ &+ \underbrace{\sum_{l=1}^L |g(o, l, \tau)f(l, o, \tau)\Omega_3(\tau)|^2}_{\text{(II)}} + \underbrace{\sigma_n^2}_{\text{(III)}} \quad (4) \end{aligned}$$

式(4)可分为3部分，分别是：

(I)  $N$ 部干扰机对我方雷达的干扰信号功率之和。干扰机在协同干扰对方平台的同时，在我方雷达方向的信号为 $g(o, n, \tau)f(n, o, \tau)$ ，即 $\mathbf{w}_{or}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{on}) \cdot \mathbf{w}_{nt}^H(\tau)\mathbf{a}(\theta_{no})$ ； $\Omega_2(\tau)$ 与干扰机到我方雷达的距离平方成反比；

(II) 对方 $L$ 部雷达的发射信号功率对我方雷达的总体干扰。对方雷达 $l$ 在我方雷达所在方向的信号为 $g(o, l, \tau)f(l, o, \tau)$ ，即 $\mathbf{w}_{or}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{ol}(\tau))\mathbf{w}_{lt}^H(\tau)\mathbf{a}(\theta_{lo}(\tau))$ ； $\Omega_3(\tau)$ 与对方雷达到我方雷达的距离平方成反比；

(III) 雷达接收端的噪声功率。

综上，本文模型目标函数为

$$\begin{aligned} \text{SINR}_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{ot}(\tau), \mathbf{w}_{nt}(\tau)) &= \frac{P_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{ot}(\tau))}{J_o(\mathbf{w}_{or}(\tau), \mathbf{w}_{nt}(\tau))} \quad (5) \end{aligned}$$

### 2.2.2 问题模型的约束条件

对方平台受到的干扰包括 $N$ 部干扰机的协同干扰作用及其自身的噪声影响，故侦察平台 $k$ 接收的总干扰信号功率为

$$J_k(\mathbf{w}_{nt}(\tau)) = \sum_{n=1}^N |g(k, n, \tau)f(n, k, \tau)\Omega_4(\tau)|^2 + \sigma_n^2 \quad (6)$$

其中， $g(k, n, \tau)f(n, k, \tau)$ 表示干扰机 $n$ 对侦察平台 $k$ 的干扰信号，即 $\mathbf{w}_{kr}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{kn}(\tau))\mathbf{w}_{nt}^H(\tau)\mathbf{a}(\theta_{nk}(\tau))$ ； $\Omega_4(\tau)$ 与干扰机到侦察平台的距离平方成反比。由侦察平台 $k$ 的任务需求可知，来自我方雷达的信号是其有效信号，则侦察平台 $k$ 接收的有效信号功率为

$$\begin{aligned} P_k(\mathbf{w}_{ot}(\tau)) &= |g(k, o, \tau)f(o, k, \tau)\Omega_5(\tau)|^2 \\ &= |\mathbf{w}_{kr}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{ko}(\tau))\mathbf{w}_{ot}^H(\tau) \cdot \mathbf{a}(\theta_{ok}(\tau))\Omega_5(\tau)|^2 \quad (7) \end{aligned}$$

$\Omega_5(\tau)$ 与我方雷达到侦察平台的距离平方成反比。任意侦察平台都需要满足最小干信比约束条件，即

$$\frac{J_k(\mathbf{w}_{nt}(\tau))}{P_k(\mathbf{w}_{ot}(\tau))} \geq \gamma_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

类似地，对方雷达 $l$ 接收的总干扰信号功率为

$$J_l(\mathbf{w}_{nt}(\tau)) = \sum_{n=1}^N |g(l, n, \tau)f(n, l, \tau)\Omega_6(\tau)|^2 + \sigma_n^2 \quad (9)$$

其中， $g(l, n, \tau)f(n, l, \tau)$ 表示干扰机 $n$ 干扰对方雷达 $l$ 的信号，即 $\mathbf{w}_{lr}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{ln}(\tau))\mathbf{w}_{nt}^H(\tau)\mathbf{a}(\theta_{nl}(\tau))$ ， $\Omega_6(\tau)$ 与干扰机到对方雷达的距离平方成反比。同理，对方雷达 $l$ 接收的有效信号功率为

$$\begin{aligned} P_l &= |g(l, o, \tau)f(l, o, \tau)\Omega_7(\tau)|^2 \\ &= |\mathbf{w}_{lr}^H(\tau)\mathbf{b}(\theta_{lo}(\tau))\mathbf{w}_{lt}^H(\tau)\mathbf{a}(\theta_{lo}(\tau))\Omega_7(\tau)|^2 \quad (10) \end{aligned}$$

式(10)包括对方雷达 $l$ 在我方雷达方向的发射信号 $f(l, o, \tau)$ 、回波信号 $g(l, o, \tau)$ 以及幅度常量 $\Omega_7(\tau)$ 。同样，对方所有雷达需满足最小干信比约束

$$\frac{J_l(\mathbf{w}_{nt}(\tau))}{P_l} \geq \gamma_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (11)$$

另外，考虑每个干扰机的总能量约束，如式(12)所示。

$$\sum_{\tau=1}^T \|\mathbf{w}_{nt}(\tau)\|^2 \leq \rho_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

## 3 基于多参数迭代的空域波束优化算法

为便于说明，本节在 $T = 1$ 的特殊情况下详细介绍了所提算法的原理及用法，并在第4节推广至动态场景。

### 3.1 空域波束迭代优化算法总体框架

本节主要体现空间域上的优化，设式(2)中参数 $T = 1$ ，得式(13)问题模型。

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}_{ot}, \mathbf{w}_{or}, \mathbf{w}_{nt}} & \frac{|\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{os}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{os}) \Omega_1|^2}{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{on}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{no}) \Omega_2|^2 + \sum_{l=1}^L |\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{ol}) \mathbf{w}_{lt}^H \mathbf{a}(\theta_{lo}) \Omega_3|^2 + \sigma_n^2} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \frac{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{kn}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{nk}) \Omega_4|^2 + \sigma_n^2}{|\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{ko}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{ok}) \Omega_5|^2} \geq \gamma_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ \frac{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{lr}^H \mathbf{b}(\theta_{ln}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{nl}) \Omega_6|^2 + \sigma_n^2}{|\mathbf{w}_{lr}^H \mathbf{b}(\theta_{lo}) \mathbf{w}_{lt}^H \mathbf{a}(\theta_{lo}) \Omega_7|^2} \geq \gamma_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \\ \|\mathbf{w}_{nt}\|^2 \leq \rho_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

该模型包含3个优化变量且约束较多,难以使用传统方法求解。因此,本文提出了一种基于迭代的波束资源联合优化算法,即分别将两个优化变量视为常量,据已知条件简化模型,再求解使目标函数最优的另一个变量,如此循环迭代,直到目标函数和变量收敛。算法总体框架如图2所示。

### 3.2 基于广义瑞利商的雷达接收波束权矢量优化方法

根据上述算法,在固定雷达发射波束权矢量 $\mathbf{w}_{ot}$ 和干扰机发射波束权矢量 $\mathbf{w}_{nt}$ 时,雷达接收波束权矢量 $\mathbf{w}_{or}$ 为唯一的优化变量。由于式(13)约束不含 $\mathbf{w}_{or}$ ,模型等价于

$$\max_{\mathbf{w}_{or}} \frac{|\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{os}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{os}) \Omega_1|^2}{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{on}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{no}) \Omega_2|^2 + \sum_{l=1}^L |\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{ol}) \mathbf{w}_{lt}^H \mathbf{a}(\theta_{lo}) \Omega_3|^2 + \sigma_n^2} \quad (14)$$

令 $M$ 维向量 $\mathbf{a} = \mathbf{b}(\theta_{os}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{os}) \Omega_1$ ,  $\mathbf{b}_n = \mathbf{b}(\theta_{on}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{no}) \Omega_2$ ,  $\mathbf{c}_l = \mathbf{b}(\theta_{ol}) \mathbf{w}_{lt}^H \mathbf{a}(\theta_{lo}) \Omega_3$ , 式(14)简化为

$$\max_{\mathbf{w}_{or}} \frac{\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}_{or}}{\sum_{n=1}^N \mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}_n \mathbf{b}_n^H \mathbf{w}_{or} + \sum_{l=1}^L \mathbf{w}_{or}^H \mathbf{c}_l \mathbf{c}_l^H \mathbf{w}_{or} + \sigma_n^2} \quad (15)$$

其中,  $\sigma_n^2 = \mathbf{w}_{or}^H \mathbf{I} \sigma_n^2 \mathbf{w}_{or} / \|\mathbf{w}_{or}\|^2$ , 将雷达接收波束的功率归一化, 即 $\|\mathbf{w}_{or}\|^2 = 1$ , 则 $\sigma_n^2 = \mathbf{w}_{or}^H \mathbf{I} \sigma_n^2 \mathbf{w}_{or}$ 。令 $\mathbf{A} = \mathbf{a} \mathbf{a}^H$ ,  $\mathbf{B} = \sum_{n=1}^N \mathbf{b}_n \mathbf{b}_n^H + \sum_{l=1}^L \mathbf{c}_l \mathbf{c}_l^H + \mathbf{I} \sigma_n^2$ , 式(15)简化为

$$\max_{\mathbf{w}_{or}} \frac{\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{A} \mathbf{w}_{or}}{\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{B} \mathbf{w}_{or}} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ 均为Hermitian矩阵且 $\mathbf{B}$ 正定, 满足广义瑞利商条件, 则式(16)最优解为<sup>[31]</sup>

$$\mathbf{w}_{or}^* = \lambda_{\max}(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}) \quad (17)$$

