

认知雷达波形优化设计方法综述

崔国龙^{*①} 余显祥^① 杨 婧^① 付 月^② 孔令讲^①

^①(电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

^②(上海汽车集团股份有限公司 上海 201804)

摘 要: 认知雷达通过借鉴蝙蝠的认知学习过程,感知战场环境信息并反馈至发射机,从而实现自适应探测和处理,是未来雷达智能化发展的重点方向。其中如何充分利用目标与环境先验信息,设计雷达波形以提高目标检测、跟踪以及抗干扰等性能是认知雷达发展的难点和重点。该文针对不同干扰环境、目标模型、天线配置(如:单发单收(SISO)和多发多收(MIMO))等的波形设计关键要素及主要思路进行了总结梳理,并从不同干扰与目标知识的利用角度,对近几年代表性的认知波形设计文献进行介绍和归纳,旨在为以后的研究提供参考和依据。

关键词: 目标检测; 认知雷达; 波形设计; 优化理论

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2019)05-0537-21

DOI: 10.12000/JR19072

引用格式: 崔国龙, 余显祥, 杨婧, 等. 认知雷达波形优化设计方法综述[J]. 雷达学报, 2019, 8(5): 537-557. doi: 10.12000/JR19072.

Reference format: CUI Guolong, YU Xianxiang, YANG Jing, *et al.* An overview of waveform optimization methods for cognitive radar[J]. *Journal of Radars*, 2019, 8(5): 537-557. doi: 10.12000/JR19072.

An Overview of Waveform Optimization Methods for Cognitive Radar

CUI Guolong^{*①} YU Xianxiang^① YANG Jing^① FU Yue^② KONG Lingjiang^①

^①(School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

^②(SAIC Motor Corporation Limited, Shanghai 201804, China)

Abstract: Cognitive radar can sense the battlefield environment and feed this information back to a transmitter by imitating the cognitive learning process of bats to enable self-adaptive detection and processing, which are vital for the future intelligent development of radar. Therein, full utilization of the prior information of the target and environment to design radar waveform for improving the performance of target detection, tracking, and anti-jamming is difficult and has been the focus of cognitive radar development. Therefore, based on different jamming environments, target models, and antenna configurations (e.g., Single Input Single Output (SISO) and Multiple Inputs Multiple Outputs (MIMO)), this study summarizes the key elements and main ideas of waveform design. Furthermore, this study lists the related literature on representativeness from the viewpoint of the use of different jamming environments and target models, aiming at providing reference and basis for cognitive waveform design research in the future.

Key words: Target detection; Cognitive radar; Waveform design; Optimization theory

收稿日期: 2019-08-01; 改回日期: 2019-10-06; 网络出版: 2019-10-18

*通信作者: 崔国龙 cuiguolong@uestc.edu.cn *Corresponding Author: CUI Guolong, cuiguolong@uestc.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61771109, 61871080), 长江学者计划, 111计划(B17008), 中央高校基本业务费(2672018ZYGX2018J016)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61771109, 61871080), The Changjiang Scholar Program, 111 Project (B17008), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (2672018ZYGX2018J016)

责任主编: 崔琛 Corresponding Editor: CUI Chen

1 引言

传统雷达往往发射一种或几种固定波形, 在接收端采取自适应信号处理以获取目标信息。但是由于电子设备大量使用, 战场环境更加瞬息万变, 这种传统的波形发射方式已难以完成复杂电磁环境和非均匀时变地理环境下的高速隐形目标探测、跟踪等任务。

得益于数字任意波形发生器、固态发射机以及高速信号处理硬件等先进硬件技术的大力发展, 实时的自适应设计波形及接收信号处理得以实现, 有力推进了雷达的智能化发展。2006年, 加拿大教授 Simon Haykin 等人^[1,2]借鉴蝙蝠回声定位系统及认知过程, 首次提出了认知雷达概念, 并明确指出认知雷达是引入并模仿人类认知特性的新一代智能雷达系统, 具备感知、理解、学习、推断与决策等能力, 使雷达系统不断地调整接收机和发射机参数以适应日益复杂的探测环境, 从而有效提高目标检测、跟踪及抗干扰等性能。

