

基于稀疏和低秩先验的雷达前视超分辨成像方法

唐军奎 刘峥* 冉磊* 谢荣 秦基凯

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 在精确制导、自主着陆、地形测绘等多种领域, 雷达前视成像至关重要。传统的基于实波束扫描的前视成像方法受到实际雷达孔径约束难以获得高分辨图像。与整个成像场景相比, 感兴趣目标通常只占一小部分区域, 这种稀疏性使得压缩感知(CS)可以应用于高分辨率前视图图像重建。然而, 雷达回波中的强噪声影响了基于CS方法生成图像质量。受到最终生成图像具有低秩特性的启发, 该文建立了一种联合低秩和稀疏特性的前视超分辨成像模型。为了有效地解决所提模型中的双重约束优化问题, 提出了一种在交替方向乘法(ADMM)框架下基于增广拉格朗日乘子(ALM)的前视图图像重构方法。仿真和实测数据实验结果表明, 所提方法能够有效提高雷达前视成像的方位分辨率, 并且具有较强噪声鲁棒性。

关键词: 前视成像; 超分辨成像; 压缩感知(CS); 低秩和稀疏特性; 增广拉格朗日乘子(ALM); 交替方向乘法(ADMM)

中图分类号: TN95

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2023)02-0332-11

DOI: 10.12000/JR22199

引用格式: 唐军奎, 刘峥, 冉磊, 等. 基于稀疏和低秩先验的雷达前视超分辨成像方法[J]. 雷达学报, 2023, 12(2): 332-342. doi: 10.12000/JR22199.

Reference format: TANG Junkui, LIU Zheng, RAN Lei, *et al.* Radar forward-looking super-resolution imaging method based on sparse and low-rank priors[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(2): 332-342. doi: 10.12000/JR22199.

Radar Forward-looking Super-resolution Imaging Method Based on Sparse and Low-rank Priors

TANG Junkui LIU Zheng* RAN Lei* XIE Rong QIN Jikai

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Radar forward-looking imaging is important in many fields, such as precision guidance, autonomous landing, and terrain mapping. Due to the constraints of actual radar aperture, obtaining high-resolution images using the traditional forward-looking imaging method based on real beam scanning is challenging. Compared with the entire imaging scene, the objects of interest usually occupy only a small part of the area. This sparsity enables the use of Compressed Sensing(CS) to reconstruct high-resolution forward-looking images. However, the high noise in the radar echo affects the quality of the image generated by the compressed sensing method. Inspired by the low-rank property of the final image, this paper proposes a forward-looking super-resolution imaging model that combines sparse and low-rank properties. To effectively solve the dual constraint optimization problem in the proposed model, a forward-looking image reconstruction method based on an Augmented Lagrange Multiplier(ALM) within the framework of the Alternating Direction Multiplier Method(ADMM) was proposed. Finally, the experimental results from simulation and real data show that the proposed method can effectively improve the azimuth resolution of radar forward-looking imaging while also being noise-robust.

收稿日期: 2022-09-30; 改回日期: 2022-12-24; 网络出版: 2022-12-30

*通信作者: 刘峥 lz@xidian.edu.cn; 冉磊 rl@xidian.edu.cn

*Corresponding Authors: LIU Zheng, lz@xidian.edu.cn; RAN Lei, rl@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62001346), CASC多传感器探测与识别技术研发中心种子基金(ZZJJ202102)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62001346), Seed Funding Project of Multisensor Intelligent Detection and Recognition Technologies R&D Center of CASC (ZZJJ202102)

责任编辑: 李悦丽 Corresponding Editor: LI Yueli

Key words: Forward-looking imaging; Super-resolution imaging; Compressed Sensing (CS); Low rank and sparsity; Augmented Lagrange Multiplier (ALM); Alternate Direction Multiplier Method (ADMM)

1 引言

雷达前视成像可以提供运动平台正前方目标的精细化电磁散射特性,在地形测绘、自动驾驶、精确制导等领域有多种应用,目前已成为雷达成像技术研究的热点和难点^[1,2]。然而,由于沿飞行路径多普勒频率梯度较小,合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)和多普勒波束锐化(Doppler Beam Sharpening, DBS)等常规方法无法实现前视高分辨率成像^[3,4]。双基地前视SAR (Bistatic Forward-looking SAR, BFSAR)可以克服常规SAR的限制,实现前视方向的高分辨率成像。然而,复杂的结构和同步问题很难解决^[5,6]。通过扫描成像区域,利用实波束成像方法可以实现前视成像。但是,实波束成像方法方位分辨率与雷达天线孔径成正比,而天线孔径通常受到导弹或无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)等平台的限制,因此实波束成像方法无法满足小型运动平台高分辨率成像要求^[7,8]。

为了突破实波束分辨率的限制,国内外学者对扫描雷达基于解卷积前视超分辨率成像方法展开了深入研究。然而,由于扫描雷达的天线方向图通常为低通滤波器,在解卷积过程中噪声对成像结果影响较大。因此,传统的解卷积方法是一个病态问题。为解决这个问题,文献^[9]在代数理论的背景下采用截断奇异分解方法解决了反卷积成像中噪声放大问题,从而有效提高了前视成像的角度分辨率。文献^[10]建立了一种多通道解卷积前视超分辨率成像信号模型,通过多通道联合处理缓解了传统单通道解卷积的病态问题。基于贝叶斯理论,文献^[11]使用拉普拉斯分布来描述目标的先验信息,并使用最大后验概率准则来解决相关的反卷积问题,从而实现扫描雷达的角度超分辨。虽然上述方法在一定程度上缓解了反卷积过程中噪声放大问题,但是在强噪声环境中依然难以获得令人满意的成像结果。此外,文献^[12]提出了一种基于单脉冲雷达和差通道多普勒估计的前视成像方法,提高了雷达前斜视方向的多目标分辨能力。但是,这种方法的局限性在于需要同一个波束内多个目标存在多普勒差异。

近年来,压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论被引入雷达成像中,当成像场景中目标满足稀疏条件时,可以利用低维观测数据实现高维稀疏信号的准确恢复。在实际雷达前视图像中,强散射中心的数量通常远小于整个图像上的像素数量。因此,在前视成像中基于CS方法利用短孔径数据向

长孔径数据外推,这相当于CS的一个特例,从而能够实现前视高分辨率图像的重建。在文献^[13]中,Giusti等人详细分析了使用CS重建超分辨率合成孔径雷达(Inverse Synthetic Aperture Radar, ISAR)图像的性能,证明了CS对ISAR成像的适用性。在文献^[14]中,Zhang等人通过将改进的傅里叶基与加权CS优化相结合,实现了双基逆合成孔径雷达(Bistatic ISAR, Bi-ISAR)图像的精确重建。此外,在文献^[15]中,一种基于多测量向量(Multiple Measurement Vectors, MMV)模型的CS-SAR成像方法被应用于亚奈奎斯特率采样下的高质量和高分辨率成像,可以大大节省时间计算成本。然而,强噪声在雷达成像中通常是不可避免的。噪声分布稀疏性不足会对目标的精准重建产生重大影响,这对现有基于CS高分辨率成像方法提出了挑战。为了克服强噪声,稀疏先验假设是最广泛使用的方法。然而,单个稀疏约束不能解决所有问题,如何挖掘更多先验信息对提高成像质量至关重要。Qiu等人^[16]提出一种联合低秩和稀疏先验(Joint Low-Rank and Sparsity, JLRS)的ISAR成像方法。当数据随机丢失时,利用回波数据的低秩特性和目标的稀疏性来提高ISAR成像性能。但由于在约束模型中未考虑噪声,因此在强噪声环境中成像性能受到影响。Zhang等人^[17]发现,将局部稀疏约束与非局部总变差(Nonlocal Total Variation, NLTV)相结合,可以在基于CS的ISAR成像中抑制噪声,并去除一些虚假强散射中心或杂波,同时保留目标区域的几何形状。此外,Zeng等人^[18]受到目标二维分布稀疏性和低秩性的启发,提出一种新的ISAR重建方法。实验结果表明,此方法具有较高的成像质量和较强的抗噪性能。然而,该方法由于使用二维矩阵的零范数作为稀疏约束,重建性能并不是最优的。Zhang等人^[19]提出了一种基于加权CS(Weighted CS, WCS)的ISAR成像方法,通过对目标和噪声的不同权重约束,提高了传统CS成像方法对噪声的鲁棒性。