其中,  $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示矩阵最大特征值对应的特征向量。

### 3.3 基于半负定矩阵定义放缩的雷达发射波束权矢量优化方法

同理, 将雷达接收波束权矢量 $\mathbf{w}_{or}$ 和干扰机发射波束权矢量 $\mathbf{w}_{nt}$ 视为常量时, 式(13)可简化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}_{ot}} & |\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{os}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{os}) \Omega_1|^2 \\ \text{s.t.} & \frac{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{kn}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{nk}) \Omega_4|^2 + \sigma_n^2}{|\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{ko}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{ok}) \Omega_5|^2} \geq \gamma_k, \\ & k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (18)$$

令常数

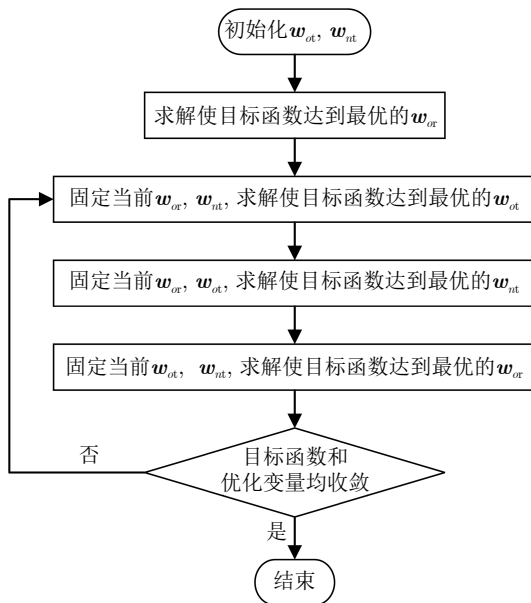


图2 基于迭代的波束资源联合优化算法总体框架

Fig. 2 The overall framework of the joint optimization algorithm of beamforming resources based on iteration

$\beta_k = \left( \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{kn}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{nk}) \Omega_4|^2 + \sigma_n^2 \right) / \gamma_k$  ,  
 $M$  维向量  $\mathbf{d} = \mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{os}) \mathbf{a}(\theta_{os}) \Omega_1$  ,  $\mathbf{g}_k = \mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{ko})$   
 $\cdot \mathbf{a}(\theta_{ok}) \Omega_5$  , 得

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{w}_{ot}} |\mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{d}|^2 \\ & \text{s.t. } |\mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{g}_k|^2 \leq \beta_k, \forall k \end{aligned} \quad (19)$$

令矩阵  $\mathbf{D} = \mathbf{d} \mathbf{d}^H$  ,  $\mathbf{G}_k = \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H$  , 式(19)简化为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}_{ot}} \mathbf{w}_{ot}^H (-\mathbf{D}) \mathbf{w}_{ot} \\ & \text{s.t. } \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{G}_k \mathbf{w}_{ot} \leq \beta_k, \forall k \end{aligned} \quad (20)$$

其中,  $(-\mathbf{D})$  为半负定Hermitian矩阵, 因此对任意  $M$  维向量  $\mathbf{z}$  , 有<sup>[19]</sup>

$$\mathbf{w}_{ot}^H (-\mathbf{D}) \mathbf{w}_{ot} \leq 2 \operatorname{Re} \{ \mathbf{z}^H (-\mathbf{D}) \mathbf{w}_{ot} \} - \mathbf{z}^H (-\mathbf{D}) \mathbf{z} \quad (21)$$

其中,  $\operatorname{Re}\{\cdot\}$  表示取实部运算。将优化变量  $\mathbf{w}_{ot}$  功率

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}_{nt}} \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{on}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{no}) \Omega_2|^2 \\ & \text{s.t. } \begin{cases} \frac{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{kn}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{nk}) \Omega_4|^2 + \sigma_n^2}{|\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{ko}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{ok}) \Omega_5|^2} \geq \gamma_k, k = 1, 2, \dots, K \\ \frac{\sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{lr}^H \mathbf{b}(\theta_{ln}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{nl}) \Omega_6|^2 + \sigma_n^2}{|\mathbf{w}_{lr}^H \mathbf{b}(\theta_{lo}) \mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{a}(\theta_{lo}) \Omega_7|^2} \geq \gamma_l, l = 1, 2, \dots, L \\ \|\mathbf{w}_{nt}\|^2 \leq \rho_n, n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

令向量  $\mathbf{h}_n = \mathbf{w}_{or}^H \mathbf{b}(\theta_{on}) \mathbf{a}(\theta_{no}) \Omega_2$  ,  $\mathbf{p}_{nk} = \mathbf{w}_{kr}^H$   
 $\cdot \mathbf{b}(\theta_{kn}) \mathbf{a}(\theta_{nk}) \Omega_4$  ,  $\mathbf{q}_{nl} = \mathbf{w}_{lr}^H \mathbf{b}(\theta_{ln}) \mathbf{a}(\theta_{nl}) \Omega_6$  , 常量  $\beta_k =$   
 $|\mathbf{w}_{kr}^H \mathbf{b}(\theta_{ko}) \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{a}(\theta_{ok}) \Omega_5|^2 \gamma_k - \sigma_n^2$  ,  $\beta_l = |\mathbf{w}_{lr}^H \mathbf{b}(\theta_{lo}) \mathbf{w}_{nt}^H$   
 $\cdot \mathbf{a}(\theta_{lo}) \Omega_7|^2 \gamma_l - \sigma_n^2$  , 得

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}_{nt}} \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{h}_n|^2 \\ & \text{s.t. } \begin{cases} \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{p}_{nk}|^2 \geq \beta_k, k = 1, 2, \dots, K \\ \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_{nt}^H \mathbf{q}_{nl}|^2 \geq \beta_l, l = 1, 2, \dots, L \\ \|\mathbf{w}_{nt}\|^2 \leq \rho_n, n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

令  $MN$  维向量  $\mathbf{w}_t = (\mathbf{w}_{1t}^T \ \mathbf{w}_{2t}^T \ \dots \ \mathbf{w}_{Nt}^T)^T$  ,  $MN$   
 阶矩阵  $\mathbf{H} = \operatorname{diag}(\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_1^H, \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_2^H, \dots, \mathbf{h}_N \mathbf{h}_N^H)$  ,  $\mathbf{P}_k =$   
 $\operatorname{diag}(\mathbf{P}_{1k} \mathbf{P}_{1k}^H, \mathbf{P}_{2k} \mathbf{P}_{2k}^H, \dots, \mathbf{P}_{Nk} \mathbf{P}_{Nk}^H)$  ,  $\mathbf{Q}_l = \operatorname{diag}(\mathbf{q}_{1l} \mathbf{q}_{1l}^H,$   
 $\mathbf{q}_{2l} \mathbf{q}_{2l}^H, \dots, \mathbf{q}_{Nl} \mathbf{q}_{Nl}^H)$  , 设  $MN$  阶分块矩阵  $\mathbf{R}_n$  的对角线  
 第  $N$  个位置为单位阵  $\mathbf{I}$  , 其余位置为零矩阵  $\mathbf{0}$  , 即:  
 $\mathbf{R}_1 = \operatorname{diag}(\mathbf{I}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})$  ,  $\mathbf{R}_2 = \operatorname{diag}(\mathbf{0}, \mathbf{I}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})$  ,  $\dots$  ,  
 $\mathbf{R}_N = \operatorname{diag}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{I})$  , 化简可得

归一化, 即  $\|\mathbf{w}_{ot}\|^2 = 1$  , 优化问题最终等价为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}_{ot}} 2 \operatorname{Re} \{ \mathbf{z}^H (-\mathbf{D}) \mathbf{w}_{ot} \} - \mathbf{z}^H (-\mathbf{D}) \mathbf{z} \\ & \text{s.t. } \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{G}_k \mathbf{w}_{ot} \leq \beta_k, \forall k \\ & \quad \mathbf{w}_{ot}^H \mathbf{w}_{ot} = 1 \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)是一个凸优化问题, 可直接求解。

### 3.4 基于FPP-SCA算法的干扰机发射波束权矢量优化方法

3.2节和3.3节分别介绍了优化雷达接收波束权矢量  $\mathbf{w}_{or}$  和雷达发射波束权矢量  $\mathbf{w}_{ot}$  的方法, 本节继续阐述迭代优化算法的第3个重要步骤, 即将干扰机发射波束权矢量  $\mathbf{w}_{nt}$  视作唯一变量的优化方法。式(13)所示模型可等价

