基于块正交匹配追踪预处理的米波多输入多输出雷达测高方法研究

郑桂妹*^① 宋玉伟^① 胡国平^① 李槟槟^② 张 栋^③
 ^①(空军工程大学防空反导学院 西安 710051)
 ^②(空军预警学院 武汉 430019)
 ^③(中国人民解放军66135部队 北京 100041)

摘 要:米波雷达具有很好的反隐身性能。多输入多输出(MIMO)雷达的波形分集具有高自由度特点,使 MIMO雷达在检测和参数估计等方面具有更多优势,故米波MIMO雷达受到广泛研究。而测高是米波MIMO雷达 最重要的问题之一。针对米波MIMO雷达测高问题,最大似然和广义多重信号分类方法是米波MIMO阵列雷达测 高方法行之有效的算法,但其计算量大,工程中难以接受。该文提出一种基于块正交匹配追踪(BOMP)预处理的 方法来降低计算量。首先对MIMO阵列接收数据稀疏化处理,然后通过数学操作将其变形至适合于BOMP算法的 信号模型,然后利用粗栅格得到角度粗估计。并以此为初始值中心,取MIMO雷达波束宽度作为搜索范围。仿真 结果表明该算法能有效降低搜索类测高算法的计算量。

关键词:米波多输入多输出雷达;测高;块正交匹配追踪;最大似然;广义多重信号分类
 中图分类号:TN953
 文献标识码:A
 文章编号:2095-283X(2020)05-0908-08
 DOI: 10.12000/JR20042

引用格式:郑桂妹,宋玉伟,胡国平,等.基于块正交匹配追踪预处理的米波多输入多输出雷达测高方法研究[J].雷达学报,2020,9(5):908-915. doi: 10.12000/JR20042.

Reference format: ZHENG Guimei, SONG Yuwei, HU Guoping, *et al.* Height measurement for meter-wave MIMO radar based on block orthogonal matching pursuit preprocessing[J]. *Journal of Radars*, 2020, 9(5): 908–915. doi: 10.12000/JR20042.

Height Measurement for Meter-wave MIMO Radar Based on Block Orthogonal Matching Pursuit Preprocessing

ZHENG Guimei^{*(1)} SONG Yuwei⁽¹⁾ HU Guoping⁽¹⁾ LI Binbin⁽²⁾ ZHANG Dong⁽³⁾

⁽¹⁾(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

⁽²⁾(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

 $^{(3)}(PLA \ 66135, \ Beijing \ 100041, \ China)$

Abstract: Meter-wave radar has good anti-stealth performance. The waveform diversity of Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar can result in a higher degree of freedom, which makes MIMO radar more advantageous in detection and parameter estimation. Therefore, meter-wave MIMO radar has been widely studied. The radar height measurement is one of the most important research problems of the meter-wave MIMO radar. The maximum likelihood and generalized multiple signal classification algorithms are effective for measuring the radar height. However, they feature heavy computation complexity. In this paper, a preprocessing method based on Block Orthogonal Matching Pursuit (BOMP) is proposed to reduce the

收稿日期: 2020-04-17; 改回日期: 2020-06-04; 网络出版: 2020-06-25

^{*}通信作者:郑桂妹 zheng-gm@163.com *Corresponding Author: ZHENG Guimei, zheng-gm@163.com

基金项目: 陕西省青年托举人才项目(20180109),国家自然科学基金面上项目(61871395,61971438),陕西省自然科学基金面上项目 (2019JM-155,2020JM-345)

Foundation Items: The Young Talent fund of University Association for Science and Technology in Shaanxi of China(20180109), The National Natural Science Foundation of China(61871395, 61971438), The Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province of China (2019JM-155, 2020JM-345)

责任主编:陈伯孝 Corresponding Editor: CHEN Baixiao

computation. First, the received data of MIMO array are sparse-processed, and then, using a mathematical operation, they are transformed into a signal model suitable for the BOMP algorithm; then coarse angle estimation is obtained using a large search grid. The coarse angle estimation is taken as the initial value, and the MIMO radar beam width as the search range. The simulation results show that the proposed algorithm can effectively reduce the computation of the search-type height measurement algorithm.

