# GEO-LEO双基SAR序贯多帧-多通道联合重建无模糊成像方法

安洪阳 孙稚超 王朝栋 武俊杰\* 杨建宇 (电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

摘要:采用地球同步轨道(GEO)卫星作为双基合成孔径雷达(SAR)的发射站,可为低轨(LEO)接收站提供大范 围、持续的波束覆盖。同时,由于收发分置的系统形态,LEO接收站可以实现下视、前视、后视等多视区成像, 因此,GEO-LEO双基SAR在地球测绘、侦察监视等领域具有广阔的应用前景。为实现大幅宽成像,GEO SAR发 射站的脉冲重复频率较低,而LEO SAR接收站会引入大的多普勒带宽,造成GEO-LEO双基SAR方位欠采样。通 过在接收站引入多通道技术虽可抑制模糊,但是面临GEO-LEO双基SAR的严重欠采样问题,多通道无模糊重建 方法所需通道数过多,不利于接收系统小型化。针对方位严重欠采样条件下的复杂观测场景无模糊成像问题,该 文提出了序贯多帧-多接收通道联合重建无模糊成像方法,通过利用序贯观测场景多帧图像的相关性和多接收通道 的采样信息进行联合重建,实现无模糊成像。首先将GEO-LEO双基SAR无模糊成像问题建模为张量联合低秩与 稀疏优化问题,然后在交替方向乘子法迭代求解中利用多接收通道信息,实现了GEO-LEO双基SAR对复杂观测 场景的无模糊成像。相比于基于传统多通道重构的成像方法,该方法可显著减少无模糊成像所需的接收通道数, 仿真实验验证了该方法的有效性。

关键词:地球同步轨道;双基合成孔径雷达;方位欠采样;多帧-多通道联合重建;无模糊成像
 中图分类号:TN957
 文献标识码:A
 文章编号:2095-283X(2022)03-0376-10
 DOI: 10.12000/JR21133

**引用格式:** 安洪阳, 孙稚超, 王朝栋, 等. GEO-LEO双基SAR序贯多帧-多通道联合重建无模糊成像方法[J]. 雷达学报, 2022, 11(3): 376–385. doi: 10.12000/JR21133.

**Reference format:** AN Hongyang, SUN Zhichao, WANG Chaodong, *et al.* Unambiguous imaging method for GEO-LEO bistatic SAR based on joint sequential multiframe and multichannel receiving recovery[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(3): 376–385. doi: 10.12000/JR21133.

# Unambiguous Imaging Method for GEO-LEO Bistatic SAR Based on Joint Sequential Multiframe and Multichannel Receiving Recovery

AN Hongyang SUN Zhichao WANG Chaodong WU Junjie<sup>\*</sup> YANG Jianyu

(School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract**: A geosynchronous (GEO) satellite can provide continuous illumination with broad beam coverage for a Low Earth Orbit (LEO) receiver, used as the transmitting station of bistatic Synthetic Aperture Radar (SAR). Meanwhile, because the bistatic SAR system comprises a separate transmitter and receiver, the LEO receiver can realize multiview imaging such as downward-, forward-, and backward-looking. Therefore, GEO-LEO bistatic SAR is widely used in earth surveying and mapping to reconnaissance and surveillance application. To realize large-scene imaging, the pulse repetition rate of the GEO SAR transmitter should be low. Meanwhile, the LEO SAR receiver introduces a wide Doppler bandwidth, resulting in the azimuth undersampling of the

收稿日期: 2021-09-18; 改回日期: 2021-11-10; 网络出版: 2021-12-06

<sup>\*</sup>通信作者: 武俊杰 junjie\_wu@uestc.edu.cn \*Corresponding Author: WU Junjie, junjie\_wu@uestc.edu.cn

基金项目:国家自然科学基金(61922023, 61901088, 61771113, 61801099),博士后科学基金(2021M690557, 2019M65338),博士后创新人才 支持计划(BX2021058)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61922023, 61901088, 61771113, 61801099), The China Postdoctoral Science Foundation (2021M690557, 2019M65338), The Postdoctoral Innovation Talent Support Program (BX2021058)

责任主编: 李宁 Corresponding Editor: LI Ning

GEO-LEO bistatic SAR. Although the multichannel technology in the receiver can suppress the ambiguity, the multichannel unambiguous recovery method requires numerous channels, resulting in the undersampling of the GEO-LEO bistatic SAR, and hindering the miniaturization of the receiving system. To address the problem of ambiguous imaging of complex observation scenes under the condition of severe azimuth subsampling condition, a sequential joint multiframe and multireceiving channel recovery unambiguous imaging method is proposed. The unambiguous imaging is recovered jointly from the correlation between sequential multiframe observation scenes and multireceiving channel sampling information. First, the unambiguous imaging problem of the GEO-LEO bistatic SAR is modeled as a joint low rank and sparse tensor optimization problem. Second, in the iterative solution of the alternating direction multiplier method, the multireceiving channel information is used to realize the unambiguous imaging of the GEO-LEO bistatic SAR for complex observation scenes. The proposed method can significantly reduce the number of receiving channels required for unambiguous imaging compared with the imaging method based on traditional multichannel The results obtained by the proposed method are validated by simulations and experiments.