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t \\ & \text{s.t. } \begin{cases} \mathbf{w}_t^H (-\mathbf{P}_k) \mathbf{w}_t \leq -\beta_k, k = 1, 2, \dots, K \\ \mathbf{w}_t^H (-\mathbf{Q}_l) \mathbf{w}_t \leq -\beta_l, l = 1, 2, \dots, L \\ \mathbf{w}_t^H \mathbf{R}_n \mathbf{w}_t \leq \rho_n, n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

其中,  $\mathbf{H}$  为半正定矩阵, 但由于  $(-\mathbf{P}_k)$  和  $(-\mathbf{Q}_l)$  不满足正定或半正定条件, 该问题是非凸的。为此, 采用FPP-SCA算法求解<sup>[22]</sup>: 先引入松弛惩罚  $s_m$  以确保问题的可行性、加入松弛量  $\mu$  以平衡原目标函数和惩罚项, 如式(26); 再进行可行点的追踪和逼近。具体流程如算法1所示。

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}_t, \mathbf{s}} \mathbf{w}_t^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t + \mu \sum_{m=1}^{(K+L+N)} s_m \\ & \text{s.t. } \begin{cases} \mathbf{w}_t^H (-\mathbf{P}_k) \mathbf{w}_t \leq -\beta_k + s_k, k = 1, 2, \dots, K \\ \mathbf{w}_t^H (-\mathbf{Q}_l) \mathbf{w}_t \leq -\beta_l + s_{K+l}, l = 1, 2, \dots, L \\ \mathbf{w}_t^H \mathbf{R}_n \mathbf{w}_t \leq \rho_n + s_{K+L+n}, n = 1, 2, \dots, N \\ s_m \geq 0, m = 1, 2, \dots, K + L + N \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

综上所述, 本节介绍了基于迭代的空域波束资源联合优化算法, 如算法2所示。

算法1 基于FFP-SCA算法的干扰机发射波束权矢量优化过程

Alg. 1 Optimization process of jammers' transmit beamforming vectors based on FFP-SCA algorithm

步骤1 初始化:

迭代次数 $q = 0$ , 初始化 $M$ 维向量 $\mathbf{z}_0$ ;

步骤2 循环执行:

(1) 求解下式凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}_t, \mathbf{s}} \quad & \mathbf{w}_t^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t + \mu \sum_{m=1}^{(K+L+N)} s_m \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 2\text{Re} \left\{ \mathbf{z}_q^H (-\mathbf{P}_k) \mathbf{w}_t \right\} \leq -\beta_k + \mathbf{z}_q^H (-\mathbf{P}_k) \mathbf{z}_q + s_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ 2\text{Re} \left\{ \mathbf{z}_q^H (-\mathbf{Q}_l) \mathbf{w}_t \right\} \leq -\beta_l + \mathbf{z}_q^H (-\mathbf{Q}_l) \mathbf{z}_q + s_{K+l}, \quad l = 1, 2, \dots, L \\ \mathbf{w}_t^H \mathbf{R}_n \mathbf{w}_t \leq \rho_n + s_{K+L+n}, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ s_m \geq 0, \quad m = 1, 2, \dots, K+L+N \end{cases} \end{aligned}$$

得到当前最优解 $\mathbf{w}_t^*$ ;

(2) 将第 $q$ 次得到的 $\mathbf{w}_t^*$ 赋值给 $\mathbf{z}_{q+1}$ ;

(3) 令 $q = q + 1$ ;

直到目标函数收敛, 循环结束。

算法2 基于迭代的空域波束资源联合优化算法

Alg. 2 Joint optimization algorithm of beamforming resources based on iterative optimization in the spatial domain

步骤1 初始化:

设置场景数据(如平台位置、阵元个数、阵元间距等), 给定 $\mathbf{w}_{ot}$ ,  $\mathbf{w}_{nt}$ 初值;

步骤2 执行循环:

(1) 求解式(17), 得到当前最优解 $\mathbf{w}_{or}^*$ : 对矩阵 $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}$ 进行特征值分解, 最大特征值对应的特征向量即所求 $\mathbf{w}_{or}^*$ ;

(2) 求解如式(22)所示的凸优化问题, 得到当前最优解 $\mathbf{w}_{ot}^*$ ;

(3) 根据算法1, 得到当前最优 $\mathbf{w}_{nt}^*$ ;

直到目标函数收敛和优化变量收敛, 循环结束;

步骤3 输出结果:

最终波束权矢量 $\mathbf{w}_{or}^*$ ,  $\mathbf{w}_{ot}^*$ 和 $\mathbf{w}_{nt}^*$ 的值即为波束资源联合优化的最优结果。

## 4 面向动态场景的空时域波束联合优化算法

第3节以 $T = 1$ 的非动态场景为例, 介绍了基于迭代的波束资源联合优化算法原理, 本节将其推广到一般情况以求解式(2)动态场景模型。其中, 雷达发射波束权矢量和接收波束权矢量的优化过程与前文如出一辙, 仅维度从一维增加到了 $T$ 维; 干扰机发射波束权矢量也可化为式(25)所示形式, 然后采用FFP-SCA算法求解。但由于动态场景中第3个约束的形式改变, 求解干扰机发射波束权矢量的简化过程不再一致, 下面作具体说明。

化简目标函数可得

$$\tilde{\mathbf{w}}_t^H \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}}_t \quad (27)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{A}} = \text{diag}(\tilde{\mathbf{A}}_1, \tilde{\mathbf{A}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{A}}_N)$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}$ 斜对角线上的各矩阵

$$\tilde{\mathbf{A}}_n = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_n(1) \tilde{\mathbf{a}}_n^H(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{a}}_n(2) \tilde{\mathbf{a}}_n^H(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \tilde{\mathbf{a}}_n(T) \tilde{\mathbf{a}}_n^H(T) \end{pmatrix} \quad (28)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{a}}_n(\tau) = \mathbf{w}_{or}^H(\tau) \mathbf{b}(\theta_{on}) \mathbf{a}(\theta_{no}) \Omega_2(\tau)$ ,  $\tilde{\mathbf{w}}_t = (\tilde{\mathbf{w}}_{1t}^H \tilde{\mathbf{w}}_{2t}^H \dots \tilde{\mathbf{w}}_{Nt}^H)^H$ , 其中 $\tilde{\mathbf{w}}_{nt} = (\mathbf{w}_{nt}^H(1) \mathbf{w}_{nt}^H(2) \dots \mathbf{w}_{nt}^H(T))^H$ 。



化简3个约束条件，分别得

$$\tilde{\mathbf{w}}_t^H \left( -\tilde{\mathbf{B}}_k(\tau) \right) \tilde{\mathbf{w}}_t \leq -\tilde{\beta}_k(\tau), \quad k=1, 2, \dots, K; \quad \tau=1, 2, \dots, T \quad (29)$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_t^H \left( -\tilde{\mathbf{C}}_l(\tau) \right) \tilde{\mathbf{w}}_t \leq -\tilde{\beta}_l(\tau), \quad l=1, 2, \dots, L; \quad \tau=1, 2, \dots, T \quad (30)$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_t^H \tilde{\mathbf{D}}_n \tilde{\mathbf{w}}_t \leq \rho_n \quad (31)$$

式(29)和式(30)中，常量  $\tilde{\beta}_k(\tau) = |\mathbf{w}_{kr}^H(\tau) \mathbf{b}(\theta_{ko}(\tau)) \mathbf{w}_{ot}^H(\tau) \mathbf{a}(\theta_{ok}(\tau)) \Omega_5(\tau)|^2 \gamma_k - \sigma_n^2$ ， $\tilde{\beta}_l(\tau) = |\mathbf{w}_{lr}^H(\tau) \mathbf{b}(\theta_{lo}(\tau)) \mathbf{w}_{lt}^H(\tau) \mathbf{a}(\theta_{lo}(\tau)) \Omega_7(\tau)|^2 \gamma_l - \sigma_n^2$ ， $NMT$  阶矩阵

$$\tilde{\mathbf{B}}_k(\tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_\tau^H \tilde{\mathbf{b}}_{1k}(\tau) \tilde{\mathbf{b}}_{1k}^H(\tau) \mathbf{I}_\tau & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_\tau^H \tilde{\mathbf{b}}_{2k}(\tau) \tilde{\mathbf{b}}_{2k}^H(\tau) \mathbf{I}_\tau & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}_\tau^H \tilde{\mathbf{b}}_{Nk}(\tau) \tilde{\mathbf{b}}_{Nk}^H(\tau) \mathbf{I}_\tau \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_l(\tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_\tau^H \tilde{\mathbf{c}}_{1l}(\tau) \tilde{\mathbf{c}}_{1l}^H(\tau) \mathbf{I}_\tau & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_\tau^H \tilde{\mathbf{c}}_{2l}(\tau) \tilde{\mathbf{c}}_{2l}^H(\tau) \mathbf{I}_\tau & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}_\tau^H \tilde{\mathbf{c}}_{Nl}(\tau) \tilde{\mathbf{c}}_{Nl}^H(\tau) \mathbf{I}_\tau \end{pmatrix} \quad (33)$$