在上述文献中,观察到利用更多的先验知识可以提高基于CS方法的成像性能。受到该启发,建立了一种低秩和稀疏先验相结合的多通道阵列雷达前视成像模型。本文的前视成像模型考虑了这个事实,即目标在前视区域中是稀疏的,并且最终生成的前视图像存在着大量冗余信息,这意味着前视图像是低秩的。具体而言,利用低秩特性实现对图像

矩阵的恢复,同时利用稀疏先验来检测和区分强目标和噪声,以消除不可靠或虚假的强散射点。对于由此产生的双重优化问题,交替方向乘法(Alternating Direction Multiplier Method, ADMM)^[20]是解决该优化问题的框架,并可以保证收敛。而且ADMM已在稀疏SAR/ISAR成像中得到广泛应用,其中的优化问题受到多种函数的约束^[16-18]。在本文中,推导了所提出优化问题在ADMM框架下的增广拉格朗日乘子(Augmented Lagrange Multiplier, ALM)法,通过将优化问题分解为几个子问题,有效解决了所提出的优化问题。

2 前视成像信号模型

UAV等小型运动平台载多通道阵列雷达对正前方区域目标成像的几何示意图,如图1所示。在高度为 H 的雷达平台上 N 个收发一体天线阵元以等间隔 d 均匀布置,阵列天线长度为 L 。其中雷达平台以速度 v 移动, N 个天线阵元以脉冲重复间隔(Pulse Repetition Interval, PRI)为时间间隔进行切换,依次发射LFM信号并接收回波,即“单发单收”工作模式。假设雷达平台正前方存在一个点目标 $P(x_0, y_0, 0)$,则慢时间 t 时刻点目标 P 到第 n 个阵列天线阵元的距离为

$$R(t) = \sqrt{(vt - x_0)^2 + (-v_a t - y_0)^2 + H^2} \quad (1)$$

其中, $v_a = d/\text{PRI}$ 为等效的方位向运动速度。

对式(1)进行2阶泰勒展开,可以得到

$$R(t) = R_0 - \left(\frac{x_0}{R_0}v - \frac{y_0}{R_0}v_a \right) t + \frac{H^2(v_a^2 + v^2) + (vy_0 + v_ax_0)^2}{2R_0^3} t^2 + o(t^2) \quad (2)$$

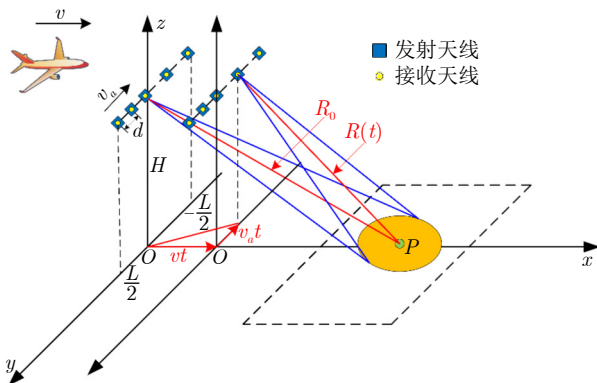


图 1 阵列雷达前视成像观测几何示意图

Fig. 1 Array radar forward-looking imaging observation geometry schematic

其中, $R_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + H^2}$ 为点目标 P 到雷达天线中心的斜距。

由于在前视成像系统中 R_0 较大,且无人机等小型平台运动速度较慢以及飞行高度较低,因此式(2)中泰勒展开式的2阶项非常小,可以忽略不计,则式(2)可以近似为

$$R(t) \approx R_0 - \left(\frac{x_0}{R_0}v - \frac{y_0}{R_0}v_a \right) t \quad (3)$$

假设雷达发射的LFM信号为

$$s(\tau) = w_r(\tau) \exp \left[j2\pi \left(f_c \tau + \frac{\gamma}{2} \tau^2 \right) \right] \quad (4)$$

其中, τ 表示快时间, w_r 表示距离窗函数, f_c 为载频, γ 为调频斜率。回波信号经过距离向脉压后可以表示为

$$\mathbf{S}_{rc}(\tau, t) = C \cdot \text{sinc} \left[\pi B \left(\tau - \frac{2R(t)}{c} \right) \right] \cdot \exp \left(-j4\pi \frac{R(t)}{\lambda} \right) \quad (5)$$

其中, C 表示目标的复散射系数, B 为带宽, c 为光速, $\lambda = c/f_c$ 表示波长。然后,对脉压后的回波信号在频域构造距离走动校正因子,以消除平台运动对回波的影响,距离走动校正后的回波信号可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{rc}(\tau, t) &= C \cdot \text{sinc} \left[\pi B \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \cdot \exp \left(-j4\pi \frac{R(t)}{\lambda} \right) \\ &\approx C \cdot \text{sinc} \left[\pi B \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \cdot \exp \left(-j\pi \frac{4R_0}{\lambda} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left(-j2\pi \frac{2v_a y_0}{\lambda R_0} t \right) \cdot \exp \left(j2\pi \frac{2v x_0}{\lambda R_0} t \right) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $2v_a y_0/\lambda R_0$ 和 $2v x_0/\lambda R_0$ 分别是由阵列天线等效运动和平台运动引起的多普勒频率。则在一个距离单元内(即 x_0 为固定值)由平台运动引起的多普勒频率沿方位向的斜率为 $d(2x_0 v/\lambda R_0)/dy_0 = 2v x_0 y_0/\lambda R_0^3$ 。通常定义运动平台正前方 $\pm 10^\circ$ 为前视成像区域,因此有 $y_0 \ll x_0$,则多普勒频率 $2x_0 v/\lambda R_0$ 在方位向变化较小,这就是仅依靠传统的单基SAR成像技术无法实现雷达前视高分辨成像的原因。

假设回波中共包含 M 个距离单元,忽略式(6)中的固定项 $\exp(-j\pi(4R_0/\lambda))$ 并校正相位因子 $\exp(j2\pi(2x_0 v/(\lambda R_0))t)$,同时考虑高斯白噪声,则脉压后的回波矩阵 \mathbf{S}_{rc} 可以表示为

$$\mathbf{S}_{rc} = \mathbf{Y} + \mathbf{E} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{S}_{rc} \in C^{N \times M}$, $\mathbf{Y} \in C^{N \times M}$ 以及 $\mathbf{E} \in C^{N \times M}$ 分别是回波矩阵、信号矩阵和噪声矩阵。 $\mathbf{X} \in C^{\bar{N} \times M}$

为最终生成的二维图像矩阵，其中 $\bar{N} > N$ ， \bar{N}/N 表示方位向超分辨倍数。 $\mathbf{A} \in C^{N \times \bar{N}}$ 为CS的方位向字典矩阵， \mathbf{A} 可以表示为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}, a_n = \exp[-j2\pi \cdot f_d(n) \cdot t], 0 \leq n \leq \bar{N} \quad (8)$$

其中， $f_d = [1 : \bar{N}] \Delta f_d$ ， Δf_d 表示多普勒频率分辨间隔，且 $\bar{N} = f_r / \Delta f_d$ 。

当仅考虑目标分布稀疏的先验信息时，利用CS实现前视超分辨成像的优化问题可以表示为

$$\min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{X}\|_0 \text{ s.t. } \|\mathbf{S}_{rc} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 \leq \varepsilon \quad (9)$$