**Key words**: Geosynchronous; Bistatic SAR; Azimuth undersampling; Joint multiframe and multichannel receiving recovery; Unambiguous imaging

## 1 引言

地球同步轨道(Geosynchronous, GEO)卫星运 行在距地面约36000 km的轨道上,其轨道周期与 地球自转周期相同<sup>[1,2]</sup>。由于卫星轨道高,GEO SAR 的波束可在4000 km范围内的选定方向,覆盖600 km 的地面区域;通过微调波束照射方向,可以对感兴 趣成像区域实现3小时以内重访或长时间凝视照 射。因此,GEO SAR卫星可为接收平台提供大范 围、高重访、可持续的波束覆盖。另外,采用低轨 (Low Earth Orbit, LEO)卫星作为接收站, LEO接 收站可以省去发射系统,适用于小卫星等平台, 且成本低、隐蔽接收,这种收发分置的系统形态使 其能够在复杂电磁环境下完成对地/海成像侦察监 视<sup>[3,4]</sup>。此外,由于收发分离的系统形态,在适当 的几何构型条件下,GEO-LEO双基SAR的接收平 台具备侧视、下视、前视等多视向成像能力[5,6], 可获取更丰富的观测场景散射信息以及扩展微波遥 感信息获取的手段。文献[7-9]分析并论证了GEO-LEO双基SAR的系统参数、卫星轨道特性与分辨能 力,为GEO-LEO双基SAR高分辨成像提供了理论 指导。

一般来讲,GEO SAR轨道高、波束覆盖范围 大,为避免距离模糊,其脉冲重复频率(Pulse Repetition Frequency, PRF)应足够小。同时,为 了降低系统发射功耗以及减轻数据存储和传输压 力,也需要较低的PRF。对于高轨道倾角GEO SAR,其PRF通常小于200 Hz<sup>[10,11]</sup>。当LEO SAR 作为接收站时,由于接收平台角速度大,GEO-LEO双基SAR多普勒带宽远大于发射PRF,造成 回波方位欠采样、成像出现虚假目标。文献[12]分 析了GEO-LEO双基SAR的方位欠采样特性,针对 方位欠采样条件下的无模糊成像问题,提出在接收 平台采用多接收通道技术,重构GEO-LEO双基 SAR的无模糊频谱。文献[13]提出了一种基于多接 收通道的加权BP (Back Projection)算法实现了无 模糊成像。然而,由于GEO-LEO双基SAR严重欠 采样,采用上述方法需要的接收通道数过多,不利 于接收系统的小型化。文献[14]提出了多接收与稀 疏恢复相结合的无模糊成像算法,可在大幅减少接 收通道数的情况下,实现GEO-LEO双基SAR无模 糊成像。但是,该方法仅适用于稀疏场景,对非稀 疏的复杂观测场景的无模糊成像仍然受限。

针对以上问题,本文提出了一种GEO-LEO双 基SAR序贯多帧-多接收通道联合重建无模糊成像 方法。其创新点在于:通过利用序贯观测场景多帧 图像的相关性和多接收通道的采样信息进行联合重 建,可在大幅减少接收通道数的条件下实现无模糊 成像。通过将复杂观测场景的无模糊成像问题建模 为张量联合低秩与稀疏优化问题,然后在交替方向 乘子法迭代过程中利用多接收通道的采样信息进行 联合重建,可大幅提高重建图像的性能,从而实现 GEO-LEO双基SAR对复杂观测场景的无模糊成像。

本文的主要内容如下,第2节首先建立了GEO-LEO双基SAR的回波模型,并分析了GEO-LEO双 基SAR的方位欠采样特性;第3节提出了一种序贯 多帧-多接收通道的联合重建方法;第4节通过仿真 验证了本方法的有效性。

# 2 GEO-LEO双基SAR回波模型与多普勒 模糊特性分析

#### 2.1 回波模型

GEO-LEO双基SAR成像观测几何构型如图1



图 1 GEO-LEO双基SAR观测几何示意图 Fig. 1 The observation geometry of GEO-LEO bistatic SAR

所示,GEO SAR发射站对广域目标区域持续照射,LEO接收站根据成像任务要求调整波束指向接收指定目标区域的回波。

在传统机载或者低轨星载模式下,由于信号传 播距离近,因此信号传播过程中平台的位置可以看 作是静止的,即"停走停"假设成立。但是在GEO-LEO双基SAR中,由于GEO SAR轨道高、LEO SAR接收平台速度快,传统基于"停走停"假设的 传播时延模型不再适用。根据文献[14]提出的GEO-LEO 双基"非停走停"回波时延模型,GEO-LEO双基 SAR的真实传播时延可以写为

$$\Delta t_{\rm d} = \frac{R_{\rm T}(t+\tau - \Delta t_{\rm d}) + R_{\rm R}(t+\tau)}{\rm c} \tag{1}$$

其中, c为光速, t为方位时间,  $\tau$ 为距离快时间,  $\Delta t_{d}$ 为传播总时延,  $R_{R}(t+\tau)$ 为接收站与目标的瞬 时距离,  $R_{T}(t+\tau - \Delta t_{d})$ 为发射站与目标在信号发 射时刻的瞬时距离。