Key words: Meter wave Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar; Height measurement; Block Orthogonal Matching Pursuit (BOMP); Maximum likelihood; Generalized MUltiple SIgnal Classification (MUSIC)

1 引言

米波雷达一般指工作频率在米波段的雷达,典型的有甚高频(Very High Frequency, VHF)波段雷达,米波雷达的发展由来已久,可追述到二战中,用于防空预警扮演着重要角色。但米波雷达受限于波段太低、波束宽、波束掠地、地面反射回波幅度强,进而在低空目标测高时遇到相干多径、低信噪比的问题^[1,2],最终导致米波雷达仰角测量精度差,无法满足制导精度要求(众所周知,雷达目标高度实质是通过测量目标仰角后根据目标距离计算得到)。故米波雷达的低仰角目标测高问题一直是阵列雷达信号处理中的重要问题之一。常规阵列的米波雷达测高目前有较为丰富的研究成果。其中有两类方法是研究的重点,一类是传统超分辨算法的移植和改进^[3,4],这里地形因素是考虑重点^[5];另一类则是基于人工智能的应用^[6]。

将多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)体制应用到米波雷达中,研究米 波MIMO雷达低仰角目标的波达方向估计问题受到 广泛关注[7-11]。考虑平坦阵地光滑表面的镜面反 射,不同于常规阵列雷达一个目标对应于两条接收 路径,一个目标对应的4条传输路径[12,13],具体为 发射直达波-接收直达波、发射直达波-接收反射 波、发射反射波-接收直达波、发射反射波-接收反 射波。此时MIMO雷达不仅要面对相干源入射的问 题,还要面临导向矢量相互渗透,或者有专家学者 称之为锥角兼并的问题。故传统的相干源目标波达 方向(Direction Of Arrival, DOA)估计或者双基地 的DOA和DOD角度联合估计方法不能直接应用于 MIMO阵列雷达的测高^[12],如以多重信号分类 (MUltiple SIgnal Classification, MUSIC)为代表的 超分辨算法技术在MIMO阵列雷达测高中无法直接 应用。最大似然算法可直接处理相干信号,是米波 MIMO雷达测角问题中常用的算法,但是涉及到多 维搜索的问题,使得本身就因MIMO阵列雷达自由 度大而导致计算量大的问题进一步加剧。鉴于此, 文献[12]提出了一种降维的最大似然估计算法,该 算法通过预先得到的目标距离和天线高度等先验信息,利用直达波信号与反射波信号之间存在的几何关系,进行直达波和反射波的合并,使得最大似然只需进行一维搜索便可完成对目标仰角的估计,大大减少了运算量。此外,文献[14]提出用极化平滑后接广义MUSIC算法来解决低仰角目标相干的问题,能够解决常规阵列米波雷达测高在一些极端条件下的应用问题。

可看出最大似然和广义MUSIC是两种行之有效的MIMO雷达测高方法,但其计算量大。虽然利用直达波和反射波关系来降低搜索维数,但仍涉及到整个空域的搜索,计算量仍然较大。本文提出基于块正交匹配追踪(Block Orthogonal Matching Pursuit, BOMP)^[15]预处理的方法来降低计算量。 首先对MIMO阵列接收数据稀疏化处理,将其变形 至适合于BOMP算法的信号模型,然后利用粗栅格 搜索得到角度粗估计。以此为初始值中心,取 MIMO雷达波束宽度作为搜索范围。这样处理的好 处是既能保证最大似然和广义MUSIC高精度估计 的优点,同时能大大降低其计算量。

2 信号模型

假设该MIMO雷达是一个收发共置的系统,其 阵元有*M*个,且发射阵列为垂直均匀线阵,发射信 号矢量为: $\varphi(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$,假设该发射信号为正交信 号(这是MIMO雷达区别于传统相控阵雷达的重要 特征),则有 $\int_0^{T_p} \varphi(t)\varphi(t)^{\mathrm{H}} \mathrm{d}t = \mathbf{I}_M$,其中, \mathbf{I}_M 是 大小为*M*的单位阵, T_p 为雷达一个脉冲持续时间, 即脉冲宽度。对于连续波雷达则需要整个发射时间 段的发射信号之间相互正交。假设MIMO雷达系统 的低仰角反射区域是光滑平坦反射面,如图1所示。

假设该系统的发射信号为水平极化信号,则其 到达目标的信号可表示为

$$x(t) = [\boldsymbol{a}_{t}(\theta_{d}) + e^{j\delta}\rho_{h}\boldsymbol{a}_{t}(\theta_{s})]^{T}\boldsymbol{\varphi}(t)$$
(1)