其中， $\|\cdot\|_0$ 和 $\|\cdot\|_F$ 分别表示矩阵的 l_0 范数和Frobenius范数。 ε 是取决于噪声水平的常数。式(9)是一个MMV求解问题，可以通过贝叶斯算法^[21,22]和迭代重加权算法^[23,24]来解决，从而得到图像矩阵 \mathbf{X} 。然而，在实际应用中，回波中通常存在强噪声，噪声分布的非稀疏性会破坏目标的稀疏分布，导致基于CS的超分辨成像方法性能严重恶化，主要表现为成像中丢失重要目标或出现大量虚假目标。因此提高低信噪比下基于CS前视超分辨成像方法的稳健性至关重要。

3 联合低秩和稀疏的前视成像方法

3.1 低秩特性分析

本文在已知目标分布稀疏的基础上利用最终生成图像包含大量冗余信息的特性，对图像矩阵 \mathbf{X} 进行低秩约束，提高在强噪声环境中基于CS前视雷达成像的性能。首先对图像矩阵 \mathbf{X} 的低秩特性进行分析。根据矩阵秩的性质， \mathbf{X} 的秩满足

$$\text{rank}(\mathbf{X}) = \text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{X}) = \text{rank}(\mathbf{Y}) \quad (10)$$

同时信号矩阵 \mathbf{Y} 的秩满足

$$\text{rank}(\mathbf{Y}) = \text{rank} \left(\sum_{k=1}^{K_0} \mathbf{Y}_k \right) \leq \sum_{k=1}^{K_0} \text{rank}(\mathbf{Y}_k) = K_0 \quad (11)$$

其中， K_0 为成像场景中强散射点的总数。

由式(10)和式(11)可以得到

$$\text{rank}(\mathbf{X}) = \text{rank}(\mathbf{Y}) \leq K_0 \quad (12)$$

式(12)表明如果成像场景中强散射点目标的数量小于 \mathbf{Y} 的维度，即小于 N 或 M ，则 \mathbf{Y} 和 \mathbf{X} 的低秩特性同时满足。通常，感兴趣的目标相对于整个成像场景而言只占很小一部分，因此在不考虑噪声的条件下，接收的回波信号能量可以用几个较大的特征值表示，大特征值对应目标的强散射点信息。这一事实表明，如果目标是稀疏的，则接收到的信号矩阵 \mathbf{Y} 是低秩的，同时最终生成的图像矩阵 \mathbf{X} 也是低秩的。

然而当考虑到噪声影响时，回波矩阵 \mathbf{S}_{rc} 和图像矩阵 \mathbf{X} 的低秩特性并不满足。图2(a)给出了由4.1节点目标仿真实验中的信号矩阵 \mathbf{Y} 和在SNR=5 dB时回波矩阵 \mathbf{S}_{rc} 的特征值分布，可以明显看出在无噪声时信号矩阵 \mathbf{Y} 特征值衰减很快，这表明该数据的低秩特性。与之相反，由于在低SNR下噪声能量较高从而破坏了回波矩阵 \mathbf{S}_{rc} 的低秩特性。使用传统的基于CS成像方法生成的图像矩阵 \mathbf{X} 的特征值分布如图2(b)所示，可以看出在不考虑噪声时，最终生成的前视图像具有低秩的特性。由于传统的CS成像方法对噪声抑制能力有限，在强噪声条件下导致生成图像中存在大量的虚假目标，从而影响图像低秩特性。以上实验结果证实了所重建的高质量图像应具有低秩特性。因此，可以对图像矩阵 \mathbf{X} 进行低秩约束，从而提高对噪声的抑制能力。

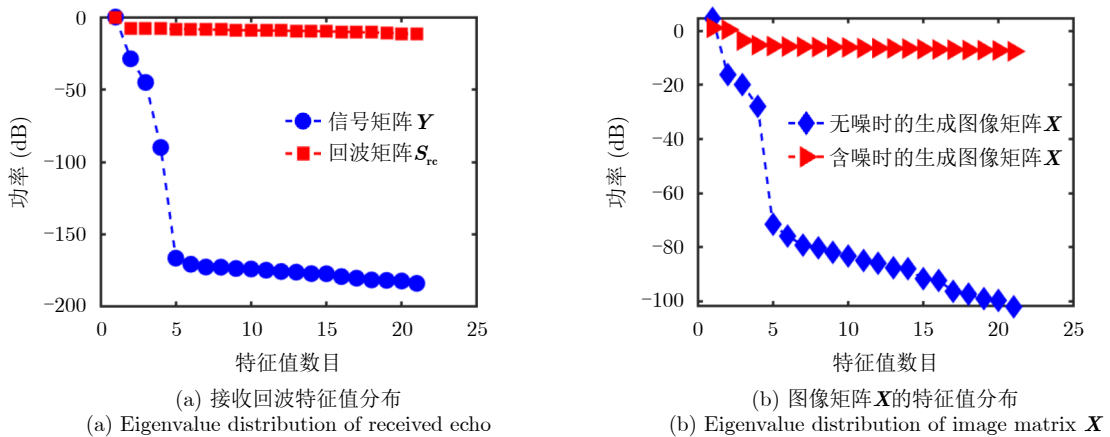


图2 回波和生成的图像的特征值分布对比

Fig. 2 Eigenvalue distribution comparison of echo and generated image

3.2 低秩和稀疏相结合的前视成像求解方法

本节中, 图像矩阵 \mathbf{X} 的稀疏特性以及低秩特性被用于前视图像的重建, 通过对 \mathbf{X} 的双重约束提高对噪声的抑制能力。由此形成如下稀疏与低秩相结合的前视成像模型:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}, \mathbf{E}} \quad & \text{rank}(\mathbf{X}) + \lambda_1 \|\mathbf{X}\|_0 + \lambda_2 \|\mathbf{E}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}, \\ & \mathbf{Y} + \mathbf{E} = \mathbf{S}_{\text{rc}} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\text{rank}(\cdot)$ 表示秩函数。 λ_1 是一个用于平衡 l_0 范数和 \mathbf{X} 秩的正则化参数, λ_2 是一个考虑噪声水平的正则化参数。

考虑到秩函数 $\text{rank}(\cdot)$ 和 l_0 范数的求解是 NP 难题, 无法对其进行具体求解, 所以将 $\text{rank}(\cdot)$ 和 l_0 范数分别凸松弛为核范数和 l_1 范数。则式(13)中的优化问题可以改写为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}, \mathbf{E}} \quad & \|\mathbf{X}\|_* + \lambda_1 \|\mathbf{X}\|_1 + \lambda_2 \|\mathbf{E}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}, \\ & \mathbf{Y} + \mathbf{E} = \mathbf{S}_{\text{rc}} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\|\mathbf{Y}\|_* = \sum_i \sigma_i$ 表示矩阵 \mathbf{X} 的核范数, σ_i 为 \mathbf{X} 的第 i 个特征值。

为方便求解式(14), 令 $\mathbf{Z} = \mathbf{X}$, $\mathbf{J} = \mathbf{X}$, 则式(14)中的优化问题可以重新表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}, \mathbf{J}, \mathbf{E}} \quad & \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda_1 \|\mathbf{J}\|_1 + \lambda_2 \|\mathbf{E}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X} = 0, \\ & \mathbf{Y} + \mathbf{E} - \mathbf{S}_{\text{rc}} = 0, \\ & \mathbf{Z} - \mathbf{X} = 0, \\ & \mathbf{J} - \mathbf{X} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)在 ADMM 框架下的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Z}, \mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{E}, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3, \mathbf{Q}_4, u_1, u_2, u_3, u_4) \\ = \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda_1 \|\mathbf{J}\|_1 + \lambda_2 \|\mathbf{E}\|_F^2 \\ + \mathbf{Q}_1^T (\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}) + \frac{u_1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 \\ + \mathbf{Q}_2^T (\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{E}) + \frac{u_2}{2} \|\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{E}\|_F^2 \\ + \mathbf{Q}_3^T (\mathbf{X} - \mathbf{Z}) + \frac{u_3}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}\|_F^2 \\ + \mathbf{Q}_4^T (\mathbf{X} - \mathbf{J}) + \frac{u_4}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{J}\|_F^2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3, \mathbf{Q}_4$ 表示拉格朗日乘子矩阵, u_1, u_2, u_3, u_4 表示惩罚项系数。然后利用 ADMM 方法交替估计变量 $\mathbf{Z}, \mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{E}$, 即在保证其他变量不变的情况下估计一个变量, 直至满足收敛条件。