式(32)中  $\tilde{\mathbf{b}}_{nk}(\tau) = \mathbf{w}_{kr}^H(\tau) \mathbf{b}(\theta_{kn}(\tau)) \mathbf{a}(\theta_{nk}(\tau)) \Omega_4(\tau)$ ，式(33)中  $\tilde{\mathbf{c}}_{nl}(\tau) = \mathbf{w}_{lr}^H(\tau) \mathbf{b}(\theta_{ln}(\tau)) \mathbf{a}(\theta_{nl}(\tau)) \Omega_6(\tau)$ 。 $\mathbf{I}_\tau$  表示  $M \times MT$  维分块矩阵，其第  $\tau$  个位置是  $M$  阶单位阵  $\mathbf{E}_M$ ，其余为零矩阵，即

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = (\mathbf{E}_M & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}) \\ \mathbf{I}_2 = (\mathbf{0} & \mathbf{E}_M & \dots & \mathbf{0}) \\ \vdots \\ \mathbf{I}_T = (\mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{E}_M) \end{cases} \quad (34)$$

式(31)中  $\tilde{\mathbf{D}}_n$  表示对角线第  $n$  个位置为  $MT$  阶单位阵  $\mathbf{E}_{MT}$ 、其余为  $MT$  阶零矩阵的  $NMT$  阶分块矩阵，即： $\tilde{\mathbf{D}}_1 = \text{diag}(\mathbf{E}_{MT}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})$ ， $\tilde{\mathbf{D}}_2 = \text{diag}(\mathbf{0}, \mathbf{E}_{MT}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})$ ， $\dots$ ， $\tilde{\mathbf{D}}_N = \text{diag}(\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{E}_{MT})$ 。

于是最终优化问题等价于

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{w}}_t} \tilde{\mathbf{w}}_t^H \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}}_t \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \tilde{\mathbf{w}}_t^H \left( -\tilde{\mathbf{B}}_k(\tau) \right) \tilde{\mathbf{w}}_t \leq -\tilde{\beta}_k(\tau), \quad k=1, 2, \dots, K \\ \tau=1, 2, \dots, T \\ \tilde{\mathbf{w}}_t^H \left( -\tilde{\mathbf{C}}_l(\tau) \right) \tilde{\mathbf{w}}_t \leq -\tilde{\beta}_l(\tau), \quad l=1, 2, \dots, L \\ \tau=1, 2, \dots, T \\ \tilde{\mathbf{w}}_t^H \tilde{\mathbf{D}}_n \tilde{\mathbf{w}}_t \leq \rho_n, \quad n=1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

算法 3 基于迭代的空时协同波束资源联合优化方法

Alg. 3 Joint optimization method of space-time cooperative beamforming resources based on iterative optimization

步骤1 初始化：

设置场景数据(如平台运动轨迹、阵元个数、阵元间距等)，给定  $\mathbf{w}_{ot}(\tau)$ ， $\mathbf{w}_{nt}(\tau)$  初值。

步骤2 执行循环：

- (1) 固定当前  $\mathbf{w}_{ot}(\tau)$ ， $\mathbf{w}_{nt}(\tau)$ ，化简并求解式(2)，得到最优  $\mathbf{w}_{or}^*(\tau)$ ；
  - (2) 固定当前  $\mathbf{w}_{or}(\tau)$ ， $\mathbf{w}_{nt}(\tau)$ ，化简并求解式(2)，得到最优  $\mathbf{w}_{ot}^*(\tau)$ ；
  - (3) 固定当前  $\mathbf{w}_{or}(\tau)$ ， $\mathbf{w}_{ot}(\tau)$ ，采用 FPP-SCA 算法求解式(35)，得到最优  $\mathbf{w}_{nt}^*(\tau)$ ；
- 直到目标函数和优化变量收敛，循环结束；

步骤3 输出结果：

当前波束权矢量  $\mathbf{w}_{or}^*(\tau)$ ， $\mathbf{w}_{ot}^*(\tau)$  和  $\mathbf{w}_{nt}^*(\tau)$  的值即为运动平台的波束资源联合优化最优结果。

式(35)已与式(25)形式相同，可采用算法1求解。

综上，本文所提基于迭代的空时协同波束资源联合优化方法解决了多平台的波束资源空时域分配问题，如算法3所示。其中，凸问题基于原对偶内点法求解，算法整体复杂度为  $O((MNT+K+L)^{3.5})$  [22,32]。

## 5 仿真结果与分析

本节通过仿真实验，验证了本文所提基于迭代的空时协同波束联合优化方法的有效性。并且，将求解协同干扰波束权矢量的 FPP-SCA 算法与 SDR [33] 和 SCA 算法 [34,35] 进行比较，验证了 FPP-SCA 算法的更优效果。

### 5.1 仿真参数设置

假设我方协同飞行编队有一部探测雷达和  $N=3$  部干扰机，对方有地面侦察平台  $K=2$  个、机载探测雷达  $L=1$  部以及我方雷达探测的一个目标，各平台相对地面的位置及运动路线如图3所示。

假设各平台阵元数  $M=16$ ，阵元间距  $d$  为半波长。机载火控雷达典型工作频段为 X 波段 (8~12 Hz)，设本文机载平台信号载频  $f_c=10$  GHz，雷达和侦察

平台接收端噪声功率 $\sigma_n^2=0$  dB。应对不同雷达, 干扰措施有效所需要的干信比不同, 一般为几分贝到二十几分贝, 故设对方平台被有效干扰的阈值 $\gamma=17$  dB。设FPP-SCA算法中松弛量 $\mu=2$ 。设波束角度约束为 $(-\pi/2, \pi/2)$ 。为便于后续仿真与分析, 以我方雷达为参考系, 各平台位置及运动路线如图4所示。

本文方法将未来短时间内的波束资源预先分配, 设 $T=4$ , 各时刻的平台坐标如表1所示。

### 5.2 算法仿真效果

在雷达发射、接收、干扰机发射波束的联合优化过程中, 本文问题模型的目标函数变化过程如图5所示。可见, 在本文所提迭代优化方法下, 每个时刻的目标函数都快速收敛, 验证了该方法的可行性。如图5(a)所示, 优化后各时刻雷达探测目标的信干噪比约为16.6 dB, 18.1 dB, 17.7 dB和18.0 dB, 相比初始化状态(5.2 dB, 16.0 dB, 10.4 dB和10.7 dB)提升效果显著; 理论上, 跟踪时刻较多时仍可保证优化目标收敛, 不妨设 $T=8$ , 目标函数优化过程如图5(b)所示。

为进一步说明波束资源的联合优化分配效果, 图6和图7给出了优化后我方平台在每个时刻各方向上的波束功率分配。其中图6是针对雷达平台的, 由于目标相对于雷达一直往X轴正方向运动, 图中雷达的发射、接收波束主瓣所在角度随时间推移也逐渐变大, 准确指向目标方向; 图7是针对干扰机平台的, 可见, 每部干扰机并不是固定干扰某一平台, 而是根据场景情况调整为更优方案, 且波束功率都分配在了对方雷达或侦察平台所在角度。

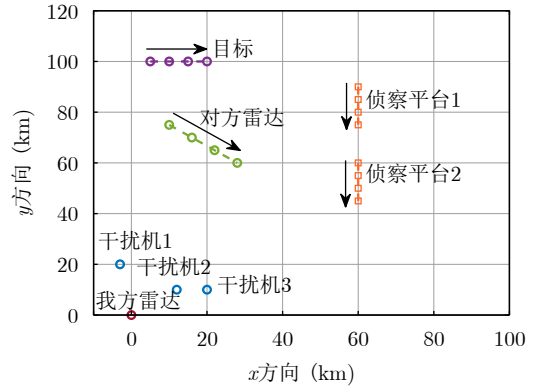


图4 各平台相对雷达的位置及运动路线

Fig. 4 The position and movement route of each platform relative to the radar

表1 各时刻的平台坐标(km)

Tab. 1 The coordinates of each platform at each time (km)

平台	$\tau=1$ 时刻	$\tau=2$ 时刻	$\tau=3$ 时刻	$\tau=4$ 时刻
目标	(5, 100)	(10, 100)	(15, 100)	(20, 100)
对方雷达	(10, 75)	(16, 70)	(22, 65)	(28, 60)
侦察平台1	(60, 90)	(60, 85)	(60, 80)	(60, 75)
侦察平台2	(60, 60)	(60, 55)	(60, 50)	(60, 45)
我方雷达		(0, 0)		
干扰机1		(-3, 20)		
干扰机2		(12, 10)		
干扰机3		(20, 10)		