式(1)的时延模型需要进行数值求解,较为繁 琐。通过对式(1)进行求解并进行泰勒展开<sup>[14]</sup>,3阶 传播时延模型可以改写为

$$\Delta t_{\rm HP}(t) \approx \Delta t_0 + \Delta t_{1t}t + \frac{1}{2}\Delta t_{2t}t^2 + \frac{1}{6}\Delta t_{3t}t^3 \quad (2)$$

其中, $\Delta t_0$ 为常数项, $\Delta t_{1t}$ 为方位时间1阶偏导数,  $\Delta t_{2t}$ 为方位时间2阶偏导数, $\Delta t_{3t}$ 为方位时间3 阶偏导数,展开各阶项的具体表达式可以参考 文献[14]。

将"非停走停"传播时延模型转化为相应的距 离模型,其转换关系如式(3)。

$$R_{\rm bi,new}(t) = \Delta t_{\rm HP}(t) \cdot c = R_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 \quad (3)$$
  

$$\ddagger \ \ \mathbf{R}_0 = \Delta t_0 \cdot c \ , \ k_1 = \Delta t_{1t} \cdot c \ , \ k_2 = \frac{1}{2} \Delta t_{2t} \cdot c \ ,$$

 $k_3 = \frac{1}{6} \Delta t_{3t} \cdot c$ 。采用"非停走停"传播时延模型, 得到GEO-LEO双基SAR的精确回波信号为

$$S(t,\tau) = \omega_{\rm r} \left(\tau - \frac{R_{\rm bi,new}(t)}{\rm c}\right) \omega_{\rm a} \left(\frac{t}{T_{\rm a}}\right) \\ \times \exp\left\{-j2\pi \frac{R_{\rm bi,new}(t)}{\lambda}\right\} \\ \times \exp\left\{j\pi K_{\rm r} \left(\tau - \frac{R_{\rm bi,new}(t)}{\rm c}\right)^2\right\}$$
(4)

其中, τ和t分别表示快时间和慢时间, ω<sub>r</sub>和ω<sub>a</sub>分别 为距离向窗函数和方位向窗函数, T<sub>a</sub>是合成孔径时 间,λ是发射信号波长, K<sub>r</sub>是线性调频信号调频率。 2.2 模糊特性分析

GEO SAR轨道高,角速度小,根据文献[5]分 析结果,高倾角为0.057 mrad/s。且其波束覆盖范 围大,脉冲重复频率较高的情况下,前一脉冲回波 信号会与当前发射脉冲的回波信号混叠,进而造成 距离模糊,则PRF应足够小。同时,为了降低系统 发射功耗以及减轻数据存储和传输压力,也需要较 低的PRF。对于高轨道倾角GEO SAR,其PRF通 常小于200 Hz<sup>[10,11]</sup>。而当LEO作为接收站时,由于 其轨道高度较低、运动速度更快、角速度更大,典 型TerraSAR-X的角速度为10.4 mrad/s<sup>[5]</sup>,因此其 贡献的多普勒带宽将远大于GEO SAR。

GEO-LEO双基SAR的多普勒带宽,可以通过 式(5)计算:

$$B_{\rm a} = \left| \frac{\Delta t_{2t} c \left| r_{R_0} \right|}{D_{\rm a} v_{\rm sr}} \right| \tag{5}$$

其中, $\Delta t_{2t}$ 为"非停走停"传播时延模型方位时间 2阶偏导数,其具体表达式可以参考文献[14], $|r_{R_0}|$ 为接收站作用距离, $D_a$ 为接收天线孔径大小,  $v_{sr}$ 为低轨卫星波束脚印速度。GEO SAR波束覆盖 时间远长于LEO SAR,因此,GEO-LEO双基 SAR的合成孔径时间由低轨卫星的波束宽度决定。 一般来说,接收天线孔径越小或传播时延2阶偏导 数越大,GEO-LEO双基SAR多普勒带宽越大。

图2给出了GEO-LEO双基SAR方位信号的欠 采样率特性,欠采样率定义为双基SAR多普勒带宽 与脉冲重复频率的比值。在仿真中,脉冲重复频率 为200 Hz,分别仿真了不同LEO SAR接收天线尺 寸和轨道高度下,GEO-LEO双基SAR的欠采样特 性。从图2可以看出,GEO-LEO双基SAR的欠采 样率随着天线尺寸的减小而增大,轨道高度的变化 对欠采样率的影响不显著。当接收天线尺寸为 5 m时,欠采样率接近7倍,即采样率为奈奎斯特 采样率的15%。如此严重的方位信号欠采样,会造



图 2 GEO-LEO双基SAR欠采样特性 Fig. 2 The undersampling characteristics of GEO-LEO bistatic SAR

