

稀疏轨迹毫米波雷达三维高分辨成像算法

马宇欣 海宇* 李中余* 黄鹏 王朝栋 武俊杰 杨建宇

(电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

摘要: 近年来, 由于毫米波雷达具有穿透能力强、体积小、探测精度高等特性, 因此被广泛应用于安全检测、零件无损探测和医学诊断等领域。然而, 由于硬件发射带宽的限制, 如何实现超高二维分辨率成为毫米波雷达应用中的挑战之一。采用雷达平台扫描形成二维孔径的方式可以实现高度向和方位向的二维高分辨。然而, 在扫描过程中, 毫米波雷达在高度维会产生稀疏的轨迹, 使得高度向回波采样稀疏, 进而降低成像质量。为了解决这一问题, 该文提出了一种基于Hankel变换矩阵填充的毫米波雷达高分辨三维成像算法。该方法采用了矩阵填充算法对稀疏采样回波进行了恢复, 保证了毫米波雷达在扫描平面的成像精度。该文首先分析了毫米波雷达高度-距离切面的低秩先验特性, 为了解决稀疏轨迹采样时, 数据整行整列缺失的问题, 对回波数据矩阵采用Hankel变换进行重新构造, 使得待恢复数据矩阵满足矩阵填充算法应用条件。然后, 提出了一种融合低秩与稀疏先验的基于截断的Schatten-p范数的矩阵填充算法, 对采样数据矩阵进行恢复, 以保证稀疏轨迹毫米波雷达的三维分辨率。最后, 通过仿真和多组实测数据, 证明了采用该文方法可以在仅使用20%-30%的高度向回波时仍实现目标高分辨三维成像。

关键词: 毫米波雷达; 高稀疏度; 三维成像; 矩阵填充; 低秩稀疏先验

中图分类号: TN957

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2023)05-1000-14

DOI: 10.12000/JR23001

引用格式: 马宇欣, 海宇, 李中余, 等. 稀疏轨迹毫米波雷达三维高分辨成像算法[J]. 雷达学报, 2023, 12(5): 1000-1013. doi: 10.12000/JR23001.

Reference format: MA Yuxin, HAI Yu, LI Zhongyu, *et al.* 3D high-resolution imaging algorithm with sparse trajectory for millimeter-wave radar[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(5): 1000-1013. doi: 10.12000/JR23001.

3D High-resolution Imaging Algorithm with Sparse Trajectory for Millimeter-wave Radar

MA Yuxin HAI Yu* LI Zhongyu* HUANG Peng WANG Chaodong
WU Junjie YANG Jianyu

(School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: In recent years, millimeter-wave radar has been widely used in safety detection, nondestructive detection of parts, and medical diagnosis because of its strong penetration ability, small size, and high detection accuracy. However, due to the limitation of hardware transmission bandwidth, achieving ultra-high two-dimensional resolution using millimeter-wave radar is challenging. Two-dimensional high-resolution imaging of altitude and azimuth can be realized using radar platform scanning to form a two-dimensional aperture. However, during the scanning process, the millimeter-wave radar produces sparse tracks in the height dimension, resulting in a sparse sampling of the altitude echo, thus reducing the imaging quality. In this paper,

收稿日期: 2023-01-04; 改回日期: 2023-04-18; 网络出版: 2023-05-17

*通信作者: 李中余 zhongyu_li@uestc.edu.cn; 海宇 hyuestcarticle@163.com

*Corresponding Authors: LI Zhongyu, zhongyu_li@uestc.edu.cn; HAI Yu, hyuestcarticle@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(62171084, 61922023, 62101096), 电子信息控制重点实验室开放基金

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62171084, 61922023, 62101096), Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory Foundation

责任编辑: 金添 Corresponding Editor: JIN Tian

The Author(s) 2023. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

a high-resolution three-dimensional imaging algorithm for millimeter-wave radar based on Hankel transformation matrix filling is proposed to solve this problem. The matrix filling algorithm restores the sparse sampling echo, which guarantees the imaging accuracy of the millimeter-wave radar in the scanning plane. First, the low-rank prior characteristics of the millimeter-wave radar's elevation-range section were analyzed. To solve the problem of missing whole rows and columns of data during sparse trajectory sampling, the echo data matrix was reconstructed using the Hankel transform, and the sparse low-rank prior characteristics of the constructed matrix were analyzed. Furthermore, a matrix filling algorithm based on truncated Schatten-p norm combining low-rank and sparse priors was proposed to fill and reconstruct the echoes to ensure the three-dimensional resolution of the sparse trajectory millimeter-wave radar. Finally, using simulation and several sets of measured data, the proposed method was proved to achieve high-resolution three-dimensional imaging even when only 20%-30% of the height echo was used.

Key words: Millimeter-wave radar; High sparsity; Three-dimensional imaging; Matrix completion; Prior of low rank and sparsity

1 引言

随着微波器件工艺和雷达系统技术的快速发展,毫米波雷达的应用得到了进一步的扩展。由于其优异的穿透性能^[1]、较小的器件体积以及优异的成像分辨能力^[2,3],毫米波雷达被广泛应用在安检^[4]、无损检测^[5]、医学诊断^[6]、自动驾驶^[7]等领域。

毫米波雷达在应用于小目标成像识别时,为了达到多个维度的毫米级成像分辨,仅依赖发射高频段大带宽信号是难以实现的,因此许多学者提出了利用合成孔径原理,通过在高度和方位向合成二维实孔径的方式实现高的方位-高度分辨。根据成像分辨的计算式^[8],一方面,毫米波雷达通过发射中心频率较高的大带宽信号,利用增大带宽提升距离分辨;另一方面,通过采样操作,在方位向和高度向获得大的合成孔径同样能提高分辨。

实际应用中,为了达到高分辨成像的目的,往往利用平台搭载雷达,通过扫描合成大的方位-高度二维孔径,实现高度向和方位向的二维高分辨。当毫米波雷达平台通过多轨迹扫描采集回波数据时,增大轨迹间隔减少轨迹运动时间能降低操作的复杂度^[9],以上场景下采集的回波在高度维无法满足奈奎斯特定理,具有稀疏特性。这就导致当采用传统算法,如距离多普勒(Range Doppler, RD)、后向投影(Back Projection, BP)成像时,高度向的数据缺失会导致主瓣能量泄露、旁瓣抬升、目标混叠甚至无法成像。

为了解决该问题,常用的技术有压缩感知^[10-12](Compressive Sensing, CS)和矩阵填充^[13,14](Matrix Completion, MC),其中压缩感知的概念于2006年被提出,它利用信号数据的冗余性,通过设计测量矩阵找到信号的稀疏表示,实现信号的稀疏恢复。在文献^[15,16]中,多次采用压缩感知技术实现稀疏数据下的毫米波三维成像,但CS的稀疏恢复性能

非常依赖测量矩阵的设计,当设计矩阵的稀疏基与场景中目标的分布不匹配时,恢复质量大打折扣。文献^[16]提出了结合深度学习的恢复成像方法,对传统压缩感知的迭代软阈值算法(Iterative Soft Thresholding Algorithm, ISTA)展开设计unrolling网络,通过网络的训练,学习符合场景的测量矩阵,能够在数据稀疏度较大的场景高精度成像,不过网络的训练依赖大数量的样本并且耗时较长。

不同的是,MC是一种利用数据的低秩约束恢复缺失数据的技术,目前已经应用在医疗成像^[17]、稀疏信道估计^[18]、阵列信号处理^[19]等领域。MC具有效率高、恢复精度高等优点,因而也被用于解决稀疏成像的问题。文献^[20]提出了一种基于矩阵填充的二维稀疏毫米波三维成像方法,但矩阵填充技术不能从矩阵子集恢复原矩阵,即待恢复矩阵的每一行和每一列都要存在观测信息,因而不适用于某一维度的大量缺失。文献^[21]提出了一种基于矩阵填充的稀疏线阵合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)成像方法,通过对信号切面矩阵做旋转变换使得矩阵符合矩阵填充的工作前提,但由于仅考虑回波的低秩先验,矩阵填充恢复效果不佳,不适用于高度向稀疏度较高的场景。

考虑到上述方法在应用于稀疏轨迹毫米波雷达成像中仍存在不足,本文提出了一种基于Hankel矩阵构造和矩阵填充的成像算法,实现了高稀疏轨迹下的毫米波雷达回波重构以及高分辨成像。本文的主要工作和创新点主要体现在以下3个方面:

(1) 构建了稀疏轨迹毫米波雷达的回波模型,并分析了回波的稀疏-低秩先验特性,为成像算法的提出奠定了基础;

(2) 提出了一种基于稀疏-低秩先验的矩阵填充方法,利用回波高度-距离切面的稀疏-低秩特性,建立了基于截断Scatten-p范数与 l_0 范数的双重约束优化模型,解决了传统矩阵填充由于无法对行

列缺失矩阵恢复从而无法直接应用于回波重构的问题;

(3) 提出了一种基于Hankel矩阵变换和矩阵填充的高精度成像方法, 通过引入Hankel矩阵构造解决了高度向缺失度较高时难以实现高精度数据恢复的问题。

2 稀疏轨迹毫米波雷达回波建模与信号特性分析

2.1 稀疏轨迹毫米波雷达回波建模

根据引言的介绍, 毫米波雷达在实际的应用中, 存在通过手持或机械平台搭载毫米波雷达扫描采集回波数据的场景, 为了降低操作复杂度, 通过增大轨迹间隔缩短轨迹时间, 其扫描路径往往稀疏不确定性, 其几何构型见图1。经过孔径校正后^[22], 回波在方位向上均匀采样而在高度向上非均匀稀疏采样。其中X代表距离向, Y代表方位向, Z代表高度向, 图中的圆圈代表毫米波雷达稀疏轨迹采样点, 距离采样点数为K, 方位采样点数为M, 高度采样点数为N'。