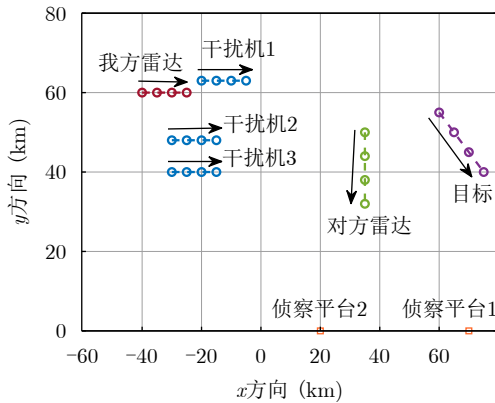


图3 各平台相对地面的位置及运动路线

Fig. 3 The position and movement route of each platform relative to the ground

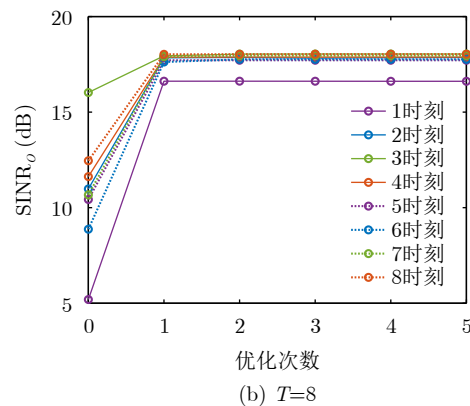
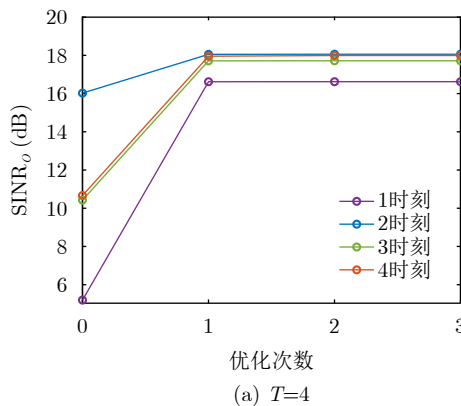


图5 各时刻的目标函数优化过程

Fig. 5 The optimization process of the objective function at each moment

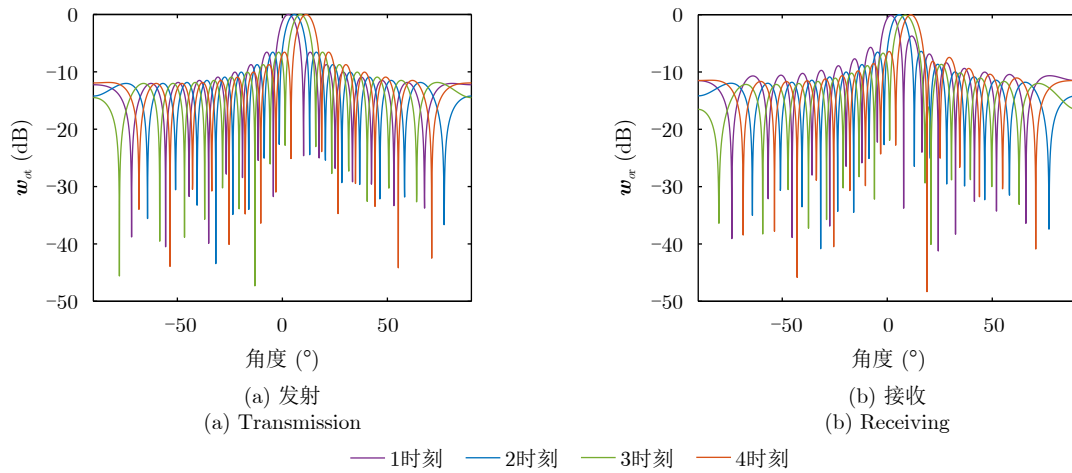


图 6 各时刻的雷达波束权矢量

Fig. 6 The beamforming vectors of radar at each moment

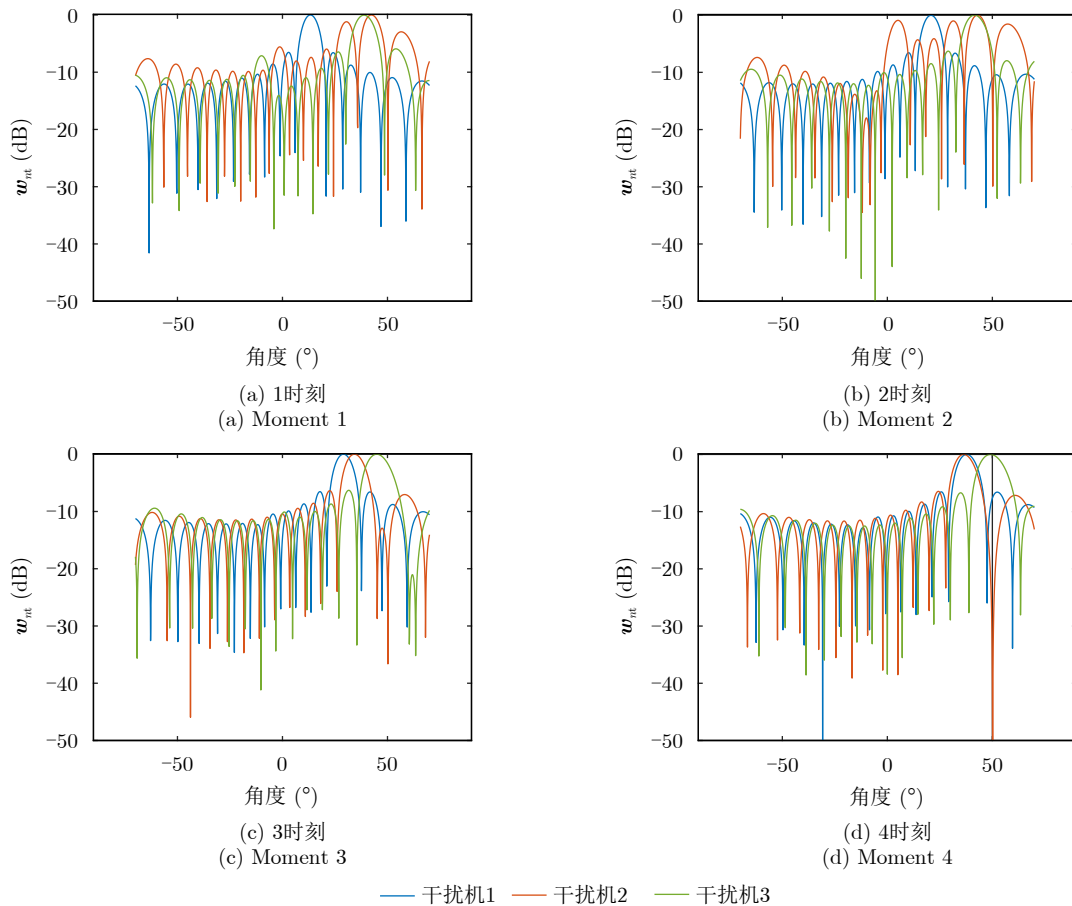


图 7 各时刻干扰机发射波束权矢量(功率归一化)

Fig. 7 Transmit beamforming vectors of jammers at each moment (power normalization)

图6和图7是将每个时刻的干扰机信号功率归一化后在不同角度上的分配情况，主要反映空间域的优化效果。因此，接下来主要说明时间域的波束资源分配。图8、图9是每个时刻对方平台各角度上的接收功率，可见，侦察平台和对方雷达在各时刻都接收来自干扰机方向的较大信号功率，而在其他角度的接收功率相对很小，达到了干信比阈值。

图8、图9表明了每个时刻都能有效干扰对方平台，但接收的干扰信号具体来自哪部干扰机，还不够清晰。图10表示对方平台在干扰机方向的接收功率，由图10(a)，侦察平台1在每个时刻接收的干扰信号都主要来自干扰机2；由图10(b)，侦察平台2在1时刻接收的干扰信号主要来自干扰机2，在2时刻来自干扰机2和干扰机3，后两个时刻主要来自干

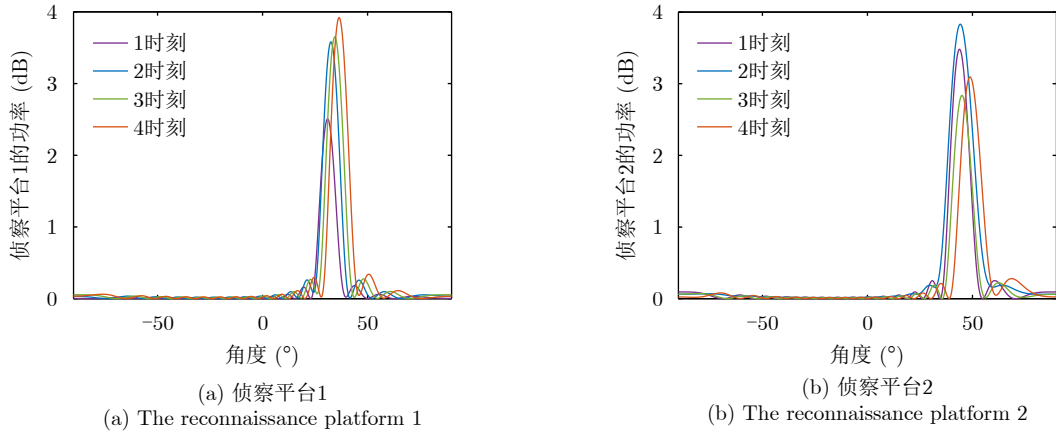


图8 侦察平台各角度上的接收功率

Fig. 8 The received power of the reconnaissance platforms at all angles

扰机3; 由图10(c), 对方雷达在2时刻接收的干扰信号来自干扰机2, 其他时刻主要来自干扰机1。总的来说, 侦察平台主要受到干扰机2和干扰机3的干扰, 而对方雷达主要受到干扰机1和干扰机2的干扰。这与空间位置分布有关, 侦察平台离干扰机2和干扰机3更近, 而对方雷达离干扰机1和干扰机2更近, 如此分配干扰资源显然效果更优。