成成像结果模糊、分辨率降低,严重影响图像质量。当采用传统多通道频谱重构方法重构频谱时, 需要多达7个接收通道,这么多的通道数不利于接收系统的小型化。

#### 3 GEO-LEO双基SAR无模糊成像方法

压缩采样恢复理论表明,当原始信号是稀疏或 低秩时,可从欠采样的数据中恢复出原始信号<sup>[15,16]</sup>, 已广泛应用于图像重建、雷达成像等领域。进一步 地,针对SAR成像中的复杂观测场景,文献[17]利 用联合稀疏与低秩模型对其进行建模,实现了欠采 样条件下对复杂观测场景的无模糊成像。然而,仅 采用压缩采样恢复理论也很难从单接收通道15%采 样率的数据中重构出图像。当同时采用多接收通道 技术与压缩采样恢复时,相比于多接收通道技术, 可利用压缩采样恢复方法减少信号重构所需通道 数:另外,通过引入多接收通道技术可获取更多的 目标信息,有利于恢复目标的真实散射信息。更进 一步地,可利用观测场景序贯多帧图像之间的相关 性,提高待恢复成像场景中的非稀疏目标的重建 性能。

本节首先将GEO-LEO双基SAR无模糊成像问题建模为多接收通道条件下的联合张量低秩与稀疏 优化问题,其中张量低秩可充分利用序贯多帧图像 之间的相关性。然后,在提出的张量交替方向乘子 法中综合利用多通道的信息实现无模糊成像。本方 法通过序贯多帧-多通道联合重建,充分利用多帧 图像的相关性与多通道的采样信息,可实现方位严 重欠采样条件下的GEO-LEO双基SAR无模糊成像。

#### 3.1 无模糊成像问题建模

序贯多帧图像的观测几何示意图如图3所示, 序贯多帧图像是指将地面观测区域相互重叠的多帧 图像按照观测时序进行排列,各帧图像对应的回波 数据可以从对相应观测区域的录取回波中进行截





取。需要说明的是,图3仅给出了接收站的某一通 道的回波录取过程,多个接收通道的录取过程可以 进行相应的推广。

首先,需建立成像场景到回波的映射关系,即 观测模型。一般来讲可以通过逐点进行计算得到观 测模型,但是逐点计算运算量太大。实际上,这一 映射过程可以视作回波聚焦过程的逆过程,即成像 算法的逆过程。同样地,在GEO-LEO双基SAR中 也可利用成像算法的逆过程实现观测模型的构建。 由于GEO-LEO双基SAR收发平台不等速,场景存 在二维空变,因此需采用能均衡二维空变的成像算 法作为观测模型构建的基础。本文采用Keystone-NLCS算法的逆过程构建高效的观测模型<sup>[14,18]</sup>,当 LEO SAR接收站采用多接收通道接收目标回波 时,第*i*通道接收的回波记为*Y<sub>i</sub>*,成像场景*Γ*与第 *i*通道接收回波*Y<sub>i</sub>*的关系为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{i} = \Re_{i}\left(\boldsymbol{\Gamma}\right) \\ = F_{\mathrm{r}}^{-1} \left( K^{-1} \left( \boldsymbol{\Theta}_{1,i}^{*} \circ \boldsymbol{\Theta}_{2,i}^{*} \circ F_{\mathrm{r}} \left[ F_{\mathrm{a}}^{-1} \left( \boldsymbol{\Theta}_{3,i}^{*} \circ F_{\mathrm{a}} \right. \right. \right. \\ \left. \cdot \left[ \boldsymbol{\Theta}_{4,i}^{*} \circ F_{\mathrm{a}}^{-1} \left( \boldsymbol{\Theta}_{5,i}^{*} \circ F_{\mathrm{a}} \left( \boldsymbol{\Gamma} \right) \right) \right] \right) \right] \end{aligned} \tag{6}$$

其中, $\Re_i(\cdot)$ 为第*i*接收通道的观测模型,。代表哈达 玛积,相关的相位函数可以利用第*i*接收通道的几 何构型参数得到, $\Theta_1$ 为距离压缩函数, $\Theta_2$ 为高阶 距离徙动校正函数, $\Theta_3$ 为方位扰动函数, $\Theta_4$ 为方 位NLCS因子, $\Theta_5$ 为方位压缩函数。 $K^{-1}$ 表示逆 Keystone变换, $F_a$ 与 $F_r$ 分别表示方位向和距离向傅 里叶变换, $(\cdot)^{-1}$ 为相应的逆变换, $(\cdot)$ \*为共轭操作。

考虑对满足奈奎斯特采样的信号进行随机降采 样得到欠采样回波,即本文所需的数据均为随机降 采样获取。该过程可以通过随机降采样矩阵 $\Theta_a$ 表 示,其中 $\Theta_a \in \mathbf{R}^{M_t \times N_t}$ 为二进制矩阵。最后,降采 样之后的回波可以表示为

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{d},i} = \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{a}} \boldsymbol{Y}_{i} = \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{a}} \Re_{i} \left( \boldsymbol{\Gamma} \right) \tag{7}$$

为综合利用观测场景序贯多帧图像之间的相关 性,将待重建图像及待重建图像前后数帧序贯图像 排列为三维张量*T*,其中序贯图像的总帧数为*T*。 针对SAR成像中的复杂观测场景,可用低秩部分 C表示三维张量场景中的相关部分,可用稀疏部分 S表示三维张量场景中的强散射目标。因此,将 GEO-LEO双基SAR无模糊成像问题建模为联合张 量低秩与稀疏优化问题,即张量秩和l<sub>0</sub>范数联合最 小化问题。