理想情况下, 为了满足奈奎斯特采样定理, 毫米波雷达在方位向和高度向的采样点间隔需要小于等于半波长, 三维回波采样布局图见图2, 稀疏轨迹孔径校正后的高度向采样点采样间隔为半波长的整数倍, 采样点数为N', 符合奈奎斯特采样定理的满采情况下, 高度向采样间隔为半波长, 所需的高度向采样点数目为N, 因此轨迹稀疏度为 $I = N'/N$, 两种采样布局的高度孔径长度均为 L_N , 因此理论可达的最高分辨一样, 而数据量相对减少 $1 - N'/N$ 。

毫米波雷达由于工作频段高, 波长短, 可以将目标视作多个散射点的集合。对于目标上的一个散

射点 $P_p(x_p, y_p, z_p)$, 采样点 $P_r(x_0, y_m, z_n)$ 发射线性调频信号, 基于散射点模型, 可以得到目标的回波信号表达式:

$$s_0(t, y_m, z_n) = \sum_{p=1}^P \sigma_p w_r \left(t - \frac{2R(m, n, p)}{c} \right) \times \exp \left\{ j\pi K_r \left(t - \frac{2R(m, n, p)}{c} \right)^2 \right\} \times \exp \left\{ -j2\pi f_c \frac{2R(m, n, p)}{c} \right\} \quad (1)$$

其中, t 表示距离向时间, c 是光速, f_c 是中心频率, P 为目标散射点总数, σ_p 表示第 p 个散射体的反射系数, $w_r(\cdot)$ 表示距离向窗函数, λ 为信号波长, K_r 为信号调频率, $R(m, n, p)$ 表示雷达采样位置 $P_r(x_0, y_m, z_n)$ 到目标上散射点 $P_p(x_p, y_p, z_p)$ 的距离历史, 可以做以下近似:

$$R(m, n, p) = \sqrt{(x_m - x_0)^2 + (y_m - y_p)^2 + (z_n - z_p)^2} \approx R_0 + \frac{y_m^2 - 2y_m y_p}{2R_0} + \frac{z_n^2 - 2z_n z_p}{2R_0} \quad (2)$$

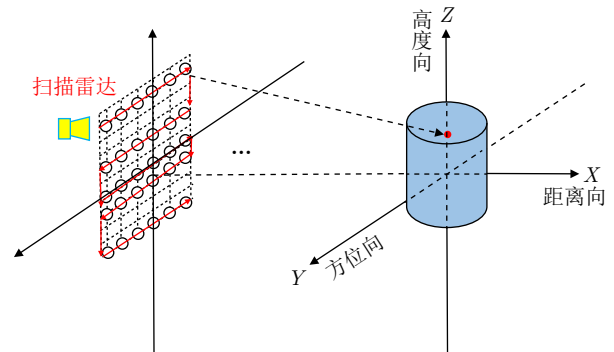


图 1 稀疏轨迹毫米波雷达几何构型

Fig. 1 Geometric configuration of sparse trajectory millimeter wave radar

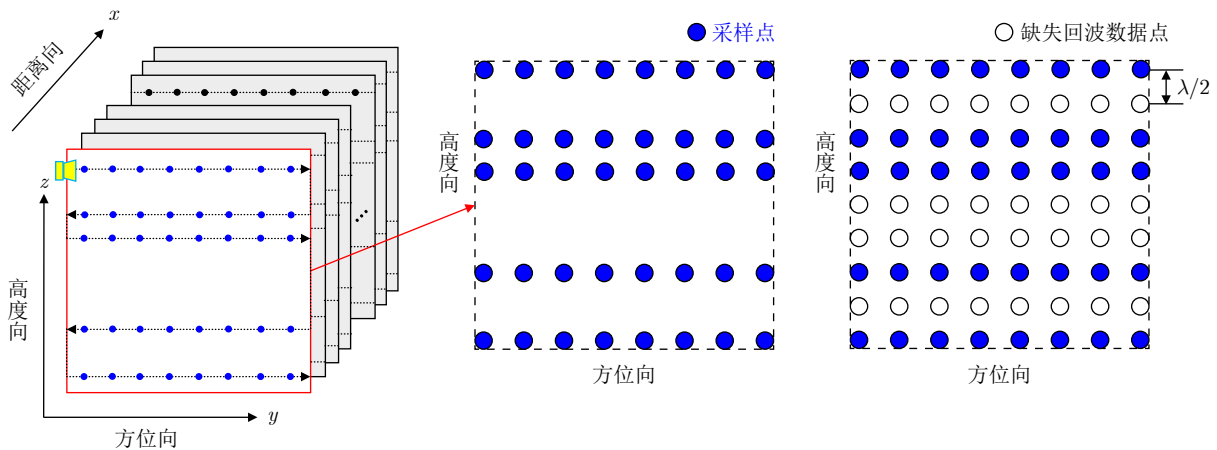


图 2 采样布局图

Fig. 2 Diagram of sampling layout

其中, $R_0 = \sqrt{(x_0 - x_p)^2 + y_p^2 + z_p^2}$, 表示目标散射点 $P_p(x_p, y_p, z_p)$ 到等效二维面阵的距离, 进一步对回波做距离压缩和距离徙动校正, 得到:

$$S(t, y_m, z_n) = \sum_{p=1}^P \sigma_p \text{sinc} \left[B \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \times \exp \left\{ -j2\pi f_c \frac{2R(m, n)}{c} \right\} \approx \sum_{p=1}^P \sigma_p \text{sinc} \left[B \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \times \exp \left\{ -j2\pi f_c \frac{2R_0}{c} \right\} \times \exp \left\{ -j2\pi \frac{y_m^2 + z_n^2 - 2y_m y_p - 2z_n z_p}{\lambda R_0} \right\} \quad (3)$$

其中, B 是线性调频信号的带宽, 由于不同方位和高度采样过程是独立的, 通过对不同高度、方位的采样点采集回波可以组合得到最终的三维回波形式 $\mathbf{S}_{3D} \in \mathbb{C}^{K \times M \times N}$:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{3D}(t, y_m, z_n) = S(t, y_m, z_n), z_n \in Z \\ \mathbf{S}_{3D}(t, y_m, z_n) = 0, z_n \notin Z \end{cases} \quad (4)$$

其中, $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{N'}\}$ 为扫描轨迹的高度向采样点位置集合。

2.2 高度-距离切面信号的特性分析

同时, 本节分析了采样点间隔为半波长时, 三维回波高度-距离切面信号的先验特性。根据式(3), 对于第 y_0 个方位时刻, 经过距离压缩、距离徙动校正后回波的高度-距离切面写作:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{H-R}(t, y_0, z_n) &= \sum_{p=1}^P \sigma_p \text{sinc} \left[B \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \exp \left\{ -j2\pi f_c \frac{2R_0}{c} \right\} \\ &\times \exp \left\{ -j2\pi \frac{y_0^2 + z_n^2 - 2y_0 y_p - 2z_n z_p}{\lambda R_0} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\exp \{-j2\pi f_c(2R_0/c)\}$ 常数可忽略, 当在某一方位时刻时, $\exp[-j2\pi(y_0^2/(\lambda R_0))]$ 看作常数也可忽略, 为了对式(5)中的高度-距离切面矩阵做进一步分解, 对高度向的相位解耦合, 即做相位补偿, 补偿如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{H-R}(t, y_0, z_n) &= \mathbf{S}_{H-R}(t, y_0, z_n) \times \exp \left[j2\pi \frac{z_n^2}{\lambda R_0} \right] \\ &= \sum_{p=1}^P \text{sinc} \left[B \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \\ &\times \exp \left[j2\pi \frac{2y_0 y_p}{\lambda R_0} \right] \exp \left[j2\pi \frac{2z_n z_p}{\lambda R_0} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

补偿后的矩阵可以分解为

$$\mathbf{S}'_{H-R}(t, y_0, z_n) = \mathbf{T} \mathbf{\Gamma} \mathbf{Z} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{K \times P}$, $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{C}^{P \times P}$, $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{P \times N}$, 具体表达式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} T_1 & T_1 & \dots & T_1 \\ T_2 & T_2 & \dots & T_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ T_K & T_K & \dots & T_K \end{bmatrix}, \\ T_k &= \text{sinc} \left[B \left(t_k - \frac{2R_0}{c} \right) \right], \\ \mathbf{\Gamma}_p &= \exp \left[j2\pi \frac{2y_0 y_p}{\lambda R_0} \right], \\ Z_{p,n} &= \exp \left[j2\pi \frac{2z_n z_p}{\lambda R_0} \right], \\ \mathbf{\Gamma} &= \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_1 & & & \\ & \mathbf{\Gamma}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{\Gamma}_P \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Z} &= \begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} & \dots & Z_{1,N} \\ Z_{2,1} & Z_{2,2} & \dots & Z_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{P,1} & Z_{P,2} & \dots & Z_{P,N} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 当目标稀疏时, 矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 具有低秩特性。因此, 利用定理 $\text{rank}(\mathbf{S}'_{H-R}) = \text{rank}(\mathbf{T} \mathbf{\Gamma} \mathbf{Z}) \leq \text{rank}(\mathbf{\Gamma}) = P$, 高度-距离切面信号 $\mathbf{S}'_{H-R}(t, y_0, z_n)$ 具有低秩特性。