综上所述, 本文所提方法实现了空间域、时间域的波束资源联合分配, 在每个时刻都能有效干扰

对方平台, 并提高目标探测信噪比。

由于传统SDR算法在约束多的不定矩阵QCQP问题中很难得到可行解, 因此仿真对比取 $T=1$ 。以图4中初始时刻平台位置分布为例, 将本文求解干扰机最优波束权矢量的FPP-SCA算法与SDR和SCA算法进行对比。其中SCA算法以二次曲线近似原问题非凸部分, 再逐次迭代直到满足收敛准则, 取步长 $\alpha=1$ 。

图11给出了波束资源联合优化过程中雷达探测目标的信噪比变化过程。由图中曲线可知, 在不同的阵元数下, 目标函数均快速收敛, 且优化后有明显提升, 3种算法都有效。由图11(a)局部放大图可见, 相比SDR算法, 基于FPP-SCA算法的收敛值更大, 这是由于在使用SDR算法的过程中取近似量的误差相对较大。由图11(b)局部放大图可见, 相比SCA算法, FPP-SCA算法下优化目标收敛速度更快。

图12是优化后的雷达波束权矢量, 其中图12(a)是发射情况, 图12(b)是接收情况。可见, 3种算法下, 优化后雷达发射、接收波束的最大功率都在目标所在角度。

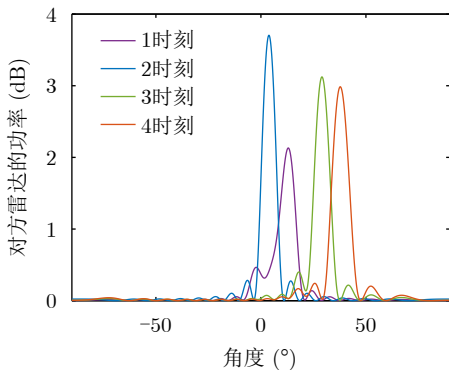


图9 对方雷达各角度上的接收功率

Fig. 9 The received power of the opposing radars at all angles

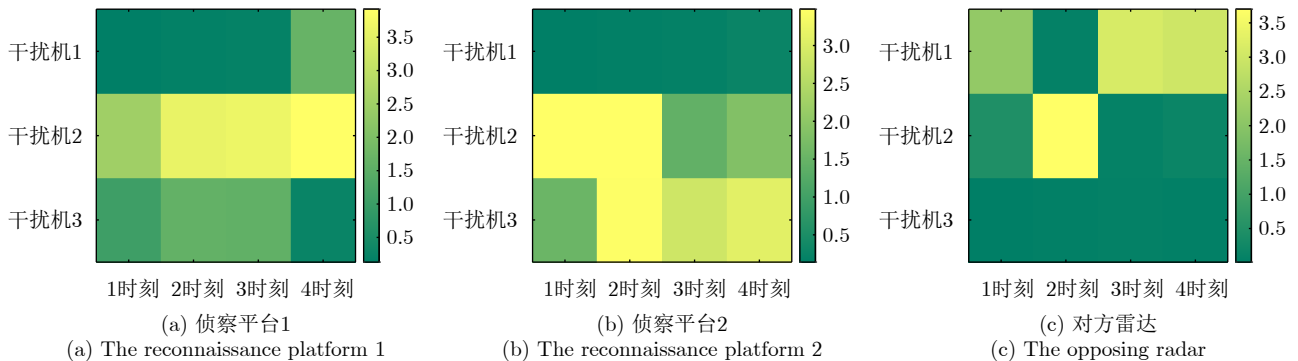


图10 对方平台在干扰机方向的接收功率

Fig. 10 The received power of the opposing platforms in the direction of the jammers

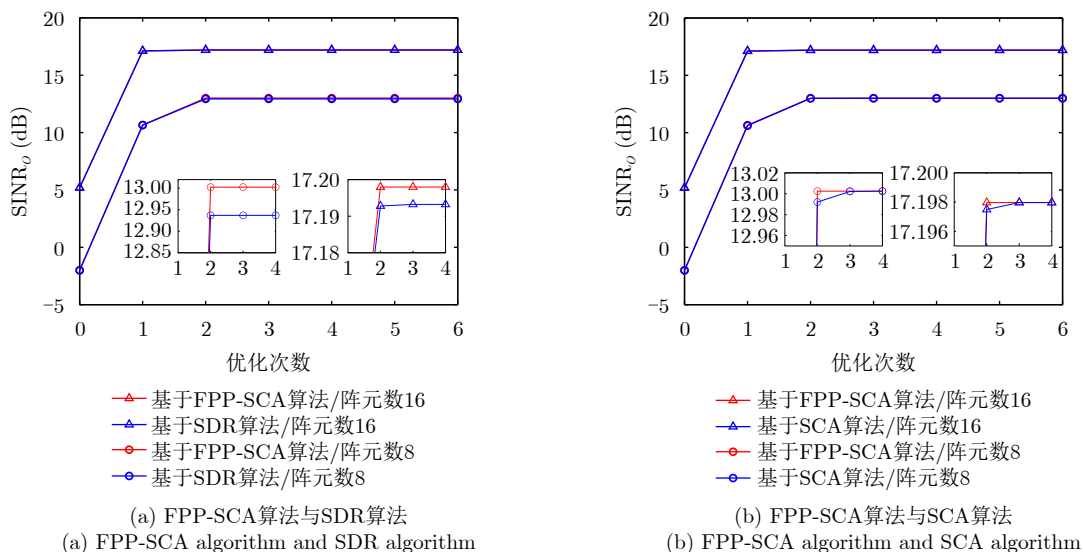


图 11 雷达探测目标的信干噪比

Fig. 11 The signal-to-interference plus noise ratio of the target detected by our radar

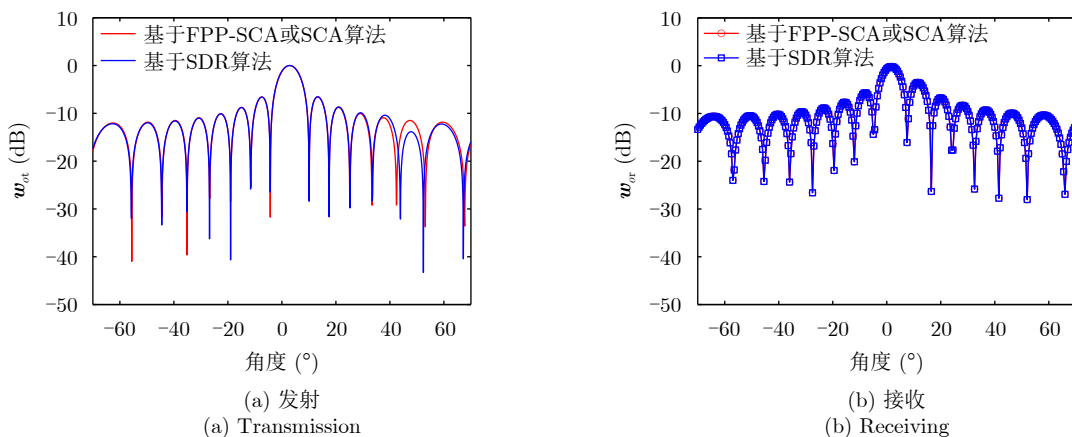


图 12 雷达波束权矢量

Fig. 12 The radar beamforming vectors

图13是优化后对方平台在各角度上的接收功率，其中实线对应FPP-SCA算法，虚线在图13(a)中对应SDR算法，在图13(b)中对应SCA算法。

如图13(a)，两种算法下对方雷达和侦察平台1接收的干扰功率差别不大，但SDR算法下侦察平台2接收的干扰功率远不如FPP-SCA算法，可见FPP-SCA算法的联合分配效果更好。上述差别与算法对干扰机的自动分配有关，以对方雷达为例，由图中横坐标角度可见，FPP-SCA算法下其主要受干扰机1的作用；在SDR算法下，主要受干扰机2和干扰机3的作用。而根据平台位置分布，与干扰机1最近的是对方雷达，将干扰机1的功率主要用于干扰对方雷达，相对具有更优效果。

如图13(b)，两种算法下对方各平台接收的干扰信号来源相同，但FPP-SCA算法下对方每个平

台接收的干扰功率都比SCA算法下的高，这是由于FPP-SCA算法对各干扰机功率的分配更准确，造成的资源浪费更少。

综上所述，FPP-SCA算法下的雷达探测信干噪比相对于SDR算法下的更大、相对于SCA算法下的收敛更快；相比SDR和SCA算法，FPP-SCA算法下的协同干扰效果最优。而且，SDR算法复杂度高于FPP-SCA算法<sup>[22]</sup>，而使用SCA算法要求初始的可行解。因此，FPP-SCA算法最优。