 $\operatorname*{argmin}_{\mathcal{L},\mathcal{S}} \operatorname{rank}(\mathcal{L}) + \lambda \|\mathcal{S}\|_{0}$ 

s.t. 
$$\mathcal{Y}_{d,i}(:,:,t) = \boldsymbol{\Theta}_{a} \Re_{i} \left( \mathcal{L}(:,:,t) + \mathcal{S}(:,:,t) \right),$$
  
 $t = 1, 2, \cdots, T; i = 1, 2, \cdots, I$  (8)

其中, $\mathcal{Y}_{d,i}(:,:,t)$ 表示第i通道接收的第t帧观测场景的回波。

将式(8)中秩和l<sub>0</sub>范数联合最小化问题转化为张 量核范数和l<sub>1</sub>范数联合最小化问题:

 $\underset{\mathcal{L}}{\operatorname{argmin}} \|\mathcal{L}\|_* + \lambda \|\mathcal{S}\|_1$ 

s.t. 
$$\mathcal{Y}_{d,i}(:,:,t) = \boldsymbol{\Theta}_{a} \Re_{i} \left( \mathcal{L}(:,:,t) + \mathcal{S}(:,:,t) \right),$$
  
 $t = 1, 2, \cdots, T; i = 1, 2, \cdots, I$ 
(9)

其中, ||·||<sub>\*</sub>表示张量核范数, ||·||<sub>1</sub>表示*l*<sub>1</sub>范数。 将式(9)改写为增广拉格朗日形式:

$$L(\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{Q}, \rho) = \|\mathcal{L}\|_{*} + \lambda \|\mathcal{S}\|_{1} + \langle \mathcal{Q}, \boldsymbol{\Theta}_{a} \Re_{i}(\mathcal{L} + \mathcal{S}) - \mathcal{Y}_{d,i} \rangle + \frac{\rho}{2} \|\boldsymbol{\Theta}_{a} \Re_{i}(\mathcal{L} + \mathcal{S}) - \mathcal{Y}_{d,i}\|_{F}^{2}, i = 1, 2, \cdots, I$$
(10)

其中, Q表示拉格朗日算子, (·,·)表示张量内积, ρ表示惩罚系数。

#### 3.2 无模糊成像方法

3.1节将GEO-LEO双基SAR无模糊成像问题建 模为张量联合低秩与稀疏优化问题,为实现高效求 解,本节采用张量交替方向乘子法,并在其迭代过 程中综合利用多通道信息实现无模糊成像。

(1) 初始化

首先初始化低秩张量*L*为0,稀疏张量*S*为0, 拉格朗日算子*Q*为0。

(2) 更新低秩张量L

低秩张量的更新方法为

$$\mathcal{L}_{g+1} = \underset{\mathcal{L}}{\operatorname{argmin}} \|\mathcal{L}\|_* + \frac{\rho_g}{2} \left\| \mathcal{L} - \mathcal{L}_g + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \mathcal{A}_{g,i} \right\|_{F}^2$$
(11)

$$\mathcal{A}_{g,i}^{(t)} = \Im_{i} \left( \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{a}} \Re_{i} \left( \mathcal{L}_{g}^{(t)} + \mathcal{S}_{g}^{(t)} \right) - \mathcal{Y}_{\mathrm{d},i}^{(t)} + \frac{\mathcal{Q}_{g,i}^{(t)}}{\rho_{g}} \right) \right) / \eta_{\Re}$$

$$(12)$$

其中,  $\Im_i(\cdot)$ 为第*i*接收通道的Keystone-NLCS算 子,  $\eta_{\Re} = \|\boldsymbol{\Theta}_a \Re(I)\|_2^2, \mathcal{A}_{g,i}^{(t)} \mathcal{A}_{g,i}$ 的第*t*帧数据。 从低秩张量更新的迭代过程中可以看出,多接 收通道的数据被综合利用。利用张量核范数的近端 算子可对低秩张量进行更新。

# (3) 更新稀疏张量*S* 稀疏张量的更新方法为

$$S_{g+1} = \underset{S}{\operatorname{argmin}} \lambda \|S\|_1 + \frac{\rho_g}{2} \left\|S - S_g + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \mathcal{B}_{g,i}\right\|_{\mathrm{F}}^2$$
(13)

其中

$$\mathcal{B}_{g,i}^{(t)} = \Im_i \left( \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{a}}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{a}} \Re_i \left( \mathcal{L}_{g+1}^{(t)} + \mathcal{S}_g^{(t)} \right) - \mathcal{Y}_{\mathbf{d},i}^{(t)} + \frac{\mathcal{Q}_{g,i}^{(t)}}{\rho_g} \right) \right) \middle/ \eta_{\Re}$$

$$(14)$$

类似地,从稀疏张量更新的迭代过程中可以看 出,多接收通道的数据也被综合利用。利用软阈值 算子可获得更新后的稀疏张量的值。

(4) 更新拉格朗日算子Q対Q的第t帧数据按照式(15)更新:

$$\mathcal{Q}_{g+1,i}^{(t)} = \mathcal{Q}_{g,i}^{(t)} + \rho_g \left( \Theta_{\mathbf{a}} \Re_i \left( \mathcal{L}_{g+1}^{(t)} + \mathcal{S}_{g+1}^{(t)} \right) - \mathcal{Y}_{\mathbf{d},i}^{(t)} \right),$$
  