更新 \mathbf{Z} : 固定 $\mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{E}$, 更新 \mathbf{Z} 的优化子问题为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}^k\|_* + (\mathbf{Q}_3^k)^T (\mathbf{Z}^k - \mathbf{X}^k) \\ &\quad + \frac{u_3}{2} \|\mathbf{Z}^k - \mathbf{X}^k\|_F^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{Z}} \frac{1}{\mathbf{Q}_3^k} \|\mathbf{Z}^k\|_* \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{Z}^k - \left(\mathbf{X}^k + \frac{\mathbf{Q}_3^k}{u_3^k} \right) \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (17)$$

将奇异值阈值 (Singular Value Thresholding, SVT) 算法^[25]应用到式(17)中的核范数最小化优化, 可以得到

$$\mathbf{Z}^{k+1} = U^k \text{soft} \left(\Sigma^k, \frac{1}{\mu_1^k} \right) (V^k)^H \quad (18)$$

其中, $\text{soft}(\cdot)$ 表示软阈值函数, 定义为 $\text{soft}(\theta, \alpha) = \max\{1 - \alpha/|\theta(i, j)|, 0\} \cdot \theta(i, j)$, $\theta(i, j)$ 是矩阵 Θ 中的一个值, α 为一个常数; U^k, V^k, Σ^k 是 $(\mathbf{X}^k + \mathbf{Q}_1^k/\mu_1^k)$ 的奇异值分解结果, 即 $(\mathbf{X}^k + \mathbf{Q}_1^k/\mu_1^k) = U^k \Sigma^k (V^k)^H$ 。

更新 \mathbf{J} : 固定 $\mathbf{Z}, \mathbf{X}, \mathbf{E}$, 更新 \mathbf{J} 的优化子问题为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{J}} \lambda_1 \|\mathbf{J}^k\|_1 + (\mathbf{Q}_4^k)^T (\mathbf{J}^k - \mathbf{X}^k) \\ &\quad + \frac{u_4}{2} \|\mathbf{J}^k - \mathbf{X}^k\|_F^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{J}} \frac{\lambda_1}{\mathbf{Q}_4^k} \|\mathbf{J}^k\|_1 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{J}^k - \left(\mathbf{X}^k + \frac{\mathbf{Q}_4^k}{\mu_4^k} \right) \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (19)$$

令 $\mathbf{R}_1^k = \mathbf{X}^k + \mathbf{Q}_4^k/u_4^k - \lambda_1/\mathbf{Q}_4^k$, $\mathbf{R}_2^k = \mathbf{X}^k + \mathbf{Q}_4^k/\mu_4^k - \lambda_1/\mathbf{Q}_4^k$, 式(19)中的 l_1 结果为

$$\mathbf{J}^{k+1} = \max(0, \mathbf{R}_1^k) + \min(0, \mathbf{R}_2^k) \quad (20)$$

更新 \mathbf{X} : 固定 $\mathbf{Z}, \mathbf{J}, \mathbf{E}$, 更新 \mathbf{X} 的优化子问题为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{X}} (\mathbf{Y}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{X}^k) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{A}\mathbf{X}^k - \left(\mathbf{Y}^{k+1} + \frac{\mathbf{Q}_1^k}{\mu_1^k} \right) \right\|_F^2 \\ &\quad + (\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X}^k - \mathbf{E}^k) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{A}\mathbf{X}^k - \left(\mathbf{S}_{\text{rc}} + \mathbf{E}^k + \frac{\mathbf{Q}_2^k}{\mu_2^k} \right) \right\|_F^2 \\ &\quad + (\mathbf{X}^k - \mathbf{Z}^{k+1}) + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{X}^k - \left(\mathbf{Z}^{k+1} + \frac{\mathbf{Q}_3^k}{\mu_3^k} \right) \right\|_F^2 \\ &\quad + (\mathbf{X}^k - \mathbf{J}^{k+1}) + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{X}^k - \left(\mathbf{J}^{k+1} + \frac{\mathbf{Q}_4^k}{\mu_4^k} \right) \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (21)$$

式(21) \mathbf{X} 的最小优化问题求解结果为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} = & (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + 2\mathbf{I}) / \mathbf{I} \\ & \cdot \left\{ \mathbf{A}^T \left[\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{E}^k + \mathbf{Y}^{k+1} - \left(\frac{\mathbf{Q}_1^k}{\mu_1^k} + \frac{\mathbf{Q}_2^k}{\mu_2^k} \right) \right] \right. \\ & \left. - \frac{\mathbf{Q}_3^k}{\mu_3^k} - \frac{\mathbf{Q}_4^k}{\mu_4^k} + \mathbf{Z}^{k+1} + \mathbf{J}^{k+1} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{I} \in \mathbb{C}^{\bar{N} \times \bar{N}}$ 表示单位矩阵。

最后, 更新 \mathbf{E} : 固定 \mathbf{Z} , \mathbf{J} , \mathbf{X} , 更新 \mathbf{E} 的优化子问题为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{k+1} = & \arg \min_{\mathbf{E}} \lambda_2 \|\mathbf{E}\|_{\text{F}}^2 + \mathbf{Q}_2^T (\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{E}) \\ & + \frac{u_2}{2} \|\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{E}\|_{\text{F}}^2 \\ = & \arg \min_{\mathbf{E}} \frac{\lambda_2^k}{\mathbf{Q}_2^k} \|\mathbf{E}\|_{\text{F}}^2 \\ & + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{E} + \frac{\mathbf{Q}_2^k}{\mu_2^k} \right\|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \quad (23)$$

式(23) \mathbf{E} 的最小优化问题求解结果为

$$\mathbf{E}^{k+1} = \frac{\mu_2^k \left(\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X}^{k+1} + \frac{\mathbf{Q}_2^k}{\mu_2^k} \right)}{\lambda_2^k + \mu_2^k} \quad (24)$$

通过不断迭代求解, 直至满足终止条件, 最终得到图像矩阵 \mathbf{X} 。具体的算法处理步骤如表1所示。

4 仿真和实测实验结果分析

本节利用仿真和实测数据实验来验证所提前视高分辨成像方法的性能。所有实验结果均与实波束成像方法、CS方法、WCS^[20]方法以及JLRS^[17]方法进行对比。为了后续描述方便以及与JLRS方法区分, 将提出的方法简称为FLI-CLRS (Forward-Looking Imaging method Combining Low-Rank and Sparsity)。对于所有实验, 评估算法性能中的SNR均为回波脉压后的, 实验部分参数设置如下: $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 1.2$, $u_1^1 = u_2^1 = u_3^1 = u_4^1 = 1.2 / \|\mathbf{A}\|_{\text{F}}^2$, 最大迭代次数为200, 正则化参数 λ_1 和 λ_2 取值范围分别为(0,4]和[2,4]。

4.1 点目标仿真实验结果

本节实验中, 利用仿真点目标来验证所提方法的性能。假设雷达工作在Ka波段, “单发单收”模式下的雷达工作参数见表2。成像场景中共包含9个点目标如图3(a)所示, 相邻两目标方位向间距约为8 m, 距离向间距为4 m。根据雷达工作参数设定, 可以计算出该实验中距离向分辨率为1 m, 方位向分辨率约为32 m。因此利用实波束成像方法不能区分同一距离单元内的3个点目标, 如图3(b)