通过以上分析, 高度-距离切面信号 \mathbf{S}'_{H-R} 具有低秩先验特性, 通常可以采用矩阵填充算法实现矩阵恢复, 但是由于高度稀疏, \mathbf{S}'_{H-R} 从矩阵观察存在整行缺失, 而矩阵填充算法无法对整行整列缺失矩阵起效。

2.3 Hankel矩阵构造及特性分析

为了充分利用切面矩阵的低秩先验特性以及高度向间相关性, 引入Hankel构造变换, 记作 $\mathbf{H}(\cdot)$, 变换示意图见图3。

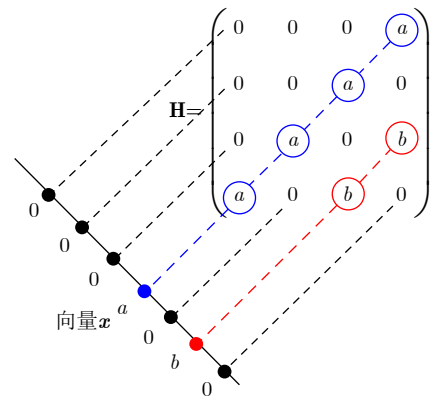


图3 Hankel构造变换示意图

Fig. 3 Diagram of Hankel structural transformation

取高度-距离切面矩阵中的距离单元向量做Hankel构造变换, 高度-距离切面的距离单元向量记作

$\mathbf{S}_H(t_0, y_0, z) = [S_H(z_1), S_H(z_2), \dots, S_H(z_N)] \in \mathbb{C}^{1 \times N}$, 经变换后为

$$\mathbf{S}_{\text{full}} = \mathbf{H}(\mathbf{S}_H(t_0, y_0, z)) = \begin{bmatrix} S_H(z_1) & S_H(z_2) & \cdots & S_H(z_d) \\ S_H(z_2) & S_H(z_3) & \cdots & S_H(z_{d+1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_H(z_{N-d+1}) & S_H(z_{N-d+2}) & \cdots & S_H(z_N) \end{bmatrix},$$

$$S_H(z_n) = C \sum_{p=1}^P \sigma_P \exp \left[j2\pi \frac{2y_0 y_p}{\lambda R_0} \right] \exp \left[j2\pi \frac{2z_n z_p}{\lambda R_0} \right] \quad (9)$$

其中, $C = \text{sinc}[B(t_0 - 2R_0/c)]$ 可以看作常数, d 是Hankel矩阵的间隔参数, 经过Hankel构造变换后的矩阵维度为 $(N-d) \times (d+1)$ 。利用范德蒙德分解^[23], 式(9)矩阵分解如下:

$$\mathbf{S}_{\text{full}} = C \sum_{p=1}^P \sigma_P \exp \left[j2\pi \frac{2y_0 y_p}{\lambda R_0} \right] \mathbf{y}_p \mathbf{z}_p^T \quad (10)$$

其中,

$$\begin{cases} \mathbf{y}_p = \left[1 & e^{j\frac{4\pi}{\lambda R_0} y_p \Delta y} & e^{j\frac{4\pi}{\lambda R_0} y_p 2\Delta y} & \cdots & e^{j\frac{4\pi}{\lambda R_0} y_p (n_1-1)\Delta y} \right]^T \\ \mathbf{z}_p = \left[1 & e^{j\frac{4\pi}{\lambda R_0} z_p \Delta z} & e^{j\frac{4\pi}{\lambda R_0} z_p 2\Delta z} & \cdots & e^{j\frac{4\pi}{\lambda R_0} z_p (n_1-1)\Delta z} \right]^T \end{cases}, p = 1, 2, \dots, P \quad (11)$$

由于式(11)中各项频率项相互独立不同, 并且 $r \ll \min\{n_1, n_2\}$, \mathbf{S}_{full} 是一个低秩矩阵, $\text{rank}(\mathbf{S}_{\text{full}}) \leq P$ 。

除此之外, 本文引入离散余弦变换(Discrete Cosine Transform, DCT)分析 \mathbf{S}_{full} 的稀疏性, DCT变换是在1974年由Ahmed等人^[24]提出的, 目前主要应用在图像压缩、音频压缩等领域, 是一种类似于傅里叶变换的数学运算。当对 \mathbf{S}_{full} 做DCT变换时, 变换后的矩阵幅度大小从左到右、从上到下递减, 数据主要集中在左上角区域, 具有明显的稀疏特性。综合以上分析, 取一个距离单元向量做Hankel构造变换后的矩阵具有稀疏-低秩先验特性。除此之外, 经过Hankel变换后的矩阵, 具有更强的行列相关度。

3 一种基于Hankel-TSPN的三维成像方法

根据第2节的分析, 满采样回波的高度-距离切面信号矩阵具有低秩性质, 此外, 对单个距离单元向量做Hankel构造变换可以增加待恢复矩阵的相关性, 并且构造后的矩阵具有稀疏-低秩特性。

为了充分利用上述的低秩和稀疏先验信息, 本文介绍一种融合低秩和稀疏先验的基于截断的Schatten-p范数(Truncated Schatten-p Norm, TSPN)的矩阵填充算法, 假设 $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 为一个距离单元向量做Hankel构造变换后的待恢复矩阵, 建立优化模型:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}} \text{rank}(\mathbf{S}) + \mu \|\mathbf{W}\|_0 \\ \text{s.t. } P_{\Omega}(\mathbf{S}) = P_{\Omega}(\mathbf{M}), \mathbf{W} = \text{DCT}(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (12)$$

其中, \mathbf{M} 是高度向稀疏采样下观测矩阵, $\mu > 0$ 是稀疏正则化参数, $P_{\Omega}(\cdot)$ 是投影算子: $P_{\Omega}(\mathbf{M})_{m,n} =$

$\begin{cases} \mathbf{M}(m, n), (m, n) \in \Omega \\ 0, (m, n) \notin \Omega \end{cases}$, Ω 是观测矩阵的位置集合。

由于低秩问题的求解是NP-hard的, 这里采用截断Schatten-p范数^[25]逼近秩, 相比传统核范数可获得更好的近似效果, 优化问题转化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_{S_p, r} + \mu \|\mathbf{W}\|_0 \\ \text{s.t. } P_{\Omega}(\mathbf{S}) = P_{\Omega}(\mathbf{M}), \mathbf{W} = \text{DCT}(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (13)$$

由于截断Schatten-p范数和 l_0 范数都是非凸的, 进一步用 $\|\cdot\|_{S_p, r}^p$ 和 l_1 近似代替, $\|\mathbf{S}\|_{S_p, r}^p = \|\mathbf{S}\|_{S_p}^p - \text{tr} \left((\mathbf{A}_r \mathbf{S} \mathbf{B}_r^H)^p \right)$ 。除此之外, 上式中变量 \mathbf{S} 是耦合的, 难以直接求解该问题, 因此利用变量分离方法, 引入中间变量 $\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, 将上述问题转换如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_{S_p}^p - \text{tr} \left((\mathbf{A}_r \mathbf{D} \mathbf{B}_r^H)^p \right) + \mu \|\mathbf{W}\|_1 \\ \text{s.t. } P_{\Omega}(\mathbf{S}) = P_{\Omega}(\mathbf{M}), \mathbf{D} = \mathbf{S}, \mathbf{W} = \text{DCT}(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, \mathbf{A}, \mathbf{B} 是由 \mathbf{S} 奇异值分解得到的, $[\mathbf{A}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{B}] = \text{svd}(\mathbf{S})$, \mathbf{A}_r 和 \mathbf{B}_r 是通过取 \mathbf{A}, \mathbf{B} 前 r 行得到, 以达到截断的效果。将以上问题转化为无约束优化问题, 对应的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{S}, \mathbf{D}, \mathbf{W}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}) \\ = \|\mathbf{S}\|_{S_p}^p - \text{tr} \left((\mathbf{A}_r \mathbf{S} \mathbf{B}_r^H)^p \right) \\ + \mu \|\mathbf{W}\|_1 + (\mathbf{Y}, \mathbf{D} - \mathbf{S}) \\ + (\mathbf{Z}, \mathbf{W} - \text{DCT}(\mathbf{S})) + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{D} - \mathbf{S}\|_F^2 \\ + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{W} - \text{DCT}(\mathbf{S})\|_F^2 \end{aligned} \quad (15)$$

其中, β 是惩罚参数, \mathbf{Y}, \mathbf{Z} 为拉格朗日乘子, $\rho > 1$ 确保惩罚参数递增。采用交替方向乘子法(Altern-

ating Direction Method of Multipliers, ADMM)^[26]进行模型求解:

$$\begin{cases} \mathbf{S}^{k+1} = \arg \min \{L(\mathbf{S}, \mathbf{D}^k, \mathbf{W}^k, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\} \\ \mathbf{W}^{k+1} = \arg \min \{L(\mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{D}^k, \mathbf{W}, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\} \\ \mathbf{D}^{k+1} = \arg \min \{L(\mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{D}, \mathbf{W}^{k+1}, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\} \\ \mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y}^k + \beta^k (\mathbf{D}^{k+1} - \mathbf{S}^{k+1}) \\ \mathbf{Z}^{k+1} = \mathbf{Z}^k + \beta^k (\mathbf{W}^{k+1} - \text{DCT}(\mathbf{S}^{k+1})) \\ \beta^{k+1} = \rho \beta^k \end{cases} \quad (16)$$

具体求解流程如下:

步骤1 初始化参数: $k = 1, \mathbf{S}^1 = \mathbf{D}^1 = \mathbf{M}, \mathbf{W}^1, \mathbf{Y}^1, \mathbf{Z}^1$ 初始化为零矩阵