$$i = 1, 2, \cdots, I \tag{15}$$

当所有帧更新之后,得到Q。 (5)更新惩罚参数ρ 惩罚参数的自适应更新方法如式(16):

$$\rho_{g+1} = \min\left(\alpha \rho_g, \rho_{\max}\right) \tag{16}$$

其中, $\rho_{\max}$ 是 $\rho$ 的上界, $\alpha \geq 1$ 是一个常数。 定义低秩张量和稀疏张量的更新速率为

$$Update_{\mathcal{S}} = \|\mathcal{S}_{g+1} - \mathcal{S}_g\|_{F} / \|\mathcal{S}_g\|_{F}$$
(17)

$$Update_{\mathcal{L}} = \left\| \mathcal{L}_{g+1} - \mathcal{L}_{g} \right\|_{F} / \left\| \mathcal{L}_{g} \right\|_{F}$$
(18)

如果低秩张量和稀疏张量的更新速率都小于预 定义的值,则停止迭代。多帧多通道联合重建成像 方法的流程如图4所示。

本文所提方法需要多次迭代运算,在每一次迭 代运算过程中,特别是对于大幅宽场景来说,运算 量最大的部分是利用观测模型及其逆过程对低秩和 稀疏分量进行更新以及拉格朗日乘子更新,而观测 模型的运算量与传统成像方法的运算量相当。因 此,本方法将主要比传统成像方法多两部分的运算 量,一是多次迭代运算,二是对低秩和稀疏分量分 别进行更新所需的计算量。具体来讲,假设采用的 频域成像算法的计算复杂度为O(N<sup>2</sup>log<sub>2</sub>N),本方 法迭代总次数为G,由于每次迭代需要利用观测模 型及其逆过程对稀疏分量和低秩分量进行分别更 新,同时,需要利用观测模型对拉格朗日算子进行 4



图 4 多帧多通道联合重建成像方法流程

Fig. 4 The flow of joint multiframe and multichannel recovery imaging method



(a) 原始SAR图像(a) Original SAR image



(c) 多接收通道稀疏重建方法(c) Sparse recovery method for multiple receiving channels

## 4 仿真实验与结果分析

本节对提出的GEO-LEO双基SAR无模糊成像 算法进行仿真,并验证其有效性。仿真参数如表1, 表2所示,其中LEO接收站采用斜视模式接收。

扩展目标场景1的原始图像如图5(a)所示。每 一接收通道获取15%的采样信息。首先,采用单帧

表 1 仿真系统参数 Tab. 1 Simulation system parameters

参数	参数   数值		数值
载频	$1.25~\mathrm{GHz}$	信号带宽	100 MHz
接收天线尺寸	$5 \mathrm{m}$	合成孔径时间	5 s

表 2 仿真轨道参数 Tab. 2 Simulated orbit parameters

参数	GEO SAR数值	LEO SAR数值
半长轴	$42164.17~\mathrm{km}$	$6884 \mathrm{km}$
离心率	0.01	0
轨道倾角	53°	97.03°
近地点幅角	270°	270°
入射角	20.38°	58.53°
斜视角	16.5°	61.5°



(b) 单接收通道稀疏重建方法(b) Sparse recovery method for single receiving channel



 (d) 单帧多通道联合低秩与稀疏方法
 (d) Single frame multichannel joint low-rank and sparse method

图 5 扩展目标场景1不同方法成像结果 Fig. 5 Distributed scene 1 imaging results of different methods

处理的方法对欠采样回波进行处理。图5(b)给出了 只利用一个接收通道数据,采用稀疏恢复方法[19]的 成像结果,可以看出成像结果存在严重模糊,这是 因为一个接收通道的采样数据过少,同时扩展场景 也不满足稀疏假设。图5(c)给出了利用4个接收通 道数据,即获取60%采样数据,采用文献[14]提出 的多接收与稀疏恢复相结合的无模糊成像算法的成 像结果。相比于单接收通道稀疏恢复方法,该方法 虽可提高成像性能,但是该方法仍然不能处理非稀 疏场景。图5(d)给出了利用4个接收通道数据,采 用文献[20]提出的联合矩阵稀疏与低秩恢复的成像 方法的成像结果。在该方法中,观测场景图像间的 相关性用低秩特性进行表征,孤立散射点的采用稀 疏特性表征,同时可利用多通道采样信息进一步降 低重建误差。因此,该方法可获得比稀疏重建方法 更好的性能,然而,针对GEO-LEO双基SAR严重 欠采样条件下的无模糊成像问题,该方法的重建性 能仍然受限。

本文所提方法可进一步利用多帧图像之间的相 关性,提升重建的性能。利用5帧观测场景的4个接 收通道数据,其中5帧图像的每两帧之间有93.75% 的观测场景重复,待重建图像位于5帧序贯图像序 列的中间,图6(a)给出了采用本方法得到的成像结 果。对比图5(d)的单帧图像重建结果,由于本方法 利用了多帧图像之间的相关性,可提高重构性能。 图6(b)给出了利用10帧邻近图像的成像结果,可以 看出随着帧数的增加,重建性能得到了提升。利用