其中, θ_{d} 为直达波角度, θ_{s} 为反射波角度。 $a_{t}(\theta)$ 为发射阵列导向矢量等于



图 1 米波MIMO雷达低仰角测高镜面反射模型示意图 Fig. 1 Schematic diagram of height measurement of low elevation target with meter wave MIMO radar under specular reflection model

$$\boldsymbol{a}_{t}(\boldsymbol{\theta}) = \left[1, \exp(-j2\pi d\sin(\boldsymbol{\theta})/\lambda), \cdots, \\ \exp(-j2\pi (M-1)d\sin(\boldsymbol{\theta})/\lambda)\right]^{\mathrm{T}} \qquad (2$$

d为阵元间隔。δ为直达波和反射波波程差所引起的 相位差,其值等于 $\delta = \frac{4\pi h_a h_t}{R\lambda}$,其中 h_a 为天线高度, h_t 为目标高度,λ为入射波长,R为目标垂直投影 到地面的点到雷达的距离。需要注意的是波程差小 于一个距离分辨单元,故在距离上区分不了直达和 反射波。 ρ_h 为水平极化波的反射系数,其值等于

$$\rho_{\rm h} = \frac{\sin\theta_{\rm d} - \sqrt{\varepsilon - \cos^2\theta_{\rm d}}}{\sin\theta_{\rm d} + \sqrt{\varepsilon - \cos^2\theta_{\rm d}}} \tag{3}$$

 ε 为表面复介电常数,通常可由相对介电常数 ε_r 和表面物质传导率 σ_e 表示 $\varepsilon = \varepsilon_r - j60\lambda\sigma_e$ 。另外, $\beta(\tau) = \alpha \exp(j2\pi f_d \tau)$ 为单个目标不同脉冲之间的复反射系数,是一个未知确定复常数,假设它服从Swelling 2型分布。则第m个接收阵元的接收数据为

$$z_{m}(t,\tau) = \left[a_{\mathrm{r},m}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}a_{\mathrm{r},m}(\theta_{\mathrm{s}})\right]\beta(\tau)x(t) + n_{m}(t,\tau)$$
$$= \left[a_{\mathrm{r},m}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}a_{\mathrm{r},m}(\theta_{\mathrm{s}})\right]\beta(\tau)[\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{d}})$$
$$+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{s}})]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(t) + n_{m}(t,\tau)$$
(4)

假设收发共置,接收导向矢量与发射导向矢量 相等。根据上式,则整个阵列的接收数据可写成

$$\boldsymbol{z}(t,\tau) = \left[\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{s}})\right]\beta(\tau) \\ \cdot \left[\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\phi,\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\phi,\theta_{\mathrm{s}})\right]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(t) \\ + \boldsymbol{n}(t,\tau) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$$
(5)

利用发射信号对上式做匹配滤波可得

$$Z = \int z(t,\tau)\varphi(t)^{\mathrm{H}}$$

= $[a_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}a_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{s}})]\beta(\tau)$
 $\cdot [a_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}a_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{s}})]^{\mathrm{T}} + N(\tau) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ (6)
对上述数据进行矢量化操作可得
 $\mathrm{vec}(Z) = [a_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}a_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{s}})]$

$$\operatorname{vec}(\boldsymbol{Z}) = \left[\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\sigma}\rho_{\mathrm{h}}\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{s}})\right] \\ \otimes \left[\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{d}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\rho_{\mathrm{h}}\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{s}})\right]\beta(\tau) \\ + \operatorname{vec}\left[\boldsymbol{N}(\tau)\right] \in \mathbb{C}^{M^{2} \times 1}$$
(7)

首先假设原始噪声是零均值高斯随机过程,则 有 $E[\mathbf{n}(t_1,\tau)\mathbf{n}(t_2,\tau)^{\text{H}}] = \sigma^2 \mathbf{I}_M \omega(t_1 - t_2)$,其中 ω 为 冲击函数, σ^2 为噪声功率。则匹配滤波后噪声等于

$$\boldsymbol{N}(\tau) = \int_{0}^{T_{\rm p}} \boldsymbol{n}(t,\tau) \boldsymbol{\varphi}(t)^{\rm H} \mathrm{d}t \qquad (8)$$

根据文献[13]的结论,可得到经过匹配滤波、 矢量化操作之后,噪声仍然是白噪声。

3 最大似然和广义MUSIC的米波MIMO雷达测高

研究表明常规相控阵列中的"相干信号"与 "多径信号"的关系基本可以等同,所有对相干信 号处理有效的算法均可应用于多径信号,如典型的 空间平滑解相干算法。但MIMO雷达中"相干信 号"与"多径信号"的关系不等效,因为MIMO雷 达存在信号相互渗透的现象,导致传统空间平滑无 法利用,进而导致传统基于子空间的经典超分辨算 法旋转不变子空间算法(Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance, ESPRIT)和MU-SIC无法直接利用。故无需解相干类的超分辨算法 如最大似然算法和广义MUSIC算法在MIMO雷达 测高得到充分使用,是两种行之有效的测高算法。 下面简要回顾这两种算法。