区别于传统雷达, 认知雷达充分利用了目标与环境知识, 将雷达系统的自适应接收扩展至自适应发射, 从而构成了接收机、发射机与环境动态闭环的全自适应雷达处理架构; 其结构如图1所示, 系统首先利用每一次脉冲发射前的空闲间隔, 在接收端估计环境中的杂波与噪声分布统计特性。然后, 发射端发射脉冲信号, 经目标与环境调制后由接收机接收, 并对其携带的目标和环境信息实时地分析处理。最后, 雷达利用反馈信息并在现有知识和准则下自适应设计和发射最优波形以实现目标与环境最佳匹配, 提高雷达系统性能, 同时为下次最优发射波形的设计提供更精细化的目标和环境的信息。

相比传统雷达, 认知雷达的最显著特征是引入自适应发射功能。其中基于知识辅助的自适应波形设计是自适应发射的基础, 亦是认知雷达的关键技术之一, 具有重要的研究意义, 是近年来国内外学

者关注的焦点^[3,4]。该技术旨在充分利用目标与环境知识, 综合考虑雷达系统硬件资源约束, 依据目标检测、参数估计或者抗干扰性能等优化准则, 借鉴先进的优化理论方法, 以此设计发射波形或(与)接收滤波器, 增强雷达系统性能, 其数学本质等效于如何利用优化理论求解一个非凸的高维、多约束优化问题。因此, 认知雷达波形的优化设计可归纳为3个步骤: (1)确定优化准则与波形约束条件; (2)选择优化理论; (3)波形优化性能评估。其中优化准则和约束条件的选取一般依赖于雷达任务需求、探测环境以及硬件的物理可实现性等^[5,6], 优化理论的选取通常与实际优化模型的数学特征、雷达系统性能指标以及工作任务响应时间等有关。

认知雷达波形优化设计从不同的雷达系统、任务、目标与环境相互作用的视角呈现着丰富的研究内容。根据通道构型、任务需求、目标与环境特性等, 认知雷达波形设计技术发展实现了低维度简单波形优化向高维度复杂波形设计的阶梯式演进。例如, 从雷达体制上, 根据天线配置的个数, 可分为单天线与多天线系统配置, 最典型对应的是单输入单输出(Single-Input-Single-Output, SISO)^[4,7-11]与多输入多输出(Multiple-Input-Multiple-Output, MIMO)雷达^[4,7,10,12], 其中SISO雷达仅需设计单个发射波形, MIMO雷达则需优化多个独立的波形。依据雷达系统任务指标, 优化准则可能同时包含多个函数, 波形的约束条件也可能呈现多个约束。基于雷达带宽与目标物理尺寸之间的相对关系, 雷达检测的目标模型包括点目标和扩展目标。雷达检测感兴趣目标的个数也可能包含多个。从干扰模型上, 可分为信号无关干扰与信号相关干扰^[4,7]。信号无关干扰包含色噪声, 通信干扰、压制干扰等; 信号相关干扰包含杂波、电子欺骗干扰等。根据认知雷达获取的目标与干扰特性信息准确与否, 波形设计又可分为最优设计和稳健设计^[4,7]。着眼于收

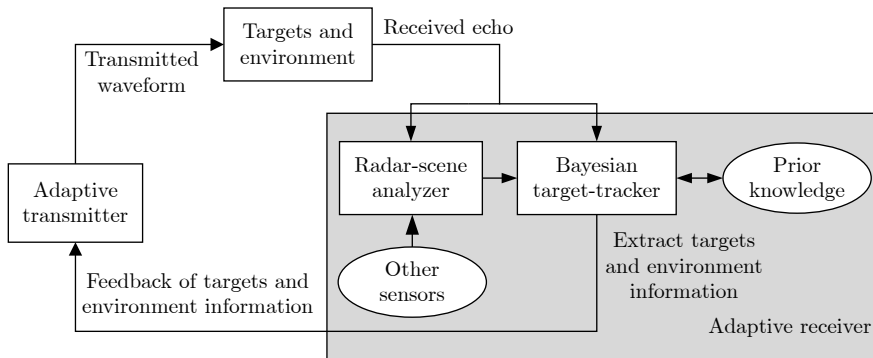


图 1 认知雷达系统原理框图^[1]

Fig. 1 Schematic diagram of cognitive radar system^[1]

发处理, 波形设计可仅为发射波形设计, 也可是收发序列联合设计。因此, 认知雷达波形优化设计的研究内容多种多样, 文献层出不穷, 本文仅以雷达波形的幅度与相位作为设计变量, 对其相关技术动态进行总结, 为其未来的研究和发展提供参考。