步骤2 更新 \mathbf{S}^{k+1} :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{k+1} &= \arg \min \{L(\mathbf{S}, \mathbf{D}^k, \mathbf{W}^k, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\} \\ &= \arg \min \left\| \mathbf{S} \right\|_{S_p}^p + \frac{\beta^k}{2} \left\| \mathbf{D}^k - \mathbf{S} + \frac{\mathbf{Y}^k}{\beta^k} \right\|_{\mathbb{F}}^2 \\ &\quad + \frac{\beta^k}{2} \left\| \mathbf{W}^k - \text{DCT}(\mathbf{S}) + \frac{\mathbf{Z}^k}{\beta^k} \right\|_{\mathbb{F}}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

为了将变量 \mathbf{X} 与变换算子 $\text{DCT}(\cdot)$ 分开, 根据Parseval定理和DCT变换性质进行变换处理^[27], 对式(17)应用逆变换可得

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{k+1} &= \arg \min \left\| \mathbf{S} \right\|_{S_p}^p + \beta^k \left\| \mathbf{S} - \frac{1}{2} \right. \\ &\quad \cdot \left[\mathbf{D}^k + \frac{\mathbf{Y}^k}{\beta^k} + \text{IDCT} \left(\mathbf{W}^k + \frac{\mathbf{Z}^k}{\beta^k} \right) \right] \left. \right\|_{\mathbb{F}}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\text{IDCT}(\cdot)$ 是 $\text{DCT}(\cdot)$ 变换的逆变换, 根据广义软阈值算法进行求解, 通过已知参数, 可得到阈值, 如下所示:

$$\tau_p^{\text{GST}}(\lambda) = (2\lambda(1-p))^{2-p} + \lambda p(2\lambda(1-p))^{\frac{p-1}{2-p}} \quad (19)$$

对应的广义阈值收缩方程如下:

$$\begin{cases} \delta_i = |\sigma_i| - \lambda p(\sigma_i)^{p-1}, \sigma_i \geq \tau_p^{\text{GST}}(\lambda) \\ \delta_i = 0, \sigma_i < \tau_p^{\text{GST}}(\lambda) \end{cases} \quad (20)$$

步骤3 更新 \mathbf{W}^{k+1} :

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{k+1} &= \arg \min \{L(\mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{D}^k, \mathbf{W}, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\} \\ &= S_{\frac{\mu}{\beta^k}} \left(\text{DCT}(\mathbf{S}^{k+1}) - \frac{\mathbf{Z}^k}{\beta^k} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $S_{\frac{\mu}{\beta^k}}(\mathbf{S}) = \text{sgn}(\mathbf{S}) \cdot (|\mathbf{S}| - \frac{\mu}{\beta^k})$.

步骤4 更新 \mathbf{D}^{k+1} :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{k+1} &= \arg \min \{L(\mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{D}, \mathbf{W}^{k+1}, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\} \\ &= \arg \min \left\{ -\text{tr} \left(\left(\mathbf{A}_r \mathbf{D} \mathbf{B}_r^H \right)^p \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta^k}{2} \left\| \mathbf{D} - \mathbf{S}^{k+1} + \frac{\mathbf{Y}^k}{\beta^k} \right\|_{\mathbb{F}}^2 \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

对式(22)求偏导, 令求导结果等于0, 可得到 \mathbf{D}^{k+1} 更新方程:

$$\mathbf{D}^{k+1} = \mathbf{S}^{k+1} + \frac{1}{\beta^k} \left(p \mathbf{A}_r^H \left(\mathbf{A}_r \mathbf{D} \mathbf{B}_r^H \right)^{p-1} \mathbf{B}_r - \mathbf{Y}^k \right) \quad (23)$$

步骤5 更新 \mathbf{Y}^{k+1} : $\mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y}^k + \beta^k (\mathbf{D}^{k+1} - \mathbf{S}^{k+1})$.

步骤6 更新 \mathbf{Z}^{k+1} : $\mathbf{Z}^{k+1} = \mathbf{Z}^k + \beta^k (\mathbf{W}^{k+1} - \text{DCT}(\mathbf{S}^{k+1}))$.

步骤7 更新 β^{k+1} : $\beta^{k+1} = \rho \beta^k$.

根据以上分析, 得到联合Hankel构造变换的TSPN矩阵填充算法流程, 如算法1所示。该算法可以精确地实现回波高度-距离切面信号的重构。

为了对目标实现高分辨三维成像, 通过循环方位向对高度-距离切面做Hankel-TSPN, 实现对回波的三维重构, 得到成像算法流程图见图4。

本文算法的核心在于利用回波的稀疏-低秩先验特性建立优化模型, 通过求解优化问题实现对三维回波重构, 重构的三维回波相当于在方位-高度向上以半波长间隔采样, 从而提升成像质量。因此, 从原理上讲, 本文算法同样适用于高度向轨迹稀疏以外的其他缺失场景, 如方位向稀疏采样或高度-方位随机缺失采样。

4 仿真与实验验证

本节将通过点目标仿真和实测数据验证上述稀

算法1 联合Hankel变换的TSPN矩阵填充算法(Hankel-TSPN)

Alg. 1 TSPN matrix completion algorithm combined with Hankel transformation (Hankel-TSPN)

输入: 获取第 m 个方位向的高度-距离切面 $\mathbf{S}'_{\text{H-R}}(t, y_m, z)$, 距离向长度 K

输出: 第 m 个方位向的恢复高度-距离切面信号 $\mathbf{S}_{\text{full}}(t, y_m, z)$

1. for $kk=1$ to K do

2. 对距离单元向量做Hankel变换: $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}(\mathbf{S}'_{\text{H}}(t_{kk}, y_m, z))$

3. TSPN矩阵填充

(a) 初始化: $\mathbf{S}_0 = \mathbf{D}_0 = \mathbf{H}_1, \mathbf{Y}_0, \mathbf{W}_0, \mathbf{Z}_0$ 为零矩阵; 迭代次数MAX; 惩罚参数 β_0 ; 步长扩张算子 ρ

(b) for $k=1$ to MAX do

i. 更新 \mathbf{S} : $\mathbf{S}^{k+1} = \arg \min \{L(\mathbf{S}, \mathbf{D}^k, \mathbf{W}^k, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\}$

ii. 更新 \mathbf{W} :

$\mathbf{W}^{k+1} = \arg \min \{L(\mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{D}^k, \mathbf{W}, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\}$

iii. 更新 \mathbf{D} :

$\mathbf{D}^{k+1} = \arg \min \{L(\mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{D}, \mathbf{W}^{k+1}, \mathbf{Y}^k, \mathbf{Z}^k)\}$

iv. 更新 \mathbf{Y} : $\mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y}^k + \beta^k (\mathbf{D}^{k+1} - \mathbf{S}^{k+1})$

v. 更新 \mathbf{Z} : $\mathbf{Z}^{k+1} = \mathbf{Z}^k + \beta^k (\mathbf{W}^{k+1} - \text{DCT}(\mathbf{S}^{k+1}))$

vi. 更新 β : $\beta^{k+1} = \rho \beta^k$

(c) end

4. Hankel逆变换: $\mathbf{S}_{\text{full}}(t_{kk}, y_m, z) = \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{X}^{\text{MAX}})$

5. end

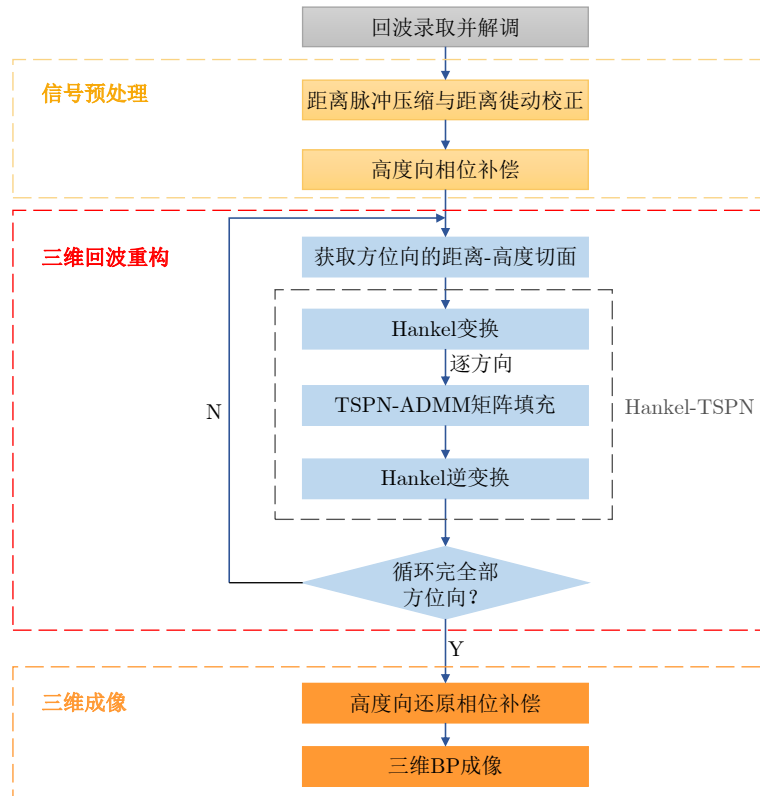


图 4 成像方法流程图

Fig. 4 Flow diagram of imaging method

表 1 仿真参数

Tab. 1 Simulation parameter

参数名称	数值
载波频率 f_c	92.5 GHz
信号带宽 B_r	5 GHz
方位孔径长度 L_A	0.16 m
方位采样点数	100
高度孔径长度 L_H	0.16 m
高度采样点数	100
等效面阵与目标距离 Z_0	0.4 m