表1 式(14) ALM-ADMM求解流程

Tab. 1 ALM-ADMM solution flow of Eq. (14)

输入: 字典矩阵 \mathbf{A} , 观测数据 \mathbf{S}_{rc}

初始化: 迭代次数 $k = 1$, 拉格朗日乘子矩阵 $\mathbf{Q}_1^1 = \mathbf{Q}_2^1 = \mathbf{Q}_3^1 = \mathbf{Q}_4^1 = \mathbf{E}^1 = \mathbf{Y}^1 \in \mathbb{O}^{N \times M}$, 图像矩阵 $\mathbf{Z}^1 = \mathbf{J}^1 = \mathbf{X}^1 \in \mathbb{O}^{\bar{N} \times M}$, 正则化参数 $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, 惩罚项系数 $u_1^1, u_2^1, u_3^1, u_4^1 > 0$, 步长因子 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4 > 1$ 。

更新迭代过程:

(1) 更新 \mathbf{Z} :

$$(\mathbf{X}^k + \mathbf{Q}_1^k / \mu_1^k) = U^k \Sigma^k (V^k)^H; \mathbf{Z}^{k+1} = U^k \text{soft} \left(\Sigma^k, \frac{1}{\mu_1^k} \right) (V^k)^H$$

(2) 更新 \mathbf{J} :

$$\mathbf{R}_1^k = \mathbf{X}^k + \frac{\mathbf{Q}_4^k}{u_4^k} - \frac{\lambda_1}{\mathbf{Q}_4^k}, \mathbf{R}_2^k = \mathbf{X}^k + \frac{\mathbf{Q}_4^k}{\mu_4^k} + \frac{\lambda_1}{\mathbf{Q}_4^k}; \mathbf{J}^{k+1} = \max(0, \mathbf{R}_1^k) + \min(0, \mathbf{R}_2^k)$$

(3) 更新 \mathbf{X} :

$$\mathbf{X}^{k+1} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + 2\mathbf{I}) / \mathbf{I} \cdot \left\{ \mathbf{A}^T \left[\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{E}^k + \mathbf{Y}^{k+1} - \left(\frac{\mathbf{Q}_1^k}{\mu_1^k} + \frac{\mathbf{Q}_2^k}{\mu_2^k} \right) \right] - \frac{\mathbf{Q}_3^k}{\mu_3^k} - \frac{\mathbf{Q}_4^k}{\mu_4^k} + \mathbf{Z}^{k+1} + \mathbf{J}^{k+1} \right\}$$

(4) 更新 \mathbf{E} :

$$\mathbf{E}^{k+1} = \mu_2^k \left(\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X}^{k+1} + \frac{\mathbf{Q}_2^k}{\mu_2^k} \right) / (\lambda_2^k + \mu_2^k)$$

(5) 更新 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3, \mathbf{Q}_4$:

$$\mathbf{Q}_1^{k+1} = \mathbf{Q}_1^k + \mu_1^k (\mathbf{S}_{\text{rc}} - \mathbf{A}\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{E}^{k+1}), \mathbf{Q}_2^{k+1} = \mathbf{Q}_2^k + \mu_2^k (\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}^{k+1})$$

$$\mathbf{Q}_3^{k+1} = \mathbf{Q}_3^k + \mu_3^k (\mathbf{X} - \mathbf{Z}^{k+1}), \mathbf{Q}_4^{k+1} = \mathbf{Q}_4^k + \mu_4^k (\mathbf{X} - \mathbf{J}^{k+1})$$

(6) 更新 u_1, u_2, u_3, u_4 :

$$\mu_1^{k+1} = \rho_1 \mu_1^k, \mu_2^{k+1} = \rho_2 \mu_2^k, \mu_3^{k+1} = \rho_3 \mu_3^k, \mu_4^{k+1} = \rho_4 \mu_4^k$$

输出: 图像矩阵 \mathbf{X}

表 2 仿真实验雷达参数

Tab. 2 Radar parameters for simulation experiment

参数	数值
载频(GHz)	35
带宽(MHz)	150
脉冲重复间隔(μ s)	250
平台运动速度(m/s)	150
天线长度(m)	0.4
天线阵元个数	94
工作距离(m)	3000

所示。图3(c)给出了在无噪声条件下利用传统的CS成像方法超分辨率成像结果，可以看出9个点目标清晰可分，这证实了利用CS的方法进行超分辨率成像的合理性。接下来向回波信号中添加高斯白噪声以验证所提方法在强噪声环境中的稳健性。

图4给出了在SNR=5 dB时传统CS方法、WCS方法、JLRS方法以及本文所提FLI-CLRS方法成像结果对比。从图4可以明显看出：在强噪声环境中CS方法以及WCS方法未能将点目标完全重建，且存在部分目标主瓣能量严重扩散问题。从视觉上看，