3.1 最大似然

最大似然估计是阵列信号处理中最常用和最有效的参数估计方法之一。从其参数选取准则中可以 看出,其算法并不受信号间相关性的影响。具体推 导请详见参考文献[16]的第148页式(5)、式(2)和式(10)。 最大似然估计准则可表示为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\arg\max_{\boldsymbol{\theta}} \operatorname{tr} \left[\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})} \hat{\boldsymbol{R}} \right]$$
(9)

其中, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为 $\boldsymbol{\theta}$ 的最大似然估计, $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})$ 为导向矩阵, $\hat{\boldsymbol{R}}$ 为阵列输出信号的协方差矩阵估计值, $\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})}$ 为 投影到导向矢量矩阵 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})$ 的列向量张成空间的投影 矩阵,其值等于

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) \left[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) \right]^{-1} \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}) \qquad (10)$$

将式(7)中MIMO雷达接收数据中的信号源和 导向矢量重新组合成如式(11)的形式

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{t}(\theta_{d}) + e^{j\delta}\rho_{h}\boldsymbol{a}_{t}(\theta_{s}) \end{bmatrix} \otimes \left\{ \boldsymbol{a}_{r}(\theta_{d}) + e^{j\delta}\rho_{h}\boldsymbol{a}_{r}(\theta_{s}) \right\} \beta(\tau)$$

$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{t}(\theta_{d}) \otimes \boldsymbol{a}_{r}(\theta_{d}) & \boldsymbol{a}_{t}(\theta_{d}) \otimes \boldsymbol{a}_{r}(\theta_{s}) \\ \boldsymbol{a}_{t}(\theta_{s}) \otimes \boldsymbol{a}_{r}(\theta_{d}) & \boldsymbol{a}_{t}(\theta_{s}) \otimes \boldsymbol{a}_{r}(\theta_{s}) \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\delta}\rho_{h} \\ e^{j\delta}\rho_{h} \\ e^{j\delta}\rho_{h}^{2} \end{bmatrix} \beta(\tau)$$
(11)

则可将式(7)中的接收数据写成如式(12)的形式

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{12}$$

其中

$$m{r} = ext{vec}(m{Z}), \; m{A} = egin{bmatrix} m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{d}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{d}}) & m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{d}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) & m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) & m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \otimes m{a}_{ ext{r}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{t}}(heta_{ ext{s}}) \ m{a}_{ ext{s}}(heta_{ ext{s}})$$

式(10)中的最大似然估计求解过程涉及两维非 线性搜索,其计算量很大。可采用直达波和反射波 的数学关系式来降低搜索维度,其关系式为

$$\theta_{\rm s} = -\arctan(\tan\theta_{\rm d} + 2h_{\rm a}/R) \tag{13}$$

3.2 广义MUSIC

传统MUSIC算法是利用信号子空间和噪声子 空间的正交性而建立。但在MIMO雷达中,受相干 信号的影响,导致导向矢量与噪声子空间并不正 交。即使采用某种方法去相干,其中导向矢量信号 相互渗透,即*a*_t(*θ*_d) ⊗ *a*_r(*θ*_s),从而导致导向矢量与 噪声子空间并不正交,故传统MUSIC算法无法直 接应用。广义MUSIC亦建立在信号子空间和噪声 子空间正交基础上。但并没有利用导向矢量而是利 用导向矩阵与噪声子空间正交的原理。这里面需要 注意"导向矢量"、"导向矩阵"、"噪声子空 间"之间的相互关系,总结如表1所示。

表 1 阵列雷达噪声子空间和导向矢量、导向矩阵的正交性 Tab. 1 Orthogonality of noise subspace of array radar and steering vector, manifold matrix

噪声子空间	导向矢量	导向矩阵(信号子空间)
常规阵列雷达	正交(MUSIC)	正交(广义MUSIC)
MIMO阵列雷达	不正交(MUSIC)	正交(广义MUSIC)

从表1中可清晰看出,对于MIMO阵列雷达, 传统MUSIC不可用,而广义MUSIC可用。对 MIMO阵列雷达匹配滤波后接收数据协方差矩阵 $\hat{R} = E \{ rr^{H} \}$ 进行特征分解,得到噪声子空间 E_n 和 信号子空间 E_s ,根据文献[16]的推导,广义MU-SIC谱为

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\det \left[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) \right]}{\det \left[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{n}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) \right]}$$
(14)