(a) 5帧多通道联合重建(a) 5 frames multichannel joint recovery

序贯多帧图像进行重建的益处在于,相比于单帧处 理所能利用的采样脉冲数,序贯多帧图像对应的合 成孔径长度更长,因此,回波方位采样脉冲数更多, 获取地面散射信息更多,这为提升重建性能奠定了 基础。另外,联合低秩与稀疏模型对序贯多帧图像 进行重建,可采用低秩模型表征序贯图像相关部分, 同时,利用稀疏模型表征序贯图像中孤立变化的散 射目标。因此,利用序贯图像可以提高重建性能。

为定量评估成像性能,引入峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR)参数衡量整个图像的 重建性能。PSNR可通过式(19)计算:

$$PSNR = 20 \lg \left(\frac{\max(|\boldsymbol{\Gamma}_{or}|)}{RMSE}\right)$$
(19)

其中, RMSE为重构图像的均方根误差, 即

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \left\| \boldsymbol{\Gamma}_{\rm or} - \boldsymbol{\Gamma}_{\rm re} \right\|_{\rm F}^2}$$
(20)

其中,N为成像场景的像素点数目, $\Gamma_{\rm or}$ 表示原始图像的散射系数, $\Gamma_{\rm re}$ 表示重建图像的散射系数。

表3给出了不同方法的图像重构性能,可以看出 本文提出的序贯多帧-多通道联合重建方法能获得 更高的PSNR指标,这是由于本方法可同时利用多 接收通道的采样信息和序贯多帧数据之间的相关性。

为进一步说明本方法的有效性,针对不同的成 像观测场景进行了仿真。其中,原始成像场景图像 如图7(a)所示。图7(b)—图7(d)给出了利用4接收通 道数据,分别采用稀疏恢复方法、单帧联合低秩与



(b) 10帧多通道联合重建(b) 10 frames multichannel joint recovery

图 6 扩展目标场景1本文方法成像结果

Fig. 6 Distributed scene 1 imaging results of the method proposed in this paper

表 3 不同方法的重建性能

Tab. 3 Reconstruction performance of different methods							
目标场景	单通道稀疏重建方法	多通道稀疏重建方法	单帧多通道联合低秩与稀疏方法	5帧多通道联合重建	10帧多通道联合重建		
扩展目标场景1	10.37  dB	14.06 dB	20.06  dB	22.92 dB	26.98 dB		
扩展目标场景2	$9.17~\mathrm{dB}$	$12.31~\mathrm{dB}$	$18.19~\mathrm{dB}$	$21.25~\mathrm{dB}$	$26.62~\mathrm{dB}$		

稀疏恢复方法、多帧联合低秩与稀疏恢复方法的成像结果。可以看出本方法获得的成像结果最优。此外,针对观测场景2,不同方法获取的重建图像的PSNR指标如表2所示,本方法相比于稀疏恢复、



(a) 原始图像 (a) Original SAR image



(c) 5帧多通道联合重建(c) 5 frames multichannel joint recovery

单帧联合低秩与稀疏恢复方法,可分别获得14.31 dB, 8.43 dB的重建性能的提升。说明本方法可适用于 不同的观测场景,可用于GEO-LEO双基SAR无模 糊成像。



(b) 单帧多通道联合低秩与稀疏方法(b) Single frame multichannel joint low-rank and sparse method



(d) 10帧多通道联合重建(d) 10 frames multichannel joint recovery



## 5 结论

本文针对GEO-LEO双基SAR无模糊成像问 题,提出了一种序贯多帧-多接收通道联合重建无 模糊成像方法,该方法利用序贯多帧数据将无模糊 成像问题建模为张量联合低秩与稀疏优化问题,然 后在交替方向乘子法迭代过程中利用多接收通道的 采样信息进行联合重建,可大幅提高重建图像的性 能。仿真结果表明,相比于单帧多通道联合低秩与 稀疏重建方法,本方法可以获得重建性能的大幅提 升。同时,相比于基于多通道频谱重构的无模糊成 像方法,本方法无模糊成像所需的通道数可从7个 减少到4个,有利于降低接收系统的复杂度。需要 说明的是,本方法需要利用序贯多帧数据进行重构, 因此,相比于其他方法所需计算量较大。此外,针 对复杂观测场景的联合低秩与稀疏无模糊重建方法 性能与所需的采样数、通道数、帧数的定量关系模 型仍需进一步研究。

### 参考文献

- TOMIYASU K and PACELLI J L. Synthetic aperture radar imaging from an inclined geosynchronous orbit[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1983, GE-21(3): 324–329. doi: 10.1109/TGRS.1983.350561.
- [2] MADSEN S N, EDELSTEIN W, DIDOMENICO L D, et al. A geosynchronous synthetic aperture radar; for tectonic mapping, disaster management and measurements of vegetation and soil moisture[C]. IEEE 2001 International Geoscience and Remote Sensing Symposium on Scanning the Present and Resolving the Future, Sydney, Australia, 2001: 447–449.
- [3] 杨建宇. 雷达对地成像技术多向演化趋势与规律分析[J]. 雷达 学报, 2019, 8(6): 669-692. doi: 10.12000/JR19099.
   YANG Jianyu. Multi-directional evolution trend and law analysis of radar ground imaging technology[J]. Journal of Radars, 2019, 8(6): 669-692. doi: 10.12000/JR19099.
- [4] 邢孟道,林浩,陈溅来,等.多平台合成孔径雷达成像算法综

述[J]. 雷达学报, 2019, 8(6): 732-757. doi: 10.12000/JR19102. XING Mengdao, LIN Hao, CHEN Jianlai, *et al.* A review of imaging algorithms in multi-platform-borne synthetic aperture radar[J]. *Journal of Radars*, 2019, 8(6): 732-757. doi: 10.12000/JR19102.