本文的结构安排如下: 第2节简要介绍常见的波形优化准则函数与约束条件, 第3节着重总结目前认知波形优化设计方法及研究进展, 第4节主要展望认知波形设计亟待解决的一些关键问题, 第5节总结全文。

2 波形优化准则与约束条件

认知雷达波形设计问题通常是非凸的高维多约束优化问题, 包含了波形优化准则与约束条件。优化准则主要与雷达目标检测、参数估计以及抗干扰等性能指标直接或间接相关。其中增强雷达目标检测性能的优化准则主要有:

(1) 最大化检测概率准则^[7]: 检测概率越大, 目标检测性能越好, 这种准则最为直接, 但需推导检测概率与雷达波形的关系, 求解较为复杂;

(2) 最大化信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)或者信干噪比(Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR)准则^[11]: 通常SNR或SINR越大, 检测概率越大, 因SNR或SINR更容易与发射波形建立简单的关系, 从而被考虑为常用的准则;

(3) 最大化相对熵^[13]: 表示了目标有无二元假设检验的概率密度函数之间的差异程度, 相对熵越大, 目标检测性能越好。

衡量雷达目标参数估计性能的优化准则主要有:

(1) 最小化克拉美罗界(Cramer-Rao Bound, CRB)准则^[7]: 目标参数无偏估计的CRB越小, 参数估计越精确;

(2) 最小化均方误差(Mean Square Error, MSE)准则^[8]: 目标参数估计的MSE越小, 参数估计越准确;

(3) 最大化互信息(Mutual Information, MI)准则^[9]: 雷达回波与目标冲激响应之间的MI越大, 目标参数估计越精确或者识别性能越好。

提升雷达信号分辨率、测量精度、杂波抑制以及抗电子干扰能力的优化准则主要有:

(1) 最小化加权积分旁瓣电平(Weighted Integral Sidelobe Level, WISL)^[10]或加权峰值旁瓣电平(Weighted Peak Sidelobe Level, WPSL)准则: WISL或者WPSL越小, 强目标(杂波)返回的旁瓣能量越小, 弱目标的发现概率越大, 该准则主要用于控制波形模糊函数或者MIMO雷达发射方向图形状, 减少多目标之间的相互干扰, 提高多目标检测性能;

(2) 最小化模板匹配误差准则^[10]: 多用于方向图、模糊函数、波形频谱模板匹配, 匹配误差越小, 拟合效果越好、抗干扰能力越强。

波形约束条件主要包含以下4种:

(1) 能量约束^[11]: 约束发射波形能量在某个区间, 通常由雷达系统发射机或者雷达最大探测距离决定;

(2) 恒模约束或者峰均功率比(Peak-to-Average-power Ratio, PAR)约束^[10]: 限制波形幅度动态范围, 旨在让雷达非线性放大器工作在最大效率状态(饱和或者临近饱和状态), 避免输出波形非线性失真;

(3) 相似性约束^[11]: 约束设计波形与某个参考波形相似, 以获得参考波形某些特性;

(4) 频谱约束^[10]: 约束雷达波形中某些频段传输的能量, 旨在保证雷达与某些电子系统频谱共存。

需要指出的是, 在某些认知雷达波形优化问题中, 上述优化准则函数可建模为约束条件, 某些约束条件也可包含在优化准则中。

3 认知雷达波形优化设计

认知波形设计的关键在于如何利用目标/干扰特性知识以实现强干扰环境中感兴趣目标信息的最大化提取。因此, 在给定的优化准则与约束限制下, 目标与干扰特性知识将极大地影响着波形设计。对此, 本文根据不同的目标及干扰类型, 分别介绍认知波形的研究进展。具体而言, 从接收端回波模型出发, 认知波形设计需测定干扰回波因而要求干扰的位置、功率、散射特性、2阶统计量以及功率谱等详尽的先验知识。若直接从发射端考虑, 只需干扰功率、位置、占有频带等简单知识。针对前者, 根据干扰回波与信号相关与否, 笔者将认知波形设计分为信号无关与信号相关干扰环境下的波形设计, 进一步基于目标类型, 划分为点目标与扩展目标模型的波形设计, 设计准则函数主要以SNR、SINR、检测概率、MI、MSE与相对熵等为主。针对后者, 依据现有文献总结, 笔者将认知波形优化设计分为3大类: 基于局部模糊函数赋形、频谱赋形与MIMO雷达波束方向图赋形的认知波形设计, 优化准则目标函数以WISL, WPSL与模板匹配误差等为主, 需要说明的是, 后者通常可为从接收端回波模型出发的认知波形设计提供详细的目标与干扰信息。