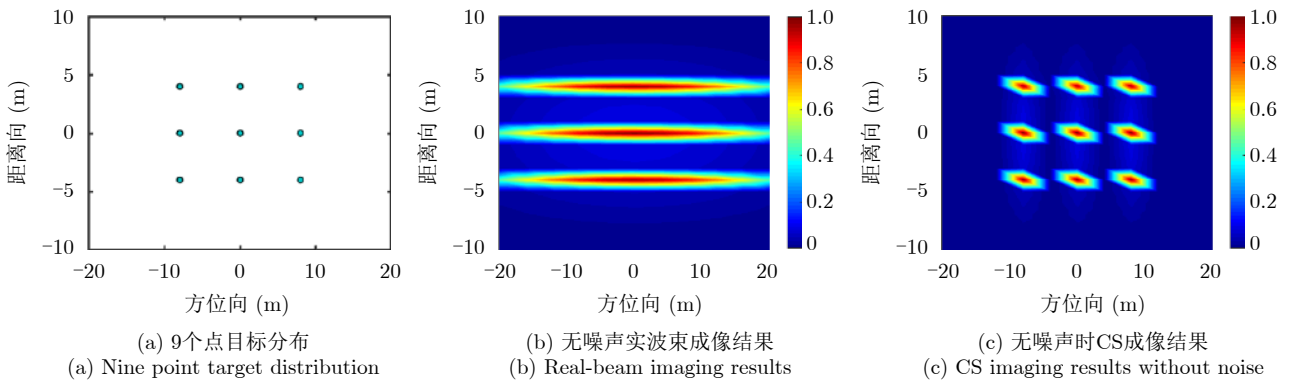


图 3 点目标分布以及成像结果

Fig. 3 Point target distribution and imaging results

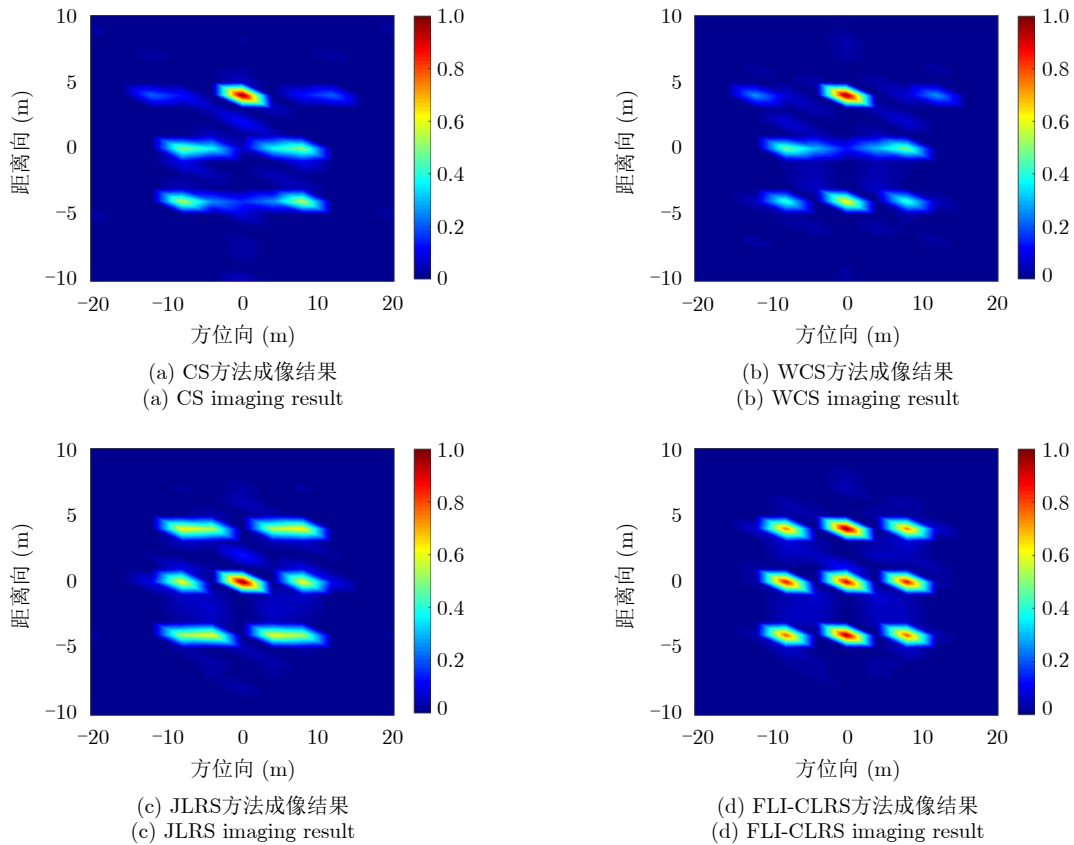


图 4 SNR=5 dB时仿真点目标不同方法成像结果对比

Fig. 4 Comparison of imaging results of different methods for simulated point targets when SNR=5 dB

JLRS方法成像结果要好于CS以及WCS方法，但是仍然存在目标未能重建的问题。相比而言，本文所提FLI-CLRS方法成像结果如图4(d)所示，很明显看到9个点目标清晰可分辨，且目标能量基本得到聚集，说明了FLI-CLRS方法具有更强的噪声抑制能力。

然后，利用不同SNR下不同成像方法的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)和图像相关性(Correlation, Corr)^[17]来定量描述所提FLI-CLRS成像方法的性能。其中，图3(c)成像结果作为参考图像，更小的RMSE和更高的Corr意味着更

好的重建性能。不同成像方法在SNR分别为-5 dB, 0 dB, 5 dB, 10 dB, 15 dB时进行200次蒙特卡罗实验，成像结果的RMSE和Corr如图5所示。由图5(a)可以看出：在较高SNR条件下，各种方法的RMSE均较小，但是随着SNR的下降，CS、WCS以及JLRS方法RMSE升高明显较快，而所提出的FLI-CLRS方法依旧具有较低的RMSE。同时由图5(b)可以看出：所提出的FLI-CLRS在同一SNR下Corr明显高于其他3种方法。以上结果表明了本文方法具有稳健的超分辨成像性能。

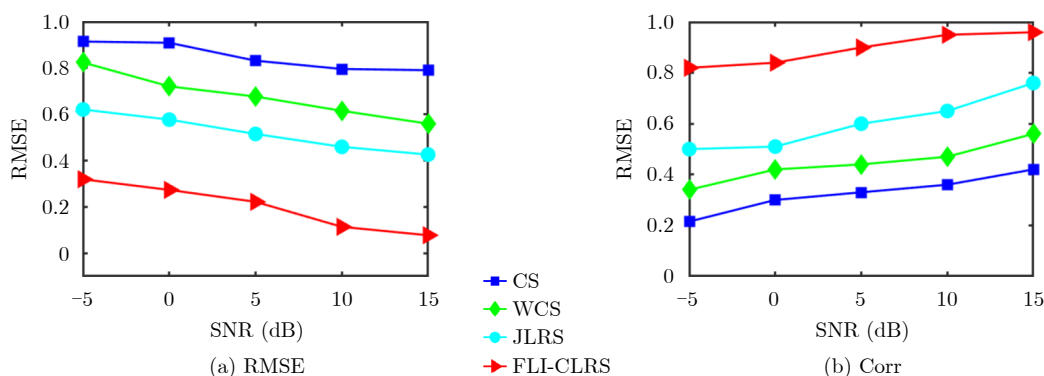


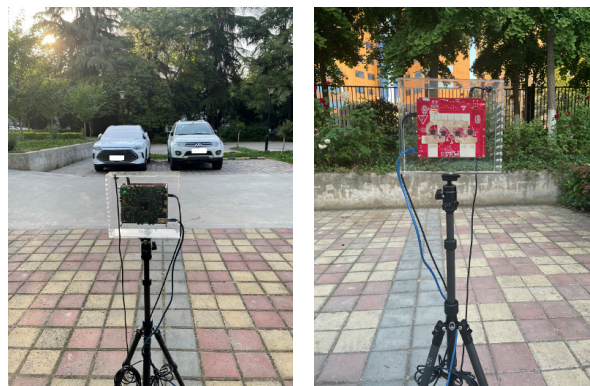
图5 仿真点目标的RMSE和Corr对比

Fig. 5 RMSE and Corr comparison of simulation point targets

4.2 实测数据实验结果

为验证所提方法对实测数据的成像性能，在西安电子科技大学某一停车场对两辆汽车利用AWR2243级联雷达进行超分辨成像，实验设备以及实验场景如图6所示。其中，AWR2243级联雷达设备可以支持远程雷达波束形成的应用以及具有增强角度分辨率性能的中程和短程多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达的应用。当AWR2243级联雷达工作在MIMO雷达模式时，共包含12个发射天线阵元以及16个接收天线阵元，根据等效相位中心原理，方位向等效阵列长度约为0.16 m，共包含86个等效天线阵元。AWR2243级联雷达在本节实验中关键的参数如表3所示。

图7(a)给出AWR2243雷达方位向等效的86个天线回波数据利用实波束成像方法的成像结果，可以看出基本能够区分开两辆汽车。然后利用等效天线中1~24的天线回波进行实波束成像结果如图7(b)所示，此时相当于缩短了阵列天线长度，两辆汽车完全重叠在一起，难以进行区分。因此可以利用这1~24天线的回波来验证所提算法的超分辨性能。此外，图7(c)给出了86个天线回波基于CS方法的成像结果。由图7(a)和图7(c)的成像结果可以看出：基于CS的成像结果具有分辨率高，旁瓣低的优点。



(a) 实验场景 (b) AWR2243级联雷达
(a) Experimental scenario (b) AWR2243 cascade radar

图6 实测数据实验场景及雷达平台

Fig. 6 Experimental scenarios of measured data and radar platform

表3 AWR2243 雷达关键参数

Tab. 3 Key parameters of AWR2243 radar

参数	数值
载频(GHz)	78.7
带宽(GHz)	2.5
天线长度(m)	0.16
雷达与目标距离(m)	9.5
天线阵元个数	86

考虑到实际的实测环境中SNR较高，因此向回波中
添加高斯白噪声以达到所需的SNR。

实测数据实验中不同方法在SNR=5 dB时的成
像结果如图8所示。从视觉直观角度可以看出，在
低信噪比下CS和WCS成像方法性能较差，两辆汽
车几乎未能得到重建，并出现较多虚假目标。相比
而言，JLRS和FLI-CLRS成像方法较为稳健，即使
仅用24个天线回波数据，两辆汽车仍能清晰可分，
超分辨成像结果也没有明显的虚假散射点。但所提
的FLI-CLRS比JLRS成像更为密集，这说明其对目
标的弱散射分量具有更好的重建能力以及对噪声更