疏轨迹毫米波雷达成像方法的性能，首先通过点目标仿真，初步验证了算法的可行性；进一步采用本文提出算法对多组实测数据进行处理，并与传统算法相比较，论证了算法的优越性。

4.1 仿真实验

为了验证本文方法的有效性，首先设置多点目标仿真，仿真参数如表1所示，点目标布局如图5(a)所示，共有5个点目标位于同一YOZ平面，每个点目标均具有相同的散射系数，采用BP算法处理成像结果见图5。

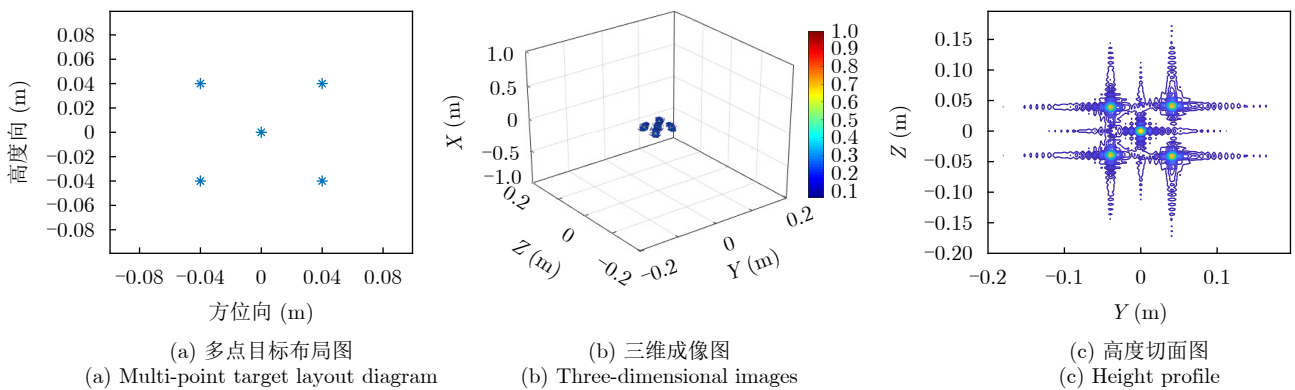


图 5 多点目标布局及成像图

Fig. 5 Multi-point target layout and imaging diagram

首先, 利用仿真验证Hankel-TSPN算法的优越性, TSPN算法由于结合了稀疏先验, 解决了传统矩阵填充无法对行列缺失等结构性缺失矩阵恢复的问题, 并且联合Hankel矩阵构造后可以进一步提升对矩阵的重构恢复效果。本文将本方法与一些经典的矩阵填充算法进行了对比。图6比较了奇异值阈值算法(Singular Value Thresholding, SVT), TSPN和Hankel-TSPN对一个高度-距离切面矩阵的恢复效果。从图中可以看出SVT算法由于仅考虑低秩先验无法对行缺失矩阵做恢复, 低秩-稀疏先验的TSPN算法可以对行缺失矩阵一定恢复, 但恢复效果不佳, 而Hankel-TSPN恢复结果与原图基本一致。

进一步, 分别采用30%, 20%, 10%稀疏轨迹验证本文方法的成像质量, 图7给出了不同稀疏度的稀疏轨迹直接3D-BP成像结果和基于Hankel-TSPN的成像结果, 图7(a)的轨迹稀疏度为30%; 图7(b)轨迹稀疏度为20%; 图7(c)轨迹稀疏度为10%。当直接利用稀疏轨迹回波BP成像时, 在高度维会出现严重散焦, 而采用本文所提出的基于Hankel-TSPN的算法成像时, 目标清晰可分辨, 且目标能量得到聚焦。

图8中, 利用20%稀疏轨迹下单点的成像做高度向剖面图分析, 当采用本文提出的方法处理时, 目标旁瓣得到了有效的抑制。除此之外, 图8中不

同算法处理的信号剖面可以用峰值旁瓣比(Peak side lobe ratio, PSLR)和积分旁瓣比(Integral side lobe ratio, ISLR)两个指标进行分析, 结果见表2, 可以直观地说明采用本节方法处理后的回波成像结果具有更高的聚焦度。

4.2 实测实验

为了进一步验证算法的优越性, 对实测数据进行成像, 目标是一个直径为8 cm的柠檬芯, 回波信息通过THz通感一体(Integrated Sensing and Communication at THz band, ISAC-THz)样机获得^[28], 图9给出了目标与样机示意图, 实验参数见表3。

考虑稀疏轨迹场景, 稀疏度为20%的高度向轨迹位置见图10, 同一稀疏轨迹采样方式不同方法的成像结果见图11, 图中分别比较了理想成像、20%稀疏轨迹BP成像、压缩感知和本文算法的成像结果, 其中压缩感知采用的是迭代最小稀疏贝叶斯重构(Sparsity Bayesian Recovery via Iterative Minimum, SBRIM)^[29], 该算法在较多实测数据应用场景下均能有较好的成像质量。除此之外, 传统压缩感知方法在对稀疏实测数据处理时, 依赖稀疏基的设计, 需要场景与目标的先验信息, 对未知场景与目标的成像效果较差, 而本文所提方法充分利用回波的先