3.1 信号无关干扰环境下的认知波形优化设计

白噪声干扰下, 无论波形形式如何, 发射波形能量的大小直接决定了目标检测概率、参数估计性能等; 而对于色噪声及其他独立于发射波形的干扰

环境,目标检测概率、参数估计性能将极大地依赖于雷达发射波形。下面基于点目标与扩展目标模型,分别从SISO体制与MIMO体制介绍了信号无干扰环境下的认知波形设计。

3.1.1 点目标模型的SISO雷达波形设计

考虑图2描述的信号无干扰环境下SISO雷达的静止点目标回波最优检测模型,不失一般性,本文考虑实际的信号处理是基于离散的时间信号。则回波经过最佳滤波器后在延时 $t = \tau$ 的输出为

$$y(\tau) = \alpha \mathbf{w}^H \mathbf{s} + \mathbf{w}^H \mathbf{n} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 表示FIR滤波器系数矢量, $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ 表示离散发射波形矢量, $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_N]^T$ 信号无关干扰矢量, $(\cdot)^H$ 与 $(\cdot)^T$ 分别表示共轭转置与转置。通常情况下,SNR或者SINR越大,检测概率越高。因此,可通过考虑最大化SNR准则设计最佳滤波器为 $\mathbf{w} = \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}$,进而 $\text{SNR} = \text{E} [|\alpha|^2] \mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}$,其中 $\mathbf{R}_n = \text{E} [\mathbf{n} \mathbf{n}^H]$ 表示信号无关干扰相关矩阵。基于SNR或者SINR准则设计的最佳滤波器不仅与发射波形有关,还与干扰矩阵的2阶统计量有关。当信号无关干扰为高斯白噪声时,则有 $\mathbf{R}_n = \sigma^2 \mathbf{I}$,其中 σ^2 为高斯白噪声功率, $\mathbf{w} = \sigma^2 \mathbf{s}$ 退化为匹配滤波器,则回波SNR与波形具体形式无关,只与波形能量有关。

Bergin等人^[14]推导了SNR的上下限为

$$\frac{\text{E} [|\alpha|^2] \|\mathbf{s}\|^2}{\lambda_{\max}} \leq \text{SNR} \leq \frac{\text{E} [|\alpha|^2] \|\mathbf{s}\|^2}{\lambda_{\min}} \quad (2)$$

其中, λ_{\max} 与 λ_{\min} 分别表示了 \mathbf{R}_n 最大与最小特征值。文献^[14]将信号无关干扰建模为窄带高斯白噪声(即功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)集中在某一个或几个频带内较大,其余频带内较小),并提出了3种方法设计发射波形:(1)选择色噪声相关矩阵 \mathbf{R}_n 的最小特征值 λ_{\min} 对应的特征矢量为最优波形矢量;(2)选择求和 \mathbf{R}_n 的特征值小于等于噪声电平的对应特征向量作为发射波形;(3)考虑加权求和方法2中特征向量,其中权系数的选择使得设计的波形接近于某种期望的波形(如线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号)。

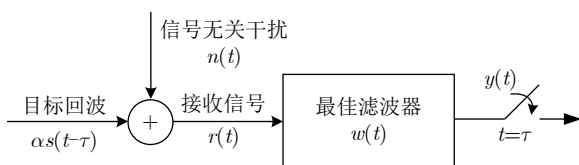


图 2 静止点目标回波检测模型

Fig. 2 Signal model for still point target detection

3种方法可以提高雷达系统的SNR,相应的波形频谱都在干扰频带内有明显的凹口。从信号处理的角度看,时域卷积等于频域乘积,发射波形频谱应与干扰频谱失配,即当回波包含有干扰时,接收滤波器应当在干扰对应的频段置零,使得更少的干扰能量通过,从而提升回波SNR。然而,上述方法设计的波形通常具有较高的PAR,差的模糊函数特性(比如:差的距离分辨率,高的峰值旁瓣电平(Peak Sidelobe Level, PSL)),不利于提高实际工程应用中发射机功率利用率,实用性较差。此外,尽管方法3可通过设计权系数控制波形的某些特征,但不能保证SNR的最优性。为此,Jian Li等人^[11]首次引入了波形相似性约束