强的抑制能力。为了更好地体现所提方法超分辨成
像的稳健性，在图9给出在不同SNR下不同方法成
像结果RMSE以及Corr，其中图7(c)作为参考图像。
从图9可以看出，在同一SNR下所提FLI-CLRS
成像方法具有更低的RMSE以及更高的Corr，进一
步证实了所提方法的优越性能。

5 结 语

传统的基于CS的成像方法容易受到噪声的影
响，成像结果会出现大量虚假目标或者部分目标未
能得到重建。本文同时考虑了目标的稀疏性以及图

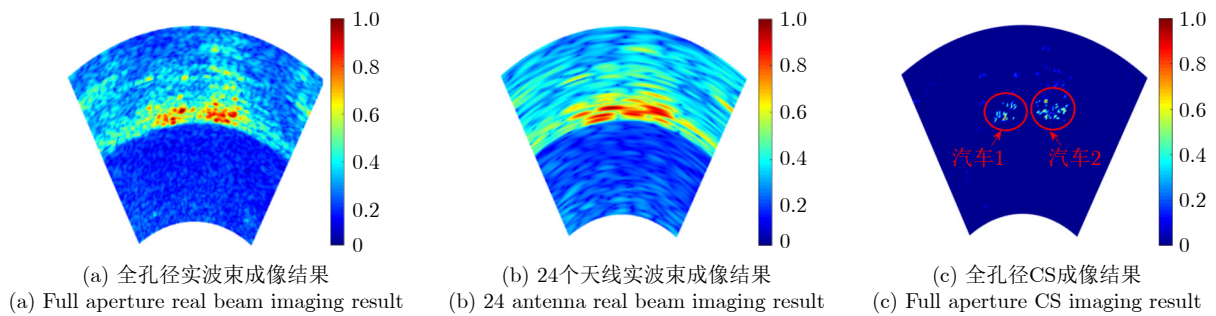


图 7 实测数据成像结果

Fig. 7 Measured data imaging results

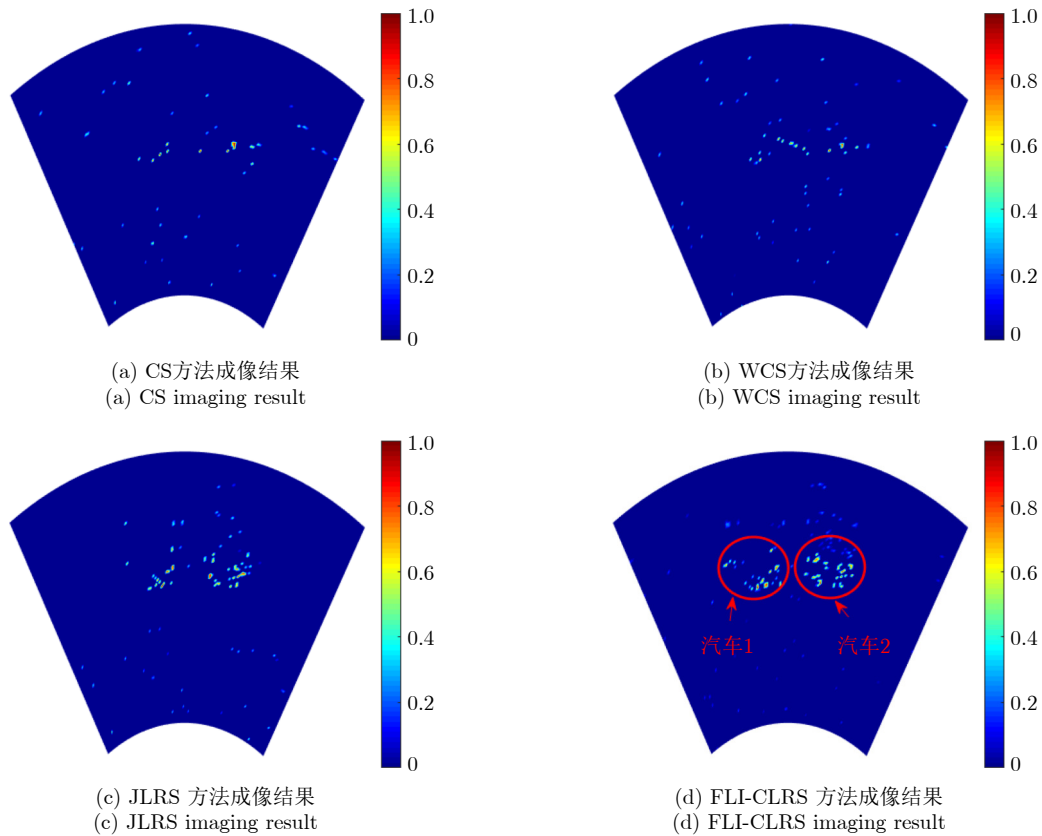


图 8 SNR=5 dB时实测数据不同方法成像结果对比

Fig. 8 Comparison of imaging results of different methods for measurd data when SNR=5 dB

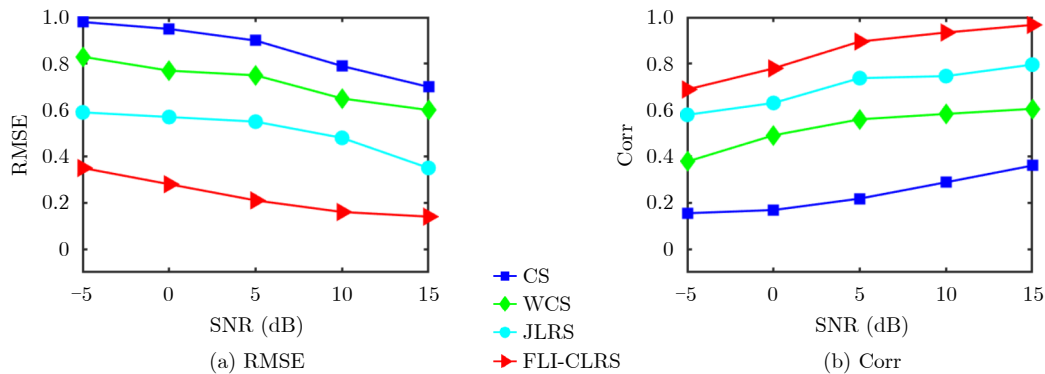


图9 实测数据的RMSE和Corr对比

Fig. 9 RMSE and Corr comparison of measured data

像的低秩特性，构建结合稀疏和低秩的前视成像模型，并在ADMM框架下利用ALM方法解决所提模型中的双重约束问题，能够获得稳健的前视超分辨图像。仿真和实测数据的实验结果表明，相比于目前基于CS的成像方法，本文方法不仅可以突破实波束分辨率的限制实现超分辨成像，而且具有较强的噪声鲁棒性，从而保证目标的重建性能。