## 6 结语

本文针对目标探测和协同干扰多任务动态场景，提出了一种雷达与干扰空时协同波束资源联合优化分配的方法，旨在最优化分配有限的波束资源，使其得到最大化利用，以保证多平台对抗体系



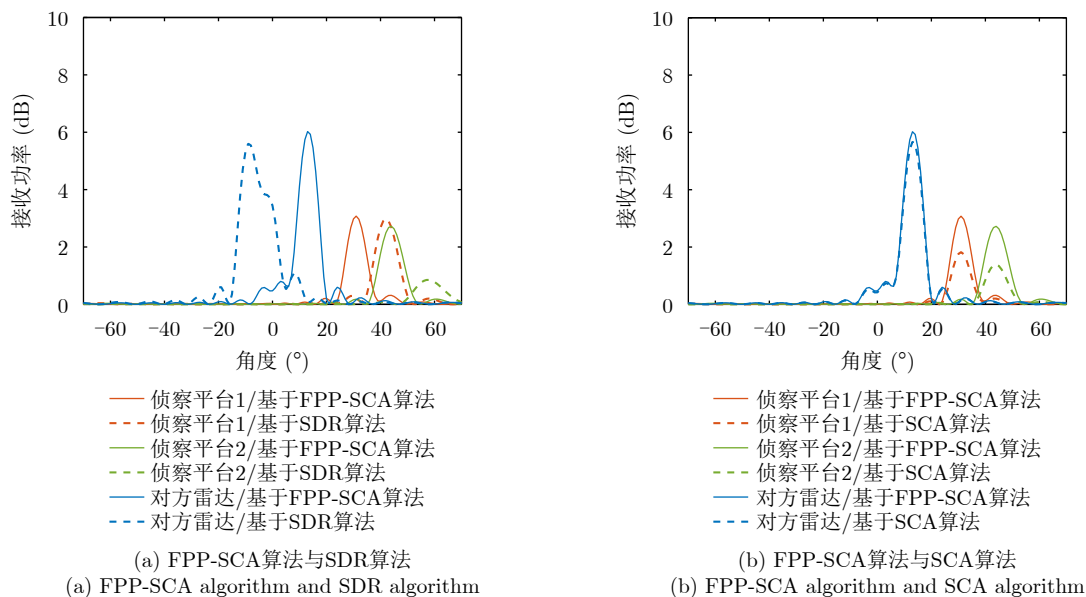


图13 对方平台在各方向上的接收功率

Fig. 13 The received power of the opposing platforms at all angles

中的低截获探测效果。该方法以雷达探测信噪比为优化目标,以协同干扰的干信比要求和干扰机能量限制为约束,建立了包含雷达发射、接收、干扰机发射波束权矢量的优化模型。为求解上述模型,本文提出了空时协同波束迭代优化算法,即分别固定两个优化变量,根据场景条件简化问题,求出使目标函数最大化的另一个优化变量,如此迭代直到3个优化变量和目标函数收敛。仿真结果表明,在任意时刻,优化后雷达探测信噪比均有明显提高,雷达收发波束权矢量主瓣准确指向目标方向、干扰机发射波束权矢量主瓣指向对方各平台方向,且对方所有平台在任意时刻均受到来自干扰机方向的压制干扰。因此,本文所提的雷达与干扰空时协同波束资源联合优化方法有效,且适用于更复杂的对抗场景。

**利益冲突** 所有作者均声明不存在利益冲突

**Conflict of Interests** The authors declare that there is no conflict of interests

### 参考文献

- [1] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 2版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2012: 1-12.  
ZHAO Guoqing. Principle of Radar Countermeasure[M]. 2nd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2012: 1-12.
- [2] 易伟, 袁野, 刘光宏, 等. 多雷达协同探测技术研究进展: 认知跟踪与资源调度算法[J]. 雷达学报, 2023, 12(3): 471-499. doi: 10.12000/JR23036.  
YI Wei, YUAN Ye, LIU Guanghong, et al. Recent advances

in multi-radar collaborative surveillance: Cognitive tracking and resource scheduling algorithms[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(3): 471-499. doi: 10.12000/JR23036.

- [3] 王祥丽, 易伟, 孔令讲. 基于多目标跟踪的相控阵雷达波束和驻留时间联合分配方法[J]. 雷达学报, 2017, 6(6): 602-610. doi: 10.12000/JR17045.  
WANG Xiangli, YI Wei, and KONG Lingjiang. Joint beam selection and dwell time allocation for multi-target tracking in phased array radar system[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(6): 602-610. doi: 10.12000/JR17045.
- [4] HAO Guoqing, FENG Dejun, CHENG Biqin, et al. Impact analysis of passive multi-false targets to phased array radar resources[C]. 2023 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT), Qingdao, China, 2023: 1-3. doi: 10.1109/ICMMT58241.2023.10277047.
- [5] TUNCER O and CIRPAN H A. Target priority based optimisation of radar resources for networked air defence systems[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2022, 16(7): 1212-1224. doi: 10.1049/rsn2.12255.
- [6] SHI Chenguang, WANG Yijie, SALOUS S, et al. Joint transmit resource management and waveform selection strategy for target tracking in distributed phased array radar network[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(4): 2762-2778. doi: 10.1109/TAES.2021.3138869.
- [7] 宋晓程, 李陟, 任海伟, 等. 目标动态威胁度驱动分布式组网相控阵雷达资源优化分配算法[J]. 雷达学报, 2023, 12(3): 629-641. doi: 10.12000/JR22240.  
SONG Xiaocheng, LI Zhi, REN Haiwei, et al. Threat-driven resource allocation algorithm for distributed netted phased

- array radars[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(3): 629–641. doi: [10.12000/JR22240](https://doi.org/10.12000/JR22240).
- [8] 时晨光, 董璟, 周建江. 频谱共存下面向多目标跟踪的组网雷达功率时间联合优化算法[J]. *雷达学报*, 2023, 12(3): 590–601. doi: [10.12000/JR22146](https://doi.org/10.12000/JR22146).
- SHI Chenguang, DONG Jing, and ZHOU Jianjiang. Joint transmit power and dwell time allocation for multitarget tracking in radar networks under spectral coexistence[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(3): 590–601. doi: [10.12000/JR22146](https://doi.org/10.12000/JR22146).
- [9] YI Wei, YUAN Ye, HOSEINNEZHAD R, *et al.* Resource scheduling for distributed multi-target tracking in netted colocated MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 1602–1617. doi: [10.1109/TSP.2020.2976587](https://doi.org/10.1109/TSP.2020.2976587).
- [10] LI Zhengjie, XIE Junwei, ZHANG Haowei, *et al.* Joint beam selection and power allocation in cognitive colocated MIMO radar for potential guidance application under oppressive jamming[J]. *Digital Signal Processing*, 2022, 127: 103579. doi: [10.1016/j.dsp.2022.103579](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2022.103579).
- [11] 张大琳, 易伟, 孔令讲. 面向组网雷达干扰任务的多干扰机资源联合优化分配方法[J]. *雷达学报*, 2021, 10(4): 595–606. doi: [10.12000/JR21071](https://doi.org/10.12000/JR21071).
- ZHANG Dalin, YI Wei, and KONG Lingjiang. Optimal joint allocation of multijammer resources for jamming netted radar system[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(4): 595–606. doi: [10.12000/JR21071](https://doi.org/10.12000/JR21071).
- [12] YAO Zekun, TANG Chuanbin, WANG Chao, *et al.* Cooperative jamming resource allocation model and algorithm for netted radar[J]. *Electronics Letters*, 2022, 58(22): 834–836. doi: [10.1049/ell2.12611](https://doi.org/10.1049/ell2.12611).
- [13] WANG Yuedong, LIANG Yan, ZHANG Huixia, *et al.* Domain knowledge-assisted deep reinforcement learning power allocation for MIMO radar detection[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(23): 23117–23128. doi: [10.1109/JSEN.2022.3211606](https://doi.org/10.1109/JSEN.2022.3211606).
- [14] 时晨光, 王奕杰, 代向荣, 等. 面向目标跟踪的机载组网雷达辐射参数与航迹规划联合优化算法[J]. *雷达学报*, 2022, 11(5): 778–793. doi: [10.12000/JR22005](https://doi.org/10.12000/JR22005).
- SHI Chenguang, WANG Yijie, DAI Xiangrong, *et al.* Joint transmit resources and trajectory planning for target tracking in airborne radar networks[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(5): 778–793. doi: [10.12000/JR22005](https://doi.org/10.12000/JR22005).
- [15] DURST S, MARQUARDT P, and BRÜGGENWIRTH S. Quality of service based radar resource management for interference mitigation[C]. 2022 IEEE Topical Conference on Wireless Sensors and Sensor Networks (WiSNeT), Las Vegas, USA, 2022: 32–35. doi: [10.1109/WiSNeT53095.2022.9721374](https://doi.org/10.1109/WiSNeT53095.2022.9721374).
- [16] YAN Junkun, JIAO Hao, PU Wenqiang, *et al.* Radar sensor network resource allocation for fused target tracking: A brief review[J]. *Information Fusion*, 2022, 86/87: 104–115. doi: [10.1016/j.inffus.2022.06.009](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2022.06.009).
- [17] GHADIAN M, MOFRAD R F, and ARAND B A. Robust time resource management in cognitive radar using adaptive waveform design[J]. *IETE Journal of Research*, 2023, 69(2): 1070–1080. doi: [10.1080/03772063.2020.1853615](https://doi.org/10.1080/03772063.2020.1853615).
- [18] 王跃东, 顾以静, 梁彦, 等. 伴随压制干扰与组网雷达功率分配的深度博弈研究[J]. *雷达学报*, 2023, 12(3): 642–656. doi: [10.12000/JR23023](https://doi.org/10.12000/JR23023).
- WANG Yuedong, GU Yijing, LIANG Yan, *et al.* Deep game of escorting suppressive jamming and networked radar power allocation[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(3): 642–656. doi: [10.12000/JR23023](https://doi.org/10.12000/JR23023).
- [19] DELIGIANNIS A, LAMBOTHARAN S, and CHAMBERS J A. Game theoretic analysis for MIMO radars with multiple targets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(6): 2760–2774. doi: [10.1109/TAES.2016.150699](https://doi.org/10.1109/TAES.2016.150699).
- [20] DELIGIANNIS A, PANOU A, LAMBOTHARAN S, *et al.* Game-theoretic power allocation and the Nash equilibrium analysis for a multistatic MIMO radar network[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(24): 6397–6408. doi: [10.1109/TSP.2017.2755591](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2755591).
- [21] 赫彬, 苏洪涛. 认知雷达抗干扰中的博弈论分析综述[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(5): 1199–1211. doi: [10.11999/JEIT200843](https://doi.org/10.11999/JEIT200843).
- HE Bin and SU Hongtao. A review of game theory analysis in cognitive radar anti-jamming[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(5): 1199–1211. doi: [10.11999/JEIT200843](https://doi.org/10.11999/JEIT200843).
- [22] MEHANNA O, HUANG Kejun, GOPALAKRISHNAN B, *et al.* Feasible point pursuit and successive approximation of non-convex QCQPs[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(7): 804–808. doi: [10.1109/LSP.2014.2370033](https://doi.org/10.1109/LSP.2014.2370033).
- [23] 任唯祎. 通信侦察信息在组网雷达对抗中的应用[D]. [硕士学位论文], 电子科技大学, 2021: 1. doi: [10.27005/d.cnki.gdzku.2021.002157](https://doi.org/10.27005/d.cnki.gdzku.2021.002157).
- REN Weiyi. Application of communication reconnaissance information in radar network countermeasures[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2021: 1. doi: [10.27005/d.cnki.gdzku.2021.002157](https://doi.org/10.27005/d.cnki.gdzku.2021.002157).
- [24] 宋占福, 赵全习, 范成礼, 等. “信火一体” 抗击航空兵编队突防策略分析[J]. *航空兵器*, 2022, 29(4): 20–25. doi: [10.12132/ISSN.1673-5048.2021.0196](https://doi.org/10.12132/ISSN.1673-5048.2021.0196).
- SONG Zhanfu, ZHAO Quanxi, FAN Chengli, *et al.* Analysis of information-firepower integration against air force formation penetration[J]. *Aero Weaponry*, 2022, 29(4): 20–25. doi: [10.12132/ISSN.1673-5048.2021.0196](https://doi.org/10.12132/ISSN.1673-5048.2021.0196).