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{s}} \quad & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s} \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon, \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon$ 为波形相似性约束, \mathbf{s}_0 为参考波形,具有良好的波形模糊函数特性, ϵ 为相似性参数, $\mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1$ 约束了波形能量为常数。Jian Li等人^[11]提出SWORD (Signal Waveform's Optimal-under-Restriction Design)方法得到最优波形,结果表明:优化的波形PSD能量主要集中在干扰PSD能量较小的频带,优化的SNR性能相比前3种方法有较大提升,此外,越小的 ϵ ,设计的波形具有较低的SNR但具备更好的自相关函数特性。

为了使得雷达系统与通信系统频谱共存,Augusto Aubry等人^[15]建模干扰相关矩阵为高斯白噪声、通信干扰与窄带连续电子干扰的相关矩阵求和,并在优化模型(3)中加入频谱约束,

$$\mathbf{s}^H \mathbf{R}_I \mathbf{s} \leq E_I \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{R}_I = \sum_{k=1}^K w_k \mathbf{R}_I^k, \quad \mathbf{R}_I^k(m, n) = \begin{cases} \frac{e^{j2\pi f_{k_2}(m-n)} - e^{j2\pi f_{k_1}(m-n)}}{j2\pi(m-n)}, & m \neq n \\ f_{k_2} - f_{k_1}, & m = n \end{cases}$$

$\mathbf{s}^H \mathbf{R}_I \mathbf{s}$ 表示了雷达波形在 K 个通信系统的互不相交的频带上 $\Omega = \bigcup_{k=1}^K \{f_{k_1}, f_{k_2}\}$ 频谱能量总和。为了确保在相同谱段的雷达和无线通信设备共存,需要让发射波形在交叠的频谱上的能量低于 E_I 。作者提出一种基于SDP(Semi-Definite Programming)与秩一矩阵分解理论求解上述问题。具体而言,通过利用 $\mathbf{S} = \mathbf{s} \mathbf{s}^H$,则文献^[15]的优化问题(即包含频谱约束的优化问题(3))可等价转换为

$$\begin{aligned}
 & \max_{\mathbf{S}} \text{tr}(\mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{S}) \\
 & \text{s.t.} \quad \text{tr}(\mathbf{S} \mathbf{S}_0) \geq \delta_\epsilon, \\
 & \quad \text{tr}(\mathbf{S}) = 1, \\
 & \quad \text{tr}(\mathbf{S} \mathbf{R}_I) \leq E_I, \\
 & \quad \mathbf{S} = \mathbf{s} \mathbf{s}^H
 \end{aligned} \tag{5}$$

其中, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, $\mathbf{S}_0 = \mathbf{s}_0 \mathbf{s}_0^H$, $\delta_\epsilon = (1 - \epsilon/2)^2$ 。通过松弛最后一个非凸的秩一约束, 上述问题是一个凸的SDP问题, 可求助凸优化理论得到其最优解 \mathbf{S}^* 。进一步地, 利用秩一矩阵分解理论可得到文献[15]的问题的最优解 \mathbf{s}^* 。需要说明的是, 目前基于SDP与秩一矩阵分解理论可最多求解4个凸或者非凸的二次约束, 此外求解SDP问题需要较大的计算复杂度, 不利于工程实现。对此, 唐波等人[16]提出了一种基于ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers)的快速算法。具体来讲, 针对频谱约束, 引入一个辅助变量 $\mathbf{z} = \mathbf{s}$, 文献[15]的优化问题可等价转换为

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{s}, \mathbf{z}} -\mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s} \\
 & \text{s.t.} \quad \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon, \\
 & \quad \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1, \\
 & \quad \mathbf{z} = \mathbf{s}, \\
 & \quad \mathbf{z}^H \mathbf{R}_I \mathbf{z} \leq E_I
 \end{aligned} \tag{6}$$

上述问题的增广拉格朗日函数为

$$L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}) = -\mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s} + \Re \{ \boldsymbol{\mu}^H (\mathbf{z} - \mathbf{s}) \} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{s}\|^2 \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{\mu}$ 是拉格朗日函数乘子, $\rho > 0$ 是惩罚因子。给定 $\mathbf{s}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}$ 的初始值, 根据ADMM理论, 文献[16]通过一个迭代步骤序列地最小化 $L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu})$ 。具体而言, 固定 $\mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}$, 最小化 $L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu})$ 求解 \mathbf{s} , 然后固定 $\mathbf{s}, \boldsymbol{\mu}$, 最小化 $L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu})$ 求解 \mathbf{z} , 进一步根据一定规则更新 $\boldsymbol{\mu}$, 重复上述步骤直到收敛。需要说明的是, 针对凸问题, ADMM能够保证收敛到全局最