参考文献

- [1] MAO Deqing, ZHANG Yongchao, PEI Jifang, *et al.* Forward-looking geometric configuration optimization design for spaceborne-airborne multistatic synthetic aperture radar[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2021, 14: 8033–8047. doi: [10.1109/JSTARS.2021.3103802](https://doi.org/10.1109/JSTARS.2021.3103802).
- [2] 陈洪猛, 李明, 王泽玉, 等. 基于多帧数据联合处理的机载单通道雷达贝叶斯前视成像[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(10): 2328–2334. doi: [10.11999/JEIT150153](https://doi.org/10.11999/JEIT150153).
CHEN Hongmeng, LI Ming, WANG Zeyu, *et al.* Bayesian forward-looking imaging for airborne single-channel radar based on combined multiple frames data[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(10): 2328–2334. doi: [10.11999/JEIT150153](https://doi.org/10.11999/JEIT150153).
- [3] RAN Lei, LIU Zheng, LI Tao, *et al.* An adaptive fast factorized back-projection algorithm with integrated target detection technique for high-resolution and high-squint spotlight SAR imagery[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2018, 11(1): 171–183. doi: [10.1109/JSTARS.2017.2771503](https://doi.org/10.1109/JSTARS.2017.2771503).
- [4] RAN Lei, LIU Zheng, ZHANG Lei, *et al.* An autofocus algorithm for estimating residual trajectory deviations in synthetic aperture radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(6): 3408–3425. doi: [10.1109/TGRS.2017.2670785](https://doi.org/10.1109/TGRS.2017.2670785).
- [5] 梅海文, 孟自强, 李亚超, 等. 双基前视SAR几何定位及同步误差分析[J]. *电子与信息学报*, 2018, 40(4): 882–889. doi: [10.11999/JEIT170677](https://doi.org/10.11999/JEIT170677).
- [6] MEI Haiwen, MENG Ziqiang, LI Yachao, *et al.* Bistatic forward-looking SAR geometrical positioning and analysis of synchronization error[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(4): 882–889. doi: [10.11999/JEIT170677](https://doi.org/10.11999/JEIT170677).
- [7] LIU Zhutian, LI Zhongyu, YU Huaqin, *et al.* Bistatic forward-looking SAR moving target detection method based on joint clutter cancellation in echo-image domain with three receiving channels[J]. *Sensors*, 2018, 18(11): 3835. doi: [10.3390/s18113835](https://doi.org/10.3390/s18113835).
- [8] 温晓杨, 匡纲要, 胡杰民, 等. 基于实波束扫描的相控阵雷达前视成像[J]. *航空学报*, 2014, 35(7): 1977–1991. doi: [10.7527/S1000-6893.2013.0545](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2013.0545).
WEN Xiaoyang, KUANG Gangyao, HU Jiemin, *et al.* Forward-looking imaging based on real beam scanning phased array radars[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35(7): 1977–1991. doi: [10.7527/S1000-6893.2013.0545](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2013.0545).
- [9] 刘向阳, 杨君刚, 孟进, 等. 低信噪比下基于Hough变换的前视阵列SAR稀疏三维成像[J]. *雷达学报*, 2017, 6(3): 316–323. doi: [10.12000/JR17011](https://doi.org/10.12000/JR17011).
LIU Xiangyang, YANG Jungang, MENG Jin, *et al.* Sparse three-dimensional imaging based on Hough transform for forward-looking array SAR in Low SNR[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(3): 316–323. doi: [10.12000/JR17011](https://doi.org/10.12000/JR17011).
- [10] HUANG Yulin, ZHA Yuebo, WANG Yue, *et al.* Forward looking radar imaging by truncated singular value decomposition and its application for adverse weather aircraft landing[J]. *Sensors*, 2015, 15(6): 14397–14414. doi: [10.3390/s150614397](https://doi.org/10.3390/s150614397).
- [11] XIA Jie, LU Xinfei, and CHEN Weidong. Multi-channel deconvolution for forward-looking phase array radar imaging[J]. *Remote Sensing*, 2017, 9(7): 703. doi: [10.3390/rs9070703](https://doi.org/10.3390/rs9070703).
- [12] ZHA Yuebo, HUANG Yulin, SUN Zhichao, *et al.* Bayesian

- deconvolution for angular super-resolution in forward-looking scanning radar[J]. *Sensors*, 2015, 15(3): 6924–6946. doi: [10.3390/s150306924](https://doi.org/10.3390/s150306924).
- [12] 李悦丽, 马萌恩, 赵崇辉, 等. 基于单脉冲雷达和差通道多普勒估计的前视成像[J]. *雷达学报*, 2021, 10(1): 131–142. doi: [10.12000/JR20111](https://doi.org/10.12000/JR20111).
- LI Yueli, MA Meng'en, ZHAO Chonghui, *et al.* Forward-looking imaging via Doppler estimates of sum-difference measurements in scanning monopulse radar[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(1): 131–142. doi: [10.12000/JR20111](https://doi.org/10.12000/JR20111).
- [13] GIUSTI E, CATALDO D, BACCI A, *et al.* ISAR image resolution enhancement: Compressive sensing versus state-of-the-art super-resolution techniques[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(4): 1983–1997. doi: [10.1109/taes.2018.2807283](https://doi.org/10.1109/taes.2018.2807283).
- [14] ZHANG Shunsheng, ZHANG Wei, ZONG Zhulin, *et al.* High-resolution bistatic ISAR imaging based on two-dimensional compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2015, 63(5): 2098–2111. doi: [10.1109/tap.2015.2408337](https://doi.org/10.1109/tap.2015.2408337).
- [15] AO Dongyang, WANG Rui, HU Cheng, *et al.* A sparse SAR imaging method based on multiple measurement vectors model[J]. *Remote Sensing*, 2017, 9(3): 297. doi: [10.3390/rs9030297](https://doi.org/10.3390/rs9030297).
- [16] QIU Wei, ZHOU Jianxiong, and FU Qiang. Jointly using low-rank and sparsity priors for sparse inverse synthetic aperture radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2019, 29: 100–115. doi: [10.1109/tip.2019.2927458](https://doi.org/10.1109/tip.2019.2927458).
- [17] ZHANG Xiaohua, BAI Ting, MENG Hongyun, *et al.* Compressive sensing-based ISAR imaging via the combination of the sparsity and nonlocal total variation[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 11(5): 990–994. doi: [10.1109/lgrs.2013.2284288](https://doi.org/10.1109/lgrs.2013.2284288).
- [18] ZENG Chuangzhan, ZHU Weigang, JIA Xin, *et al.* Sparse aperture ISAR imaging method based on joint constraints of sparsity and low rank[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2021, 59(1): 168–181. doi: [10.1109/tgrs.2020.2994179](https://doi.org/10.1109/tgrs.2020.2994179).
- [19] ZHANG Lei, XING Mengdao, QIU Chengwei, *et al.* Resolution enhancement for inversed synthetic aperture radar imaging under low SNR via improved compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(10): 3824–3838. doi: [10.1109/tgrs.2010.2048575](https://doi.org/10.1109/tgrs.2010.2048575).
- [20] LU Canyi, FENG Jiashi, YAN Shuicheng, *et al.* A unified alternating direction method of multipliers by majorization minimization[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2018, 40(3): 527–541. doi: [10.1109/tpami.2017.2689021](https://doi.org/10.1109/tpami.2017.2689021).
- [21] WIPF D P and RAO B D. An empirical bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3704–3716. doi: [10.1109/TSP.2007.894265](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.894265).
- [22] ZHANG Zhilin and RAO B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, 5(5): 912–926. doi: [10.1109/JSTSP.2011.2159773](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2011.2159773).
- [23] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, *et al.* Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2477–2488. doi: [10.1109/TSP.2005.849172](https://doi.org/10.1109/TSP.2005.849172).
- [24] WIPF D and NAGARAJAN S. Iterative reweighted ℓ_1 and ℓ_2 methods for finding sparse solutions[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 317–329. doi: [10.1109/JSTSP.2010.2042413](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2010.2042413).
- [25] CAI Jianfeng, CANDÈS E J, and SHEN Zuowei. A singular value thresholding algorithm for matrix completion[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2010, 20(4): 1956–1982. doi: [10.1137/080738970](https://doi.org/10.1137/080738970).

作者简介

唐军奎, 博士生, 主要研究方向为雷达前视成像、阵列信号处理。

刘 峥, 教授, 主要研究方向为雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术、多传感器信息融合等。

冉 磊, 副教授, 主要研究方向为无人机/弹载雷达成像技术、SAR图像目标检测与识别、雷达信号实时处理系统等。

谢 荣, 副教授, 主要研究方向为雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术等。

秦基凯, 博士生, 主要研究方向为雷达HRRP目标识别、SAR图像目标识别等。

(责任编辑: 于青)