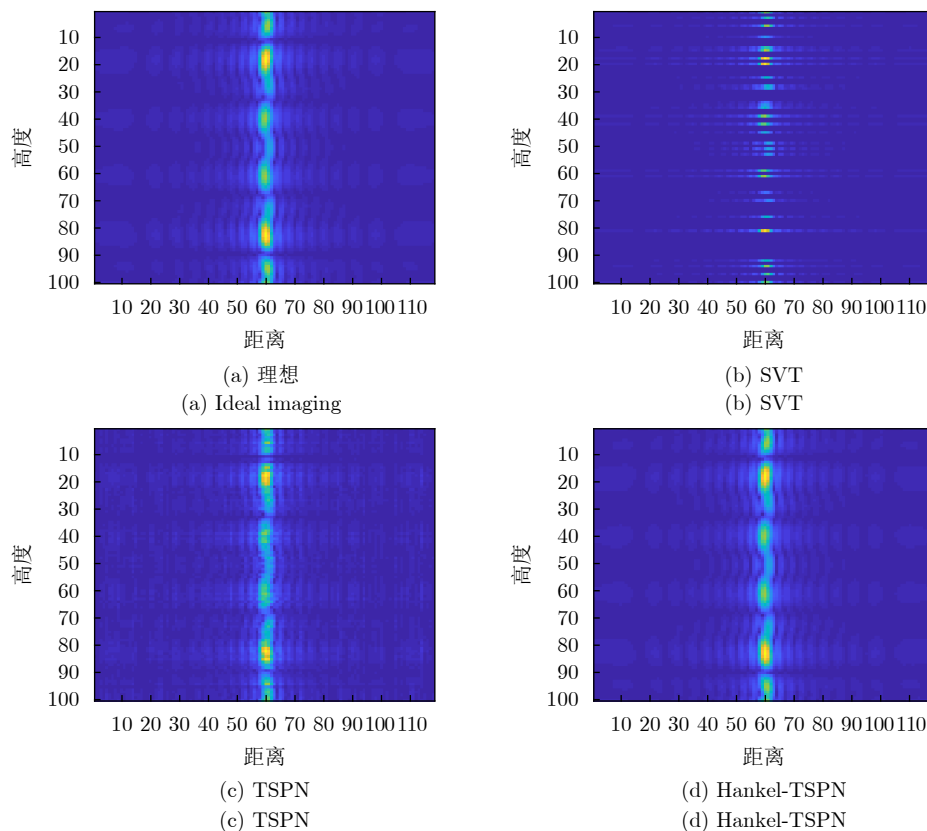


图6 不同方法的高度-距离切面矩阵恢复图

Fig. 6 Different methods of height-distance section matrix restoration

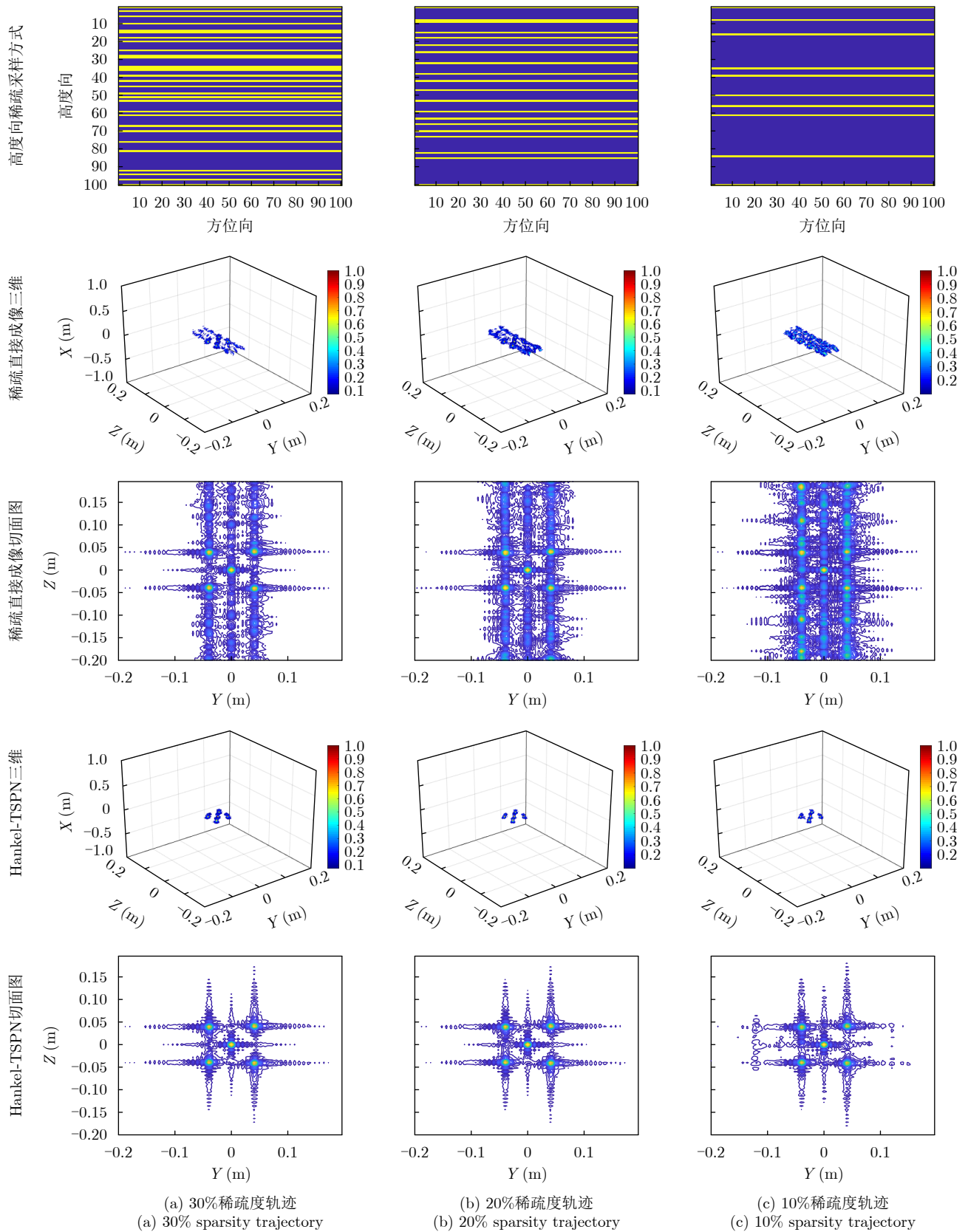


图7 点目标不同稀疏度轨迹下成像结果

Fig. 7 Imaging results of point targets with different sparsity trajectories

验特性，通过对回波先补全再成像的方式，可以保证三维成像精度，由此验证了本文算法的优势。

表4给出了柠檬芯方位-高度切面图的图像质量比较，表中分别从对比度、锐度和图像熵3个角度

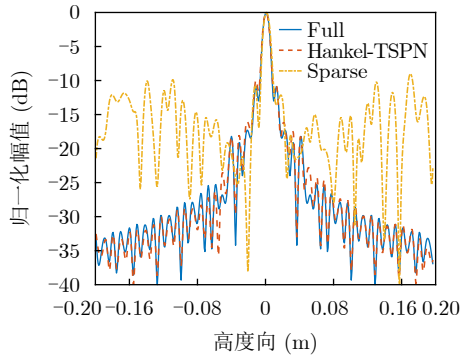


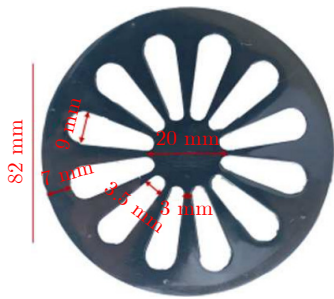
图 8 20%稀疏轨迹下中心点高度剖面对比图

Fig. 8 Height profile comparison of center points under 20% sparse trajectory

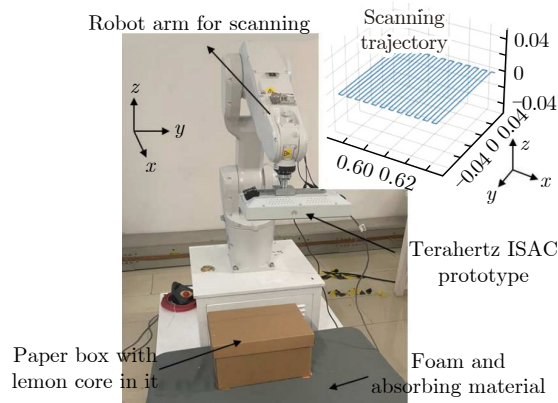
表 2 20%稀疏轨迹下高度剖面的峰值旁瓣比与积分旁瓣比(dB)

Tab. 2 Peak sidelobe ratio and integral sidelobe ratio of height profile at 20% sparse trajectory (dB)

高度剖面指标	PSLR	ISLR
满采	-11.0653	-7.6698
稀疏	-10.6606	-4.5651
TSPN	-10.0541	-6.7948
Hankel-TSPN	-10.6915	-6.9017



(a) 柠檬芯目标
(a) Lemon core target



(b) THz-ISAC样机
(b) THz-ISAC prototype

图 9 系统及目标示意图^[28]

Fig. 9 System and target diagram^[28]

表 3 柠檬芯实测目标参数

Tab. 3 Lemon core measured target parameter

参数名称	参数值
载波频率 f_c	136 GHz
信号带宽 B_r	8 GHz
方位孔径长度 L_A	0.11 m
方位采样点数	101
高度孔径长度 L_H	0.11 m
高度采样点数	101
等效面阵与目标距离 Z_0	0.315 m
轨迹稀疏度 I	20%

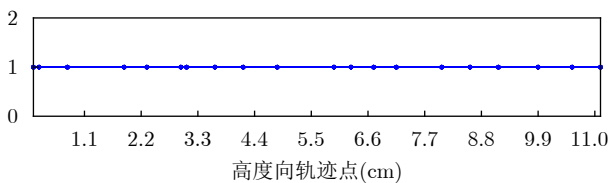


图 10 稀疏度为20%的稀疏轨迹位置示意图

Fig. 10 Location diagram of sparse trajectory with a sparsity of 20%

衡量图像质量，并采用结构相似度 (Structural Similarity, SSIM) 衡量不同方法在不同采样稀疏度下的成像结果相似度，其中采用本文方法获得的成像结果较于传统的压缩感知算法更好，且更接近满采的成像结果。由此可见，本文方法在对实测数据进行处理时，仍能有很好的成像效果。

除此之外，为了验证本文方法的鲁棒性，利用高分辨三维毫米波雷达数据集^[30]，对几种复杂体目标做了进一步的验证。数据集获取模式为毫米波传感器沿二维平面扫描进行近场成像，扫描尺寸大小为 $0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$ ，雷达中心频率为 78.8 GHz，发射信号带宽为 3.6 GHz。不同稀疏度的采样方式见图12，图13给出了不同方法的成像图。

通过图13可知，本文方法在仅使用20%~30%的高度向数据时，便能实现接近满采的成像效果，当高度向为稀疏轨迹时，传统BP成像结果中成像目标的对应维度散焦。对不同场景的不同目标做成像，采用本文方法均能获得较高分辨的成像结果，由此体现了本文方法的优越性及广泛的适应性。