- [25] 戚志刚, 惠新成, 张卫. 天基侦察信息在航母编队信息系统中的应用[J]. 指挥信息系统与技术, 2021, 12(4): 18–22. doi: [10.15908/j.cnki.cist.2021.04.003](https://doi.org/10.15908/j.cnki.cist.2021.04.003).
- QI Zhigang, HUI Xincheng, and ZHANG Wei. Application of space-based reconnaissance information in aircraft carrier formation information system[J]. *Command Information System and Technology*, 2021, 12(4): 18–22. doi: [10.15908/j.cnki.cist.2021.04.003](https://doi.org/10.15908/j.cnki.cist.2021.04.003).
- [26] 张鹏程. 基于博弈的空中目标航迹预测及攻防对抗研究[D]. [硕士学位论文], 浙江大学, 2023: 1–45. doi: [10.27461/d.cnki.gzjdx.2023.000119](https://doi.org/10.27461/d.cnki.gzjdx.2023.000119).
- ZHANG Pengcheng. Research on game-based aerial target track prediction and confrontation[D]. [Master dissertation], Zhejiang University, 2023: 1–45. doi: [10.27461/d.cnki.gzjdx.2023.000119](https://doi.org/10.27461/d.cnki.gzjdx.2023.000119).
- [27] 王硕, 吴楠, 黄洁, 等. 基于残差修正CNN-BiLSTM的空中目标航迹短期预测算法[J]. 指挥控制与仿真, 2024, 46(1): 55–63. doi: [10.3969/j.issn.1673-3819.2024.01.007](https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-3819.2024.01.007).
- WANG Shuo, WU Nan, HUANG Jie, et al. Short-term prediction algorithm of air target track based on residual correction CNN-BiLSTM[J]. *Command Control & Simulation*, 2024, 46(1): 55–63. doi: [10.3969/j.issn.1673-3819.2024.01.007](https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-3819.2024.01.007).
- [28] 杨艳洲, 王佳雯, 张玮, 等. 国外天基信息系统装备及技术发展水平研究[J]. 现代信息科技, 2020, 4(6): 53–56, 60. doi: [10.19850/j.cnki.2096-4706.2020.06.019](https://doi.org/10.19850/j.cnki.2096-4706.2020.06.019).
- YANG Yanzhou, WANG Jiawen, ZHANG Wei, et al. Research on the development level of space-based information system equipment and technology abroad[J]. *Modern Information Technology*, 2020, 4(6): 53–56, 60. doi: [10.19850/j.cnki.2096-4706.2020.06.019](https://doi.org/10.19850/j.cnki.2096-4706.2020.06.019).
- [29] 王帅, 黄富瑜, 李婷, 等. 陆战场红外侦察告警装备作战效能评估[J]. 激光与红外, 2019, 49(3): 341–348. doi: [10.3969/j.issn.1001-5078.2019.03.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-5078.2019.03.013).
- WANG Shuai, HUANG Fuyu, LI Ting, et al. Operational effectiveness evaluation of infrared reconnaissance & warning equipment in warfield[J]. *Laser & Infrared*, 2019, 49(3): 341–348. doi: [10.3969/j.issn.1001-5078.2019.03.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-5078.2019.03.013).
- [30] 杨艺琼, 吴建新, 梁毅. 机载双基雷达波束域杂波抑制方法[J/OL]. 系统工程与电子技术, 1–11. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/detail.aspx?dbcode=CAPJ&dbname=CAPJ&filename=XTYD20230905001>, 2023.
- YANG Yiqiong, WU Jianxin, and LIANG Yi. Airborne bistatic radar beam domain clutter suppression method[J/OL]. *Systems Engineering and Electronics*, 1–11. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/detail.aspx?dbcode=CAPJ&dbname=CAPJ&filename=XTYD20230905001>, 2023.
- [31] 董超. 多视角广义特征值最接近支持向量机[D]. [硕士学位论文], 华东师范大学, 2016: 6.
- DONG Chao. Multi-view generalized eigenvalue proximal support vector machines[D]. [Master dissertation], East China Normal University, 2016: 6.
- [32] 王奇超, 文再文, 蓝光辉, 等. 优化算法的复杂度分析[J]. 中国科学: 数学, 2020, 50(9): 1271–1336. doi: [10.1360/N012018-00251](https://doi.org/10.1360/N012018-00251).
- WANG Qichao, WEN Zaiwen, LAN Guanghui, et al. Complexity analysis for optimization methods[J]. *Scientia Sinica Mathematica*, 2020, 50(9): 1271–1336. doi: [10.1360/N012018-00251](https://doi.org/10.1360/N012018-00251).
- [33] LUO Zhiqian, MA W K, SO A M C, et al. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3): 20–34. doi: [10.1109/MSP.2010.936019](https://doi.org/10.1109/MSP.2010.936019).
- [34] RAZAVIYAYN M. Successive convex approximation: Analysis and applications[D]. [Ph.D. dissertation], University of Minnesota, 2014: 1–10.
- [35] FAN Tao, CUI Guolong, YU Xianxiang, et al. Joint design of intra-inter agile pulses and Doppler filter banks for Doppler ambiguous target[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, 72: 867–882. doi: [10.1109/TSP.2024.3355768](https://doi.org/10.1109/TSP.2024.3355768).

## 作者简介

廖晓容, 硕士生, 主要研究方向为组网雷达信号处理、资源分配。

孙国皓, 博士, 副研究员, 主要研究方向为认知雷达信号处理、分布式雷达信号处理、机载/星载雷达信号处理、天域态势感知。

钟苏川, 博士, 副教授, 主要研究方向为随机动力系统、随机信号处理等。

余显祥, 博士, 副教授, 主要研究方向为雷达波形设计与处理、最优化理论算法以及阵列信号处理等。

李明, 博士, 主要研究方向为机载雷达信号处理、阵列信号处理、干扰抑制技术。

(责任编辑: 于青)