优解, 然而针对非凸问题, 其收敛性仍是一个开放性问题。结果表明: 两种数值方法能得到相同的波形, 然而ADMM在计算时间上优于SDP与秩一分解理论; 此外, 设计的波形均能够折中考虑SNR、频谱共存与自相关函数特性, 相应的 PSD在干扰的频带处产生了明显凹口。为了使得设计的波形具有低的PAR值, 葛鹏等人[17,18]通过联合优化SINR与阻带频谱能量, 提出相似性与恒包络限制的波形设计技术。图3展示了文献[17]部分仿真结果, 可知随着相似性参数增大, SINR升高与阻带电平减小, 抗通信干扰、窄带电子干扰能力越强, 然而波形自相关特性变差。

为了提高起伏/非起伏运动目标检测性能, Antonio De Maio等人[19]扩展上述快时间波形至慢时间域, 并根据NP(Neyman-Pearson)准则, 推导了检测概率与SNR的关系, 针对实际应用场景, 建立了基于SNR准则的多约束波形优化模型, 使得优化波形具有某种优良属性。通过建模干扰矩阵为指数形式模型, 文献[19]提出相似性、能量与CRB约束的波形优化算法, 提升了在一定多普勒估计精度下的目标检测性能。假定目标多普勒位于一个区间, Antonio De Maio等人[20]通过最大化最坏的SNR, 提出了基于SDP的多普勒鲁棒性波形优化技术。针对恒模与相似性限制下的波形相位连续与离散情况, Antonio De Maio等人[21]提出基于SDP与高斯随机化的优化方法, 余显祥等人[22,23]提出基于快速高效的坐标下降(Coordinate Descent, CD)优化算法, 大大减少了计算量, 提升了SNR, 更利于工程实现。图4与图5展示了文献[23]部分CD算法的仿真结果, 其中P3码作为参考码, 能量约束曲线表示仅考虑波形能量约束下的检测性能曲线, 可知相似性参数越大, 检测概率越高, 然而模糊函数特性更加恶化。

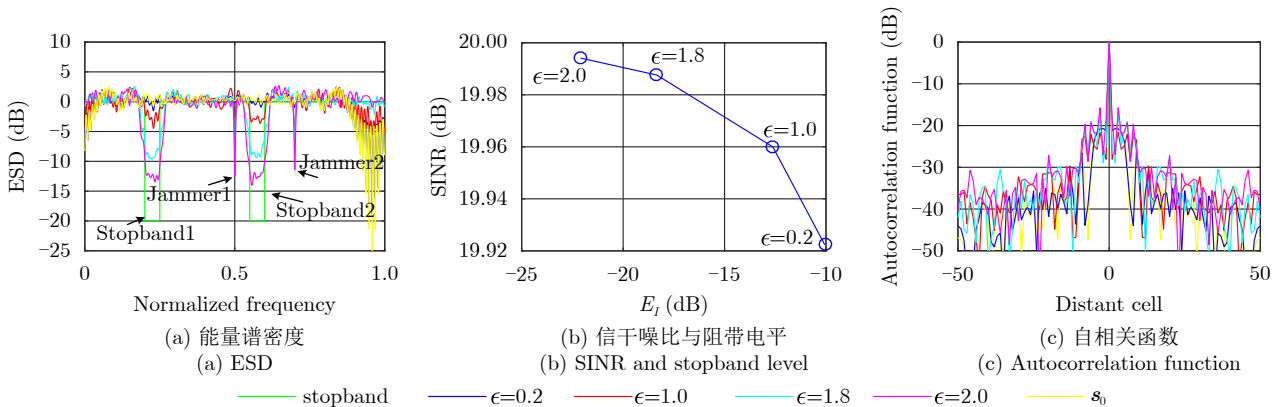


图3 不同相似性参数下的能量谱密度、信噪比、阻带电平与自相关函数[17]

Fig. 3 ESD, SINR, stopband level and autocorrelation function versus different ϵ [17]

3.1.2 扩展目标模型的SISO雷达波形设计

当目标的尺寸超过了雷达系统距离分辨单元的大小, 目标回波不再是单色波, 需要将目标回波看作是在雷达视线方向上的多个散射点在一定扩展区域的回波的叠加, 这类目标被称为距离扩展目标。区别于上述点目标模型, 基于信号无关干扰环境下的认知雷达波形设计性能也将依赖于扩展目标模型。