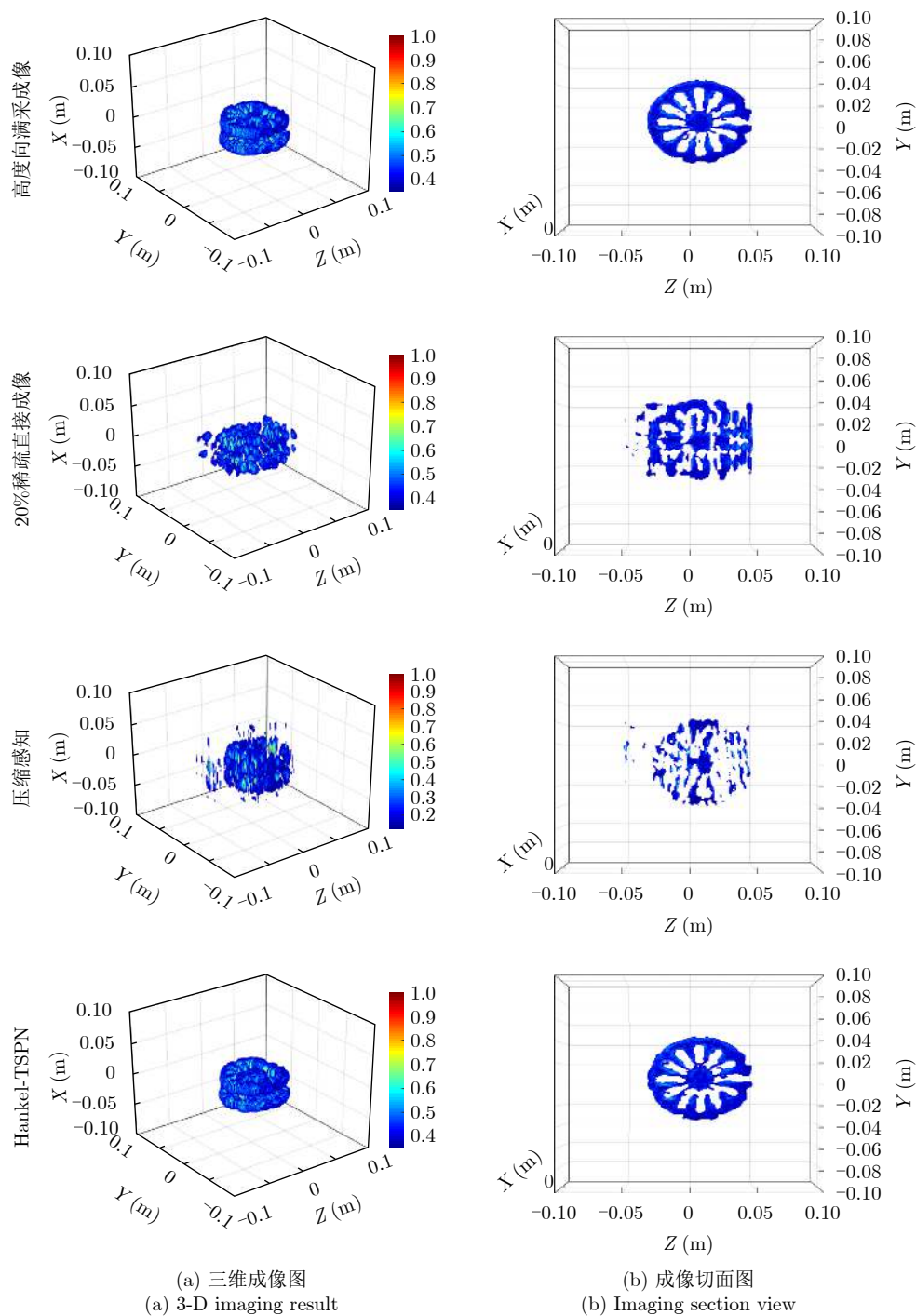


图 11 柠檬芯成像图

Fig. 11 Images of lemon core

表 4 三维方位-高度切面图图像质量比较

Tab. 4 Comparison of image quality of 3D azimuth-height slice

成像指标	对比度	锐度	图像熵	图像相似度
满采	24.3884	1.63E+10	8.5221	1
Hankel-TSPN	20.2766	1.42E+10	8.3977	0.8855
压缩感知	15.4088	2.77E+08	7.9659	0.2723
稀疏	2.5119	5.42E+07	8.3259	0.1115

最后, 本文对该方法的计算量进行了分析, 设三维回波矩阵为 $\mathbf{R}_{K \times M \times N}$, K 为距离向采样点数, M 为方位向采样点数, N 为按半波长划分的高度向采样点数, 投影矩阵的大小为 $D_x \times D_y \times D_z$, 不同算法的计算复杂度见表 5。以柠檬芯实验为例, 采用 3D-BP 成像需要 332 s, 采用基于 SBRIM 的压缩感知需要 524 s, 而采用本文算法需要 618 s。因此本文算法和 CS, BP 在运算量上属于同一量级, 但本

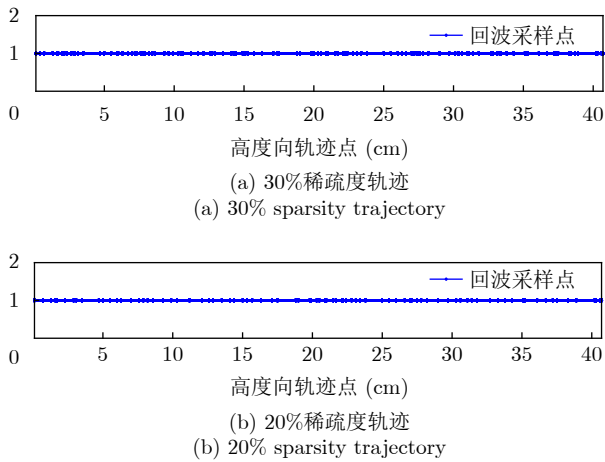


图 12 不同稀疏度的稀疏轨迹位置示意图
Fig. 12 Location diagram of sparse trajectory with different sparsity

文算法相比其他算法可以实现更高稀疏度下的高精度成像。

5 结语

传统毫米波雷达为了实现高分辨三维成像，面临着操作复杂度高、数据量大、成本高的问题。本文主要针对，由平台扫描导致的稀疏轨迹构型。该构型通过增大轨迹高度维间距，缩短轨迹扫描时间，降低成像复杂度，然而高度维稀疏会导致成像散焦。本文提出了一种适用于该构型的三维高分辨成像方法。不同于传统的压缩感知算法，本文从回波特性入手，首先分析了回波的低秩-稀疏先验特性，因此构建优化模型并采用ADMM求解得到TSPN算法，进一步引入Hankel矩阵构造，增加待恢复矩阵的行列相关性，得到了一种基于Hankel-TSPN的成像算

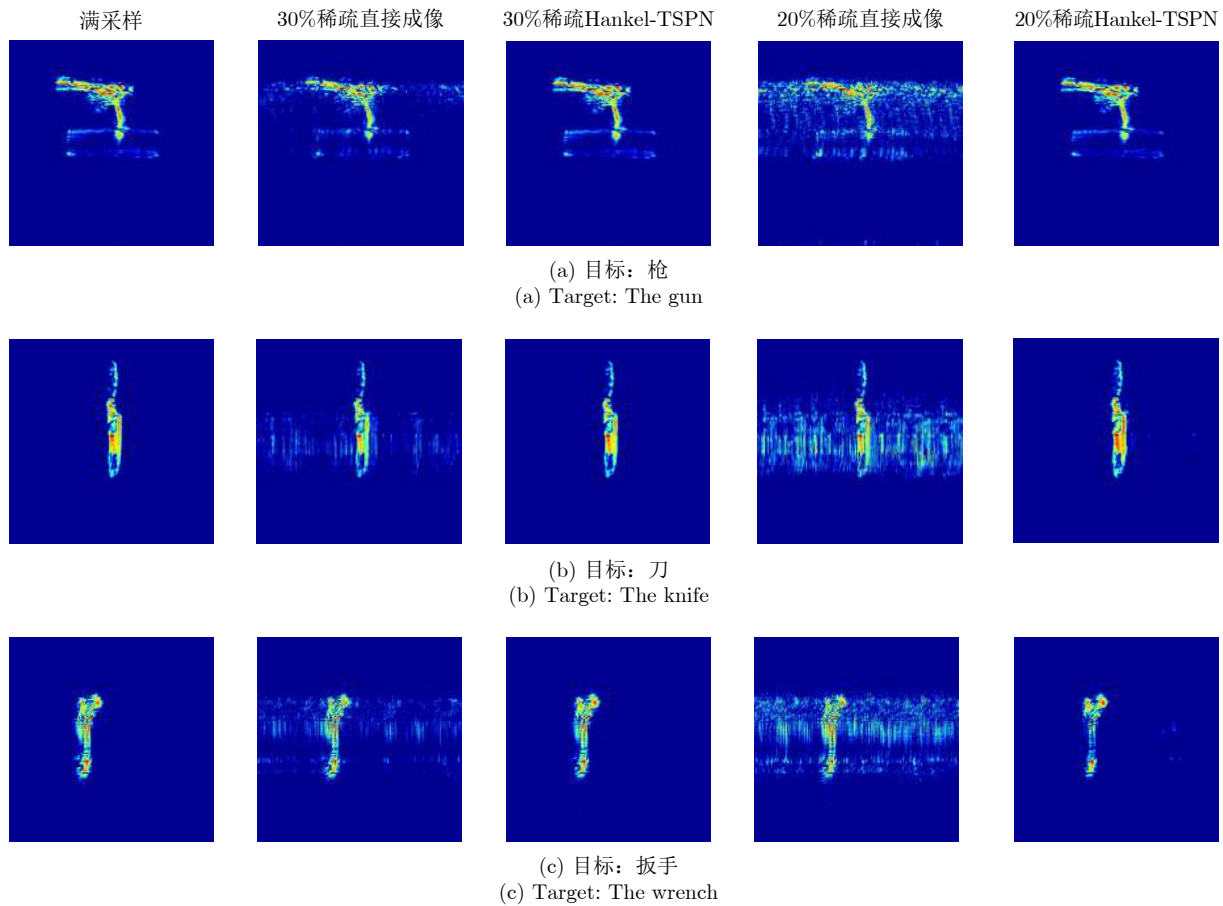


图 13 不同目标不同稀疏轨迹下成像结果图
Fig. 13 Imaging results of different targets with different sparse trajectories

表 5 不同算法的计算复杂度

Tab. 5 Computational complexity of different algorithms

算法名称	计算复杂度
本文算法(Hankel-TSPN)	$O(MNKD_xD_yD_z + MKiterN^3)$, iter为TSPN循环次数
压缩感知(CS-SRBIM)	$O((MNK)^2D_xD_yD_z)$
后向投影(BP)	$O(MNKD_xD_yD_z)$

法,有效解决了传统算法对于单一维度高稀疏度下恢复成像效果不佳的问题。最后,本文通过一系列的实测数据处理验证了在轨迹稀疏度20%以上的场景,采用本文方法均能得到良好的成像结果,并与其他算法成像比较,充分体现了本文方法的优越性。