其中,det[·]表示求其行列式,上式同样涉及两维 搜索,可采用3.1节中的降维方法得到一维搜索谱 估计。

4 基于BOMP的米波MIMO雷达测高粗 估计

式(9)和式(14)的最大似然和广义MUSIC算法 需全空域搜索,搜索范围太大。下面介绍一种单快 拍条件下即可得到仰角粗估计的方法来缩小搜索范 围,以此减少计算量。首先令式(12)中的 $\tau = 1$,即 单快拍。对导向矢量和接收信号源采用稀疏表示。 首先构造稀疏过完备矩阵 $A(\psi), \psi = (\theta_d, \theta_s)$,如此 构造过完备矩阵,则需要构造两维矩阵,其计算量 很大,这里同样可利用直达波和反射波之间的关系 式(13)来降低过完备字典的维数,即 $\psi = (\theta_d), L$ 表 示字典的长度,其中*L*远大于目标个数,这里设目 标个数为*K*(事实上对于测高模型,目标为1)。则 式(12)可以写成

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\psi})\boldsymbol{z} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{15}$$

其中z表示K块稀疏矢量。其中块的长度等于4。 式(15)可利用BOMP算法去寻找支撑位置,从而计 算出角度。下面简单给出BOMP算法与式(15)的对 应关系。

将 $(\theta_{d,k})_{k=1}^{K}$ 划分成L个格子,其中 $L \gg K$ 。这样 $(\theta_{d,l})_{l=1}^{L}$ 对应的块稀疏矢量 $z \triangleq \left[(z^{[1]})^{T}, \dots, (z^{[l]})^{T}, \dots, (z^{[l]})^{T}, \dots, (z^{[L]})^{T} \right]^{T} \in \mathbb{C}^{4L \times 1}$,其中 $z^{[l]} = [z_{1}^{[l]}, z_{2}^{[l]}, z_{3}^{[l]}, z_{4}^{[l]}]^{T} \in \mathbb{C}^{4 \times 1}$ 。这里假设目标落在搜索网格上(至于目标落在两个格子中间的情况,由于是粗估计,并不影响最终结果),则有

 $\forall 1 \le k \le K, \exists \ 1 \le l \le L, \ \boldsymbol{z}^{[l]} = \boldsymbol{y}^{[k]}$ (16) 所以对于 $\forall 1 \le l \le L, \ \boldsymbol{z}^{[l]}$ 只有两种取值

$$z_i^{[l]} = 0, 1 \le i \le 4 \\ z_i^{[l]} \ne 0, 1 \le i \le 4$$
(17)

目标则转化为找出块稀疏矢量z中目标的K个支撑 位置,支撑位置就是目标的稀疏字典中仰角的位置。 现将优化问题转化为

$$\arg\min \|\boldsymbol{z}\|_{B,0}, \ \boldsymbol{A}_{a}(\boldsymbol{\psi})\boldsymbol{z} = \boldsymbol{r} - \hat{\varepsilon}$$
(18)

其中||z||_{B,0} \triangleq # { $l|z^{[l]} \neq 0, 1 \leq l \leq L$ }, \hat{e} 是e的估计 值,可用协方差矩阵分解得到其噪声的估计值。式(18) 的优化目标函数是为寻找一个最稀疏的解(故用 l_0 范 数);式(18)的约束条件是要求这个稀疏解需满足 观测条件(即与采集数据吻合)。当接收数据的快拍 数为1时,此时,式(18)就是一个标准的K块稀疏问 题,其支撑位置可用BOMP算法求出,结果记为 $\hat{z}^{[k]}, k = 1, 2, ..., K$,然后容易计算出目标的位置 θ_k^{coarse} 。为了便于读者阅读,这里给出支撑位置的 概念,指的是目标在稀疏字典中的非零位置,在本 文中即是目标的位置,即

$$\hat{\theta}_{k}^{\text{coarse}} = V \cdot (\hat{z}^{[k]} - 1)/4, \ k = 1, 2, \cdots, K$$
(19)