考虑目标回波由发射信号经过一个因果冲激响应(也称为目标脉冲响应(Target Impulse Response, TIR)) $h(t)$ 得到, 干扰回波为高斯白噪声, Bell^[9]从TIR频域的角度以最大化SNR与MI为准则首次推导了确定TIR与随机TIR下的最优波形, 前者优化的波形将能量分配给目标功率谱密度较强的几个频带内, 后者得到的是注水波形。Amir Leshem等人^[24]推广上述工作至多个扩展目标参数估计, 通过最大化加权求和多个目标MI, 提出功率约束的对偶理论最优波形设计方法。范梅梅等人^[25]将通过线性求和多个目标的TIR等效为一个目标的TIR, 最大化接收信号与该目标TIR的MI以提高多目标的识别能力。Goodman等人^[26]通过最大化MI准则, 将序列假设检验应用于认知波形设计以提高多个扩展目标识别性能, 实现了雷达系统知识的闭环更新。然而, 上述方法都只考虑简单的波形能量约束, 获得的波形具有高的PAR值与差的模糊函数特性, 不

利于最大化发射机功率, 同时难以解决多个波形约束的问题。

假定TIR离散形式为 $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_P]^T$, 定义TIR矩阵 \mathbf{H} 为

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ h_P & h_{P-1} & \dots & 0 \\ 0 & h_P & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h_P \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{(N+P-1) \times N} \quad (8)$$

式(8)是一个Toeplitz矩阵, 其中, P 为扩展目标跨距离单元的个数, N 为发射码字长度。则基于信号无关干扰与扩展目标的回波信号可表示为

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (9)$$

基于此模型, 为了利于雷达非线性放大器工作在最大效率状态, 张劲东等人^[27]推导了SNR的表达式, 研究了确定TIR下最大化SNR的恒模波形设计问题,

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{s}} \quad & \mathbf{s}^H \mathbf{H}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{H} \mathbf{s} \\ \text{s.t.} \quad & |s_n| = 1, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (10)$$

其中 s_n 表示了向量 \mathbf{s} 中的第 n 个元素。通过将波形约束变换到相位约束, 文献^[27]提出一种唯相共轭梯度优化计算方法。魏轶旻等人^[28]提出基于SDP和一维交互迭代的优化方法, 数值结果表明该方法能够准确逼近全局最优解。然而共轭梯度与SDP算法具有大的计算复杂度。唐波^[29]提出一种基于交替投影的快速优化算法, 解决更一般的PAR与能量约束问题,

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{s}} \quad & \mathbf{s}^H \mathbf{H}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{H} \mathbf{s} \\ \text{s.t.} \quad & \text{PAR}(\mathbf{s}) \leq \eta \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{s} \leq 1 \end{aligned} \quad (11)$$

其中, PAR约束定义为

$$\text{PAR}(\mathbf{s}) = \frac{\max_n |s_n|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |s_n|^2} \quad (12)$$

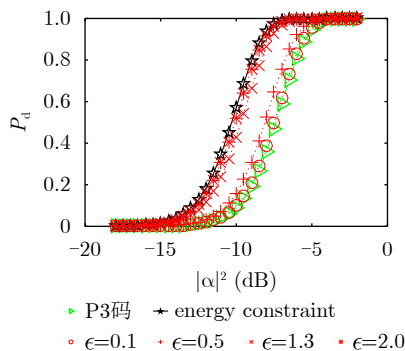


图 4 检测概率随着不同目标功率变化图^[23]

Fig. 4 Detection probability versus target power^[23]