参 考 文 献

- [1] 石星. 毫米波雷达的应用和发展[J]. 电讯技术, 2006, 46(1): 1–9. doi: [10.3969/j.issn.1001-893X.2006.01.001](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-893X.2006.01.001).
SHI Xing. Application and development of millimetre-wave radars[J]. *Telecommunication Engineering*, 2006, 46(1): 1–9. doi: [10.3969/j.issn.1001-893X.2006.01.001](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-893X.2006.01.001).
- [2] 黄昌霸. 车载毫米波雷达目标检测技术研究[D]. [硕士学位论文], 电子科技大学, 2020. doi: [10.27005/d.cnki.gdzku.2020.002634](https://doi.org/10.27005/d.cnki.gdzku.2020.002634).
HUANG Changba. Research of on-vehicle millimeter wave radar target detection technology[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2020. doi: [10.27005/d.cnki.gdzku.2020.002634](https://doi.org/10.27005/d.cnki.gdzku.2020.002634).
- [3] ZHANG Weite, HEREDIA-JUESAS J, DIDDI M, *et al.* Experimental imaging results of a UAV-mounted downward-looking mm-wave radar[C]. 2019 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting, Atlanta, USA, 2019: 1639–1640. doi: [10.1109/APUSNCURSINRSM.2019.8889290](https://doi.org/10.1109/APUSNCURSINRSM.2019.8889290).
- [4] 乞耀龙. 近景微波三维成像模型与方法研究[D]. [博士论文], 中国科学院大学, 2012.
QI Yaolong. Study on the model and method of close-up microwave three-dimensional imaging[D]. [Ph. D. dissertation], University of Chinese Academy of Sciences, 2012.
- [5] ESSEN H, LORENZ F, HANTSCHER S, *et al.* Millimeterwave radar for runway debris detection[C]. 2011 Tyrrhenian International Workshop on Digital Communications - Enhanced Surveillance of Aircraft and Vehicles, Capri, Italy, 2011: 65–68.
- [6] ROHMAN B P A, RUDRAPPA M T, SHARGORODSKYY M, *et al.* Moving human respiration sign detection using mm-wave radar via motion path reconstruction[C]. 2021 International Conference on Radar, Antenna, Microwave, Electronics, and Telecommunications, Bandung, Indonesia, 2021: 196–200. doi: [10.1109/ICRAMET53537.2021.9650479](https://doi.org/10.1109/ICRAMET53537.2021.9650479).
- [7] VERMA P, SHAKYA V S, SHARMA D, *et al.* MM-wave radar application for autonomous vehicles[C]. 2020 2nd International Conference on Advances in Computing, Communication Control and Networking, Greater Noida, India, 2020: 556–559. doi: [10.1109/ICACCCN51052.2020.9362809](https://doi.org/10.1109/ICACCCN51052.2020.9362809).
- [8] 皮亦鸣, 杨建宇, 付毓生, 等. 合成孔径雷达成像原理[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2007: 49–50.
PI Yiming, YANG Jianyu, FU Yusheng, *et al.* Synthetic Aperture Radar Imaging Technology[M]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China Press, 2007: 49–50.
- [9] 陈文江, 陈麒安, 陈宏铭, 等. 5G毫米波天线阵列模组技术挑战与未来发展趋势[J]. 中国集成电路, 2021, 30(11): 40–45. doi: [10.3969/j.issn.1681-5289.2021.11.008](https://doi.org/10.3969/j.issn.1681-5289.2021.11.008).
CHEN Wenjiang, CHEN Qi'an, CHEN Hongming, *et al.* Technical challenges and development trend of 5G mm wave antenna array module[J]. *China Integrated Circuit*, 2021, 30(11): 40–45. doi: [10.3969/j.issn.1681-5289.2021.11.008](https://doi.org/10.3969/j.issn.1681-5289.2021.11.008).
- [10] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: [10.1109/TIT.2006.871582](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582).
- [11] ZHU Xiaoxiang and BAMLER R. Tomographic SAR inversion by L_1 -norm regularization—The compressive sensing approach[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(10): 3839–3846. doi: [10.1109/TGRS.2010.2048117](https://doi.org/10.1109/TGRS.2010.2048117).
- [12] OLIVERI G, ROCCA P, and MASSA A. A Bayesian-compressive-sampling-based inversion for imaging sparse scatterers[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(10): 3993–4006. doi: [10.1109/TGRS.2011.2128329](https://doi.org/10.1109/TGRS.2011.2128329).
- [13] CANDÈS E J and RECHT B. Exact matrix completion via convex optimization[J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2009, 9(6): 717–772. doi: [10.1007/s10208-009-9045-5](https://doi.org/10.1007/s10208-009-9045-5).
- [14] CANDÈS E J and PLAN Y. Matrix completion with noise[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 925–936. doi: [10.1109/JPROC.2009.2035722](https://doi.org/10.1109/JPROC.2009.2035722).
- [15] BI Dongjie, LI Xifeng, XIE Xuan, *et al.* Compressive sensing operator design and optimization for wideband 3-D millimeter-wave imaging[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2022, 70(1): 542–555. doi: [10.1109/TMTT.2021.3100499](https://doi.org/10.1109/TMTT.2021.3100499).
- [16] WANG Mou, WEI Shunjun, SHI Jun, *et al.* CSR-Net: A novel complex-valued network for fast and precise 3-D microwave sparse reconstruction[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2020, 13: 4476–4492. doi: [10.1109/JSTARS.2020.3014696](https://doi.org/10.1109/JSTARS.2020.3014696).
- [17] HU Yue, LIU Xiaohan, and JACOB M. A generalized structured low-rank matrix completion algorithm for MR image recovery[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2019, 38(8): 1841–1851. doi: [10.1109/TMI.2018.2886290](https://doi.org/10.1109/TMI.2018.2886290).
- [18] KHALIFA M O, ABDELHAFIZ A H, and ZERGUINE A.

- Sparse channel estimation using adaptive filtering and compressed sampling[C]. 2013 International Conference on Computing, Electrical and Electronic Engineering (ICCEEE), Khartoum, Sudan, 2013: 144–147. doi: [10.1109/ICCEEE.2013.6633922](https://doi.org/10.1109/ICCEEE.2013.6633922).
- [19] WENG Zhiyuan and WANG Xin. Low-rank matrix completion for array signal processing[C]. 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Kyoto, Japan, 2012: 2697–2700. doi: [10.1109/ICASSP.2012.6288473](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2012.6288473).
- [20] ZHANG Siqian, DONG Ganggang, and KUANG Gangyao. Matrix completion for downward-looking 3-D SAR imaging with a random sparse linear array[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(4): 1994–2006. doi: [10.1109/TGRS.2017.2771826](https://doi.org/10.1109/TGRS.2017.2771826).
- [21] MA Yuxin, HAI Yu, YANG Jianyu, *et al.* A near-field 3-D SAR imaging method with non-uniform sparse linear array based on matrix completion[C]. IGARSS 2022 - 2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Kuala Lumpur, Malaysia, 2022: 1664–1667. doi: [10.1109/IGARSS46834.2022.9883674](https://doi.org/10.1109/IGARSS46834.2022.9883674).
- [22] ZENG Xuan, MA Yuxin, LI Zhongyu, *et al.* A near-field fast time-frequency joint 3-D imaging algorithm based on aperture linearization[C]. 2021 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS, Brussels, Belgium, 2021: 5163–5166, doi: [10.1109/IGARSS47720.2021.9553669](https://doi.org/10.1109/IGARSS47720.2021.9553669).
- [23] YING Jiayi, CAI Jianfeng, GUO Di, *et al.* Vandermonde factorization of hankel matrix for complex exponential signal recovery—Application in fast NMR spectroscopy[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(21): 5520–5533. doi: [10.1109/TSP.2018.2869122](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2869122).
- [24] AHMED N, NATARAJAN T, and RAO K R. Discrete cosine transform[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 1974, C-23(1): 90–93. doi: [10.1109/T-C.1974.223784](https://doi.org/10.1109/T-C.1974.223784).
- [25] 胡循勇, 杨晓梅, 李昊怡, 等. 融合低秩和稀疏先验的结构性缺失图像修复[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(5): 855–862. doi: [10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0663](https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0663).
- HU Xunyong, YANG Xiaomei, LI Haoyi, *et al.* Structural missing image inpainting based on low rank and sparse prior[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2022, 48(5): 855–862. doi: [10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0663](https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0663).
- [26] BOYD S, PARIKH N, CHU E, *et al.* Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers[M]. Hanover: Now Foundations and Trends, 2011: 13–23. doi: [10.1561/22000000016](https://doi.org/10.1561/22000000016).
- [27] MERHAV N and KRESCH R. Approximate convolution using DCT coefficient multipliers[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 1998, 8(4): 378–385. doi: [10.1109/76.709404](https://doi.org/10.1109/76.709404).
- [28] LI Oupeng, HE Jia, ZENG Kun, *et al.* Integrated sensing and communication in 6G a prototype of high resolution THz sensing on portable device[C]. 2021 Joint European Conference on Networks and Communications & 6G Summit, Porto, Portugal, 2021: 544–549. doi: [10.1109/EuCNC/6GSummit51104.2021.9482537](https://doi.org/10.1109/EuCNC/6GSummit51104.2021.9482537).
- [29] 韦顺军. 线阵三维合成孔径雷达稀疏成像技术研究[D]. [博士学位论文], 电子科技大学, 2013.
- WEI Shunjun. Research on linear array three-dimensional synthetic aperture radar sparse imaging technology[D]. [Ph. D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2013.
- [30] WEI Shunjun, ZHOU Zichen, WANG Mou, *et al.* 3DRIED: A high-resolution 3-D millimeter-wave radar dataset dedicated to imaging and evaluation[J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(17): 3366. doi: [10.3390/rs13173366](https://doi.org/10.3390/rs13173366).

作者简介

马宇欣, 硕士生, 研究方向为合成孔径雷达三维成像、稀疏信号恢复等。

海宇, 博士生, 研究方向为超高分辨率雷达成像、微波光子雷达成像、稀疏信号恢复等。

李中余, 研究员, 研究方向为双/多基合成孔径雷达成像技术等。

黄鹏, 硕士生, 研究方向为ISAR超分辨成像、结构化成像等。

王朝栋, 博士生, 研究方向为合成孔径雷达三维成像等。

武俊杰, 教授, 博士生导师, 研究方向为合成孔径雷达成像、双/多基合成孔径雷达、雷达信号处理等。

杨建宇, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、合成孔径雷达成像等。

(责任编辑: 于青)