其中,V表示构造稀疏字典中的间隔度数。当快拍数多时,可用上述方法取得的结果求平均,事实上这里的结果仅作为粗估计的结果,为减少计算量可直接采用单快拍BOMP算法。

5 米波MIMO雷达测高的精确估计

此时,米波MIMO雷达的仰角初始估计值已经 得到。在最大似然和广义MUSIC算法中以此为中 心来确定搜索范围。下面给出搜索范围的基本原 则。首先定义搜索范围为: $\theta = (\theta^{\text{coarse}} + \theta_1, \theta^{\text{coarse}} - \theta_1),$ 核心是确定 θ_1 取值。这里的准则定为半波束宽度, 此时搜索范围等于一个波束宽度。如果目标功率降 为波束宽度之外是检测不到目标的,故在单个波束 宽度内搜索是合理的。MIMO雷达的波束宽度为: $\theta_{\text{mb}} = \frac{50.7\lambda}{Nd\cos\theta_d} \mathbb{R}^{[16]}, \theta_1 = \frac{\theta_{\text{mb}}}{2}, N表示MIMO雷达$ 的等效孔径阵元数,对于收发共置的MIMO雷达, 有效孔径阵元数,对于收发共置的MIMO雷达, 有效孔径阵元数N = 2M - 1,对于非等距线阵亦 容易计算得到,这里不再赘述。测高的步骤如下:

步骤1 利用BOMP得到初始估计,并确定搜 索范围。这里利用一个表格给出BOMP算法的计算 流程,如表2所示。

步骤2 利用步骤1搜索范围,使用第3节中最 大似然和广义MUSIC,得到最终角度估计值,然 后根据目标距离转化成目标高度值。

本算法需要注意的有:对于米波MIMO阵列雷 达模型,当目标的仰角小于波束宽度时,Rank(A) = 4,Rank(y) = 1,其中Rank(·)表示秩。如果按照常 规阵列信号处理的角度考虑,可认为是4个目标, 且相互相干。但是仔细观察会发现导向矩阵中存在 信号相互渗透的现象,实际上只有两个不一样的角 度入射到阵列,从参数估计的角度来考虑,可认为 是2个信号源,故上面所提到的最大似然算法和广 义MUSIC算法,均涉及到两维搜索。同样是因为 相互渗透的原因导致信号的空间平移性不存在,进

表 2 BOMP算法的计算流程

Tab. 2 Calculation process of BOMP algorithm

输入:匹配滤波后的矢量化数据、角度网格数、目标数。
初始化:用接收数据初始化残差、用角度网格数初始化字典、初
始化支撑集。
迭代: (1) 利用残差和字典计算投影;
(2) 根据投影寻找块最大的坐标值,并将此值坐标放入块
支撑集;
(3) 利用块支撑集更新残差;
(4) 迭代(1)至(3), 迭代次数达到目标数停止。
输出:利用块支撑集计算块支撑向量。

而导致空间平滑解相干算法不可用。既然不具备空 间平移不变性,则传统超分辨算法ESPRIT亦不可 用。对于经典超分辨算法MUSIC亦不可直接应用, 作者会在另外一文中报道无需解相干的经典超分辨 算法MUSIC在米波MIMO雷达测高中的应用。另 一方面,本文算法是建立在平坦阵地模型之上。对 于粗糙反射表面、地形起伏等复杂阵地条件下的米 波MIMO 雷达测高,本文算法不能直接应用。关于 米波MIMO雷达复杂阵地条件下的研究,已有的成 果^[17]有地面反射系数未知的交替搜索MUSIC算 法、反射面高度未知和多径数未知的条件下利用缩 放字典逐层逼近的方法、以及基于秩1约束与压缩 感知的低角目标测高算法等算法。这些算法能够解 决部分复杂场景下的米波雷达测高问题。后续作者 将在此基础上,研究不同阵元对应不同反射点高度 即同一阵列雷达反射点起伏的测高估计问题,这也 是测高最为复杂的问题之一。

6 计算机仿真

仿真1 BOMP预处理的支撑位置恢复情况。考 虑该米波MIMO阵列雷达的发射阵元数M = 10, 阵元间距为半波长布置。入射频率为300 MHz,入 射波长 $\lambda = 1$ m,目标直达波角度为5°,反射角角 度根据式(14)计算得到。信噪比SNR = 0 dB。其中 天线高度 $h_a = 5$ m,目标高度 $h_t = 7000$ m,设置淡 水场景,则可设置反射系数中的介电常数 $\varepsilon_r = 80$ 和 表面物质传导率 $\sigma_e = 0.2$ 。其中[: n° :]表示每间隔 n° 取一个数值来构造稀疏字典,这里设n = 1,则目标的理论仰角值的第1个支撑位置为 $5 \times 4 + 1 = 21$ 。图2给出了其中一次独立实验的支 撑位置估计结果。可看出该BOMP算法能够正确估 计出目标仰角值。

仿真2 搜索范围选择的正确性验证。考虑该米 波MIMO雷达的发射阵元数*M* = 10,入射频率为





Fig. 2 Support position estimation results based on BOMP sparse recovery algorithm