[5] 孙稚超.基于GEO辐射源的星机SAR成像理论与方法研究[D].
 [博士论文],电子科技大学,2017.
 SUN Zhichao. Research on the imaging theory and

algorithms of geosynchronous Spaceborne-Airborne Bistatic SAR[D]. [Ph. D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2017.

[6] 安洪阳.基于高轨照射源的双基SAR成像与动目标检测技术 研究[D].[博士论文],电子科技大学,2020.

AN Hongyang. Research on imaging and moving target detection technology of bistatic SAR with geosynchronous illuminator[D]. [Ph. D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2020.

- [7] GUTTRICH G L, SIEVERS W E, and TOMLJANOVICH N M. Wide area surveillance concepts based on geosynchronous illumination and bistatic unmanned airborne vehicles or satellite reception[C]. 1997 IEEE National Radar Conference, Syracuse, USA, 1997: 126–131.
- [8] LU Zheng, WANG Yuekun, XU Mingming, et al. Spacecraft formation design for bistatic SAR with GEO illuminator and LEO receiver[C]. 2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Valencia, Spain, 2018: 4451–4454.
- [9] WANG Jingen, WANG Yanfei, GE Jialong, et al. Ambiguous scattering point detection of bistatic downwardlooking SAR with geostationary illuminator and LEO receiver[C]. The 9th European Conference on Synthetic Aperture Radar, Nuremberg, Germany, 2012: 571–574.
- [10] SUN Guangcai, XING Mengdao, WANG Yong, et al. A 2-D space-variant chirp scaling algorithm based on the RCM equalization and subband synthesis to process geosynchronous SAR data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(8): 4868–4880. doi: 10.1109/TGRS.2013.2285721.
- [11] DING Zegang, SHU Bozheng, YIN Wei, et al. A modified frequency domain algorithm based on optimal azimuth quadratic factor compensation for geosynchronous SAR imaging[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied

Earth Observations and Remote Sensing, 2016, 9(3): 1119–1131. doi: 10.1109/JSTARS.2015.2497000.

- [12] ZHANG Shuangxi, LI Shaojie, LIU Yanyang, et al. A novel azimuth Doppler signal reconstruction approach for the GEO-LEO bi-static multi-channel HRWS SAR system[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 39539–39546. doi: 10.1109/ ACCESS.2019.2904653.
- [13] WANG Yuekun, LIU Yanyang, LI Zhenfang, et al. Highresolution wide-swath imaging of spaceborne multichannel bistatic SAR with inclined geosynchronous illuminator[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2017, 14(12): 2380–2384. doi: 10.1109/LGRS.2017.2765675.
- [14] AN Hongyang, WU Junjie, TEH K C, et al. Nonambiguous image formation for low-earth-orbit SAR with geosynchronous illumination based on multireceiving and CAMP[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2021, 59(1): 348–362. doi: 10.1109/TGRS. 2020.2992744.
- [15] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions* on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: 10. 1109/TIT.2006.871582.
- [16] RECHT B, FAZEL M, and PARRILO P A. Guaranteed minimum-rank solutions of linear matrix equations via nuclear norm minimization[J]. SIAM Review, 2010, 52(3): 471–501. doi: 10.1137/070697835.
- [17] PU Wei and WU Junjie. OSRanP: A novel way for radar imaging utilizing joint sparsity and low-rankness[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2020, 6: 868–882. doi: 10.1109/TCI.2020.2993170.
- [18] WU Junjie, SUN Zhichao, LI Zhongyu, et al. Focusing translational variant bistatic forward-looking SAR using keystone transform and extended nonlinear chirp scaling[J]. *Remote Sensing*, 2016, 8(10): 840. doi: 10.3390/rs8100840.
- [19] BI Hui, BI Guoan, ZHANG Bingchen, et al. From theory to application: Real-time sparse SAR imaging[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58(4): 2928-2936. doi: 10.1109/TGRS.2019.2958067.
- [20] AN Hongyang, WU Junjie, TEH K C, et al. Geosynchronous spaceborne-airborne bistatic SAR imaging based on fast low-rank and sparse matrices recovery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.* doi: 10.1109/TGRS.2021.3081099.



作者简介

安洪阳(1993-),男,四川人,博士,博 士后,主要研究方向为双基合成孔径雷 达成像。



孙稚超(1989-),男,河南人,博士,博 士后,主要研究方向为双基合成孔径雷 达成像、进化优化方法。



武俊杰(1982-),男,河北人,博士,教 授,主要研究方向为前视SAR成像与动 目标检测技术。



杨建宇(1963-),男,四川人,博士,教 授,主要研究方向为新体制雷达探测与 成像技术。

(责任编辑:于青)



王朝栋(1997-),男,安徽人,博士生, 主要研究方向为合成孔径雷达成像。