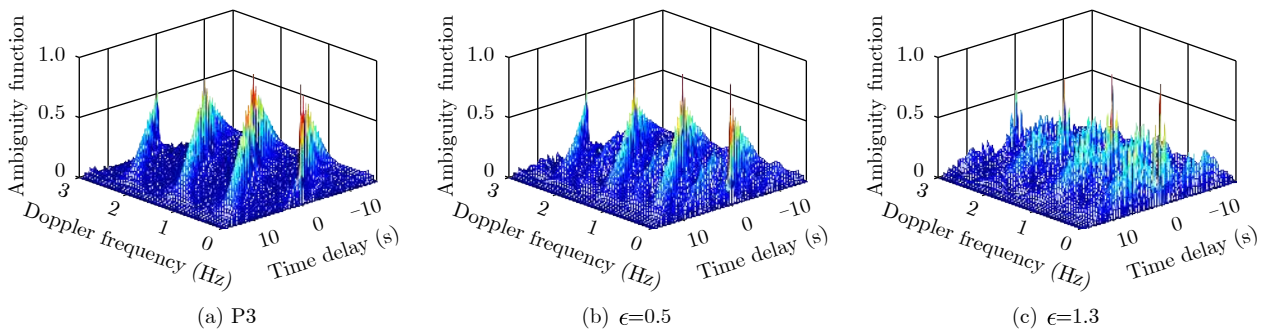


图 5 不同相似性参数下的模糊函数^[23]

Fig. 5 Ambiguity function versus different ϵ ^[23]

η 是PAR上限, 数值结果表明, 相比于现有的梯度法以及SDP算法, 该算法所设计的恒模波形信噪比与二者相当, 但算法实现难度明显变小, 计算复杂度明显降低。在此基础上, 唐波等人^[30]通过建模 \mathbf{H} 和干扰协方差矩阵的不确定集合满足二次相似性约束, 提出了基于SDP的稳健波形设计方法, 付月等人^[31]研究了目标TIR矩阵不确定度下的稳健恒模波形设计方法。

3.1.3 点/扩展目标模型的MIMO雷达波形设计

相比SISO体制雷达, MIMO雷达通过多个发射天线发射不同的波形, 具有更好的探测、定位、抗干扰能力。基于目标/干扰知识的认知MIMO雷达波形设计也受到了国内外学者的关注。

为了提高点目标方位或者散射系数的估计性能, Jian Li等人^[32]提出基于CRB准则的波形优化设计技术。Wasim Huleihel等人^[33]通过最小化贝叶斯CRB, 研究了目标方位参数估计的自适应波形设计方法。基于Chernoff下限与MI准则, Antonio De Maio等人^[34]研究了空时慢时间最优波形设计算法, 验证了MIMO雷达系统目标检测与参数估计性能的优越性, 在此基础上, Augusto Aubry等人^[35]提出抗高斯杂波的发射波形优化方法, 提升了非高斯目标探测能力, 并分析Chernoff下限与MI准则的适用条件。Emanuele Grossi等人^[36]考虑了基于相对熵准则空时编码设计方法。为了提升多目标检测能力, Li Wang等人^[37]推广了文献^[30]的工作至MIMO体制, 通过利用序列多假设检验, 提出基于相对熵准则的SDP优化技术。

针对扩展目标识别与分类问题, 文献^[38,39]提出基于MI与MSE准则下的波形设计技术, 结果表明干扰为高斯白噪声时, 针对目标PSD精确已知的情况, 两种设计准则可得到一致的最优波形, 反之, 两种准则获得不同的波形。唐波等人^[40]扩展干扰至色高斯噪声, 推导了能量约束下的最优波形, 结果表明最优波形与目标响应和色噪声相关矩阵匹配, 同年, Wenshu Zhang等人^[41]证明了MI与MSE两种准则的最优波形呈现不同形式, 并通过引入归一化MSE (Normalized MSE, NMSE)准则, 研究了目标与干扰知识非精确情况下的鲁棒波形优化方法, 证明了MI, MSE与NMSE准则设计的波形均不一样, 文献^[42]深入探讨了MSE与NMSE准则的最优波形矩阵与目标响应矩阵、色噪声相关矩阵之间的关系。王鹏等人^[43]推导了检测率、虚警率与发射波形关系的表达式, 并基于相对熵和散度准则, 推导了最优检测波形的闭式解, 结果表明两种准则对应的最优波形是一致的。

3.2 信号相关干扰环境下的认知波形设计

色噪声干扰与发射波形无关, 其干扰回波与目标回波容易通过波形设计进行分离。信号相关杂波, 即是发射信号经不同于目标的延时或多普勒频移后的无关回波, 其可以由多径效应产生, 亦可由电子干扰机发射, 与发射波形存在极强的相关性。因此, 它与目标回波之间存在很强的相似性, 易对微弱目标检测产生影响。

3.2.1 点目标模型的SISO雷达波形设计

为了改善信号相关杂波下高斯点目标检测性能, Steven Kay等人^[44]依据NP准则, 推导了能量约束下的最优波形频域是注水法表达式, 即波形能量谱密度(