300 MHz,入射波长 $\lambda = 1$ m,阵元间距为半波长 布置。目标直达波角度为5°,反射角角度根据式(14) 计算得到。信噪比SNR = 5 dB,快拍数10个,天 线高度 $h_a = 5$ m,目标高度 $h_t = 7000$ m,设置淡水 场景,则可设置反射系数中的介电常数 $\varepsilon_r = 80$ 和表 面物质传导率 $\sigma_e = 0.2$ 。图3给出最大似然和广义 MUSIC的全空域搜索的一次估计结果。图4给出 10次独立实验的基于BOMP预处理后最大似然的搜 索范围结果。图5给出10次独立实验的基于BOMP 预处理后广义MUSIC的搜索范围结果。从图中可 以看出本文算法能够正确的缩小搜索范围,从而降 低计算量。

仿真3 最大似然和广义MUSIC算法仰角和高 度估计结果。考虑该米波MIMO雷达的发射阵元数 M = 10,入射频率为300 MHz,入射波长 $\lambda = 1$ m。 阵元间距为半波长布置。目标直达波角度为5°,反 射角角度根据式(14)计算得到。信噪比变化,快拍 数10个,天线高度 $h_a = 5$ m,目标高度 $h_t = 7000$ m, 设置淡水场景,则可设置反射系数中的介电常数





Fig. 3 Estimation results of maximum likelihood and generalized MUSIC under whole airspace searching



搜索范围结果

Fig. 4 10 independent experiments results based on maximum likelihood after BOMP preprocessing

 $\varepsilon_{\rm r} = 80$ 和表面物质传导率 $\sigma_{\rm e} = 0.2$ 。完成1000次蒙 特卡洛实验,并定义衡量估计性能的均方根误差 (Root Mean Squared Error, RMSE)为: RMSE =

 $\sqrt{\frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P}E[(\hat{\alpha}_p - \alpha_p)^2]},$ 其中, $\hat{\alpha} = \hat{\theta}_d$ 直达波角度估计值, $\alpha = \theta_d$ 为目标角度真实值。当 $\hat{\alpha} = \hat{h}_t$ 目标高度估计值, $\alpha = h_t$ 为目标高度真实值。图6和图7中给出基于BOMP预处理后的最大似然和广义MUSIC 算法的角度估计RMSE和高度测量RMSE,可以看出这两种算法能够正确应用在MIMO雷达对目标的测高领域。

仿真4 预处理和非预处理算法运算时间的比较。考虑该米波MIMO雷达的发射阵元数从10变化到20,入射频率为300 MHz,入射波长 $\lambda = 1$ m,阵元间距为半波长布置。目标直达波角度为5°,反射角角度根据式(14)计算得到。信噪比SNR = 5 dB,快拍数10个,天线高度 $h_a = 5$ m,目标高度 $h_t = 7000$ m,设置淡水场景,则可设置反射系数中的介电常数 $\varepsilon_r = 80$ 和表面物质传导率 $\sigma_e = 0.2$ 。图8给出



图 5 10次独立实验的基于BOMP预处理后广义MUSIC 的搜索范围结果

Fig. 5 10 independent experiments results based on generalized MUSIC after BOMP preprocessing





Fig. 6 RMSE of angle estimation with maximum likelihood and generalized MUSIC algorithms



图 7 最大似然和广义MUSIC算法的高度测量RMSE

Fig. 7 RMSE of height measurement with maximum likelihood and generalized MUSIC algorithms





最大似然和广义MUSIC的全空域搜索的运算时间 和基于BOMP预处理后最大似然和广义MUSIC的 运算时间对比。从图8中可以看出,本文算法能够 有效降低计算量,阵元数越多,本文算法的优势越 明显。

7 结论

本文研究了基于BOMP预处理的米波MIMO雷 达的低仰角测高问题。首先给出传统最大似然和广 义MUSIC算法的回顾。接着提出利用非解相干的 稀疏恢复算法BOMP来粗测目标角度,然后缩小传 统算法的角度搜索范围,从而降低了计算量。事实 上,若不考虑计算量,BOMP亦可用。

参 考 文 献

- KUSCHEL H. VHF/UHF radar. 1. Characteristics[J]. Electronics & Communication Engineering Journal, 2002, 14(2): 61–72.
- [2] KUSCHEL H. VHF/UHF radar Part 2: Operational aspects and applications[J]. Electronics & Communication Engineering Journal, 2002, 14(3): 101–111.

- [3] LIU Yuan, LIU Hongwei, XIA Xianggen, et al. Projection techniques for altitude estimation over complex multipath condition-based VHF radar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2018, 11(7): 2362–2374. doi: 10.1109/JSTARS.2018.2835448.
- [4] 王胜华. 雷达低仰角目标检测与测高关键技术研究[D]. [博士 论文], 西安电子科技大学, 2019.
 WANG Shenghua. Research on key technology of low angle radar target detection and elevation measurement[D]. [Ph. D. dissertation], Xidian University, 2019.
- [5] 谭俊. 米波雷达低仰角测角中多径效应影响抑制及关键技术研究[D]. [博士论文], 电子科技大学, 2019.

TAN Jun. Research on multipath effect suppression and key technologies in low-angle measurement of meter wave radar[D]. [Ph. D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2019.

- [6] XIANG Houhong, CHEN Baixiao, YANG Minglei, et al. Altitude measurement based on characteristics reversal by deep neural network for VHF radar[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2019, 13(1): 98–103.
- [7] 陆鹏程, 吴剑旗. 米波MIMO雷达系统设计的几个问题[J]. 雷达科学与技术, 2017, 15(3): 236-240, 246.
 LU Pengcheng and WU Jianqi. Some issues on VHF MIMO radar system design[J]. *Radar Science and Technology*, 2017, 15(3): 236-240, 246.
- [8] 刘俊, 刘峥, 谢荣, 等. 基于波束空间的米波MIMO雷达角度估 计算法[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 1961–1966.
 LIU Jun, LIU Zheng, XIE Rong, et al. Beam-space domain angle estimation algorithm in VHF MIMO radar[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9): 1961–1966.
- [9] 谢荣,刘铮,刘俊. 基于矩阵束的MIMO雷达低仰角快速估计 方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(8): 1833-1838. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.01242.

XIE Rong, LIU Zheng, and LIU Jun. Fast algorithm for low elevation estimation based on matrix pencil in MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(8): 1833–1838. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.01242.

[10] 刘源, 王洪先, 纠博, 等. 米波MIMO雷达低空目标波达方向估 计新方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(3): 622-628. doi: 10.11999/JEIT150555.

LIU Yuan, WANG Hongxian, JIU Bo, et al. A new method for DOA estimation for VHF MIMO radar in low-angle tracking environment[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(3): 622-628. doi: 10.11999/JEIT150555.

[11] LIU Yuan, JIU Bo, XIA Xianggen, et al. Height measurement of low-angle target using MIMO radar under multipath interference[J]. *IEEE Transactions on Aerospace* and Electronic Systems, 2018, 54(2): 808-818. doi: 10.1109/TAES.2017.2767919. [12] 吴向东,赵永波,张守宏,等.一种MIMO雷达低角跟踪环境下的波达方向估计新方法[J].西安电子科技大学学报:自然科学版,2008,35(5):793-798.

WU Xiangdong, ZHAO Yongbo, ZHANG Shouhong, et al. New method for DOA estimation for the MIMO radar in low-angle tracking environment[J]. Journal of Xidian University: Natural Science, 2008, 35(5): 793–798.

- [13] LIU J, LIU Z, and XIE R. Low angle estimation in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(23): 1565–1566. doi: 10.1049/el.2010.2579.
- [14] TAN Jun and NIE Zaiping. Polarisation smoothing generalised MUSIC algorithm with PSA monostatic MIMO radar for low angle estimation[J]. *Electronics Letters*, 2018, 54(8): 527–529. doi: 10.1049/el.2017.4378.

作者简介

郑桂妹(1987-),男,福建福州人,副教 授,研究方向为阵列空间谱估计算法。

宋玉伟(1986-),女,辽宁大连人,博士 研究生,研究方向为MIMO雷达谱估计。

- [15] ELDAR Y C, KUPPINGER P, and BOLCSKEI H. Blocksparse signals: Uncertainty relations and efficient recovery[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3042–3054. doi: 10.1109/TSP.2010.2044837.
- [16] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
 WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al.

WANG Yonghang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Theory and Methods of Spatial Spectrum Estimation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.

[17] 刘源. 米波数字阵列雷达低仰角测高方法研究[D]. [博士论文], 西安电子科技大学, 2018.

LIU Yuan. Study on low-angle altitude measurement in VHF radar[D]. [Ph. D. dissertation], Xidian University, 2018.



李槟槟(1990-),男,江西上饶人,讲 师,研究方向为阵列空间谱估计。



张 栋(1990-),男,河北辛集人,工程 师,研究方向为阵列空间谱估计。



胡国平(1964-),男,江西南昌人,教 授,研究方向为阵列信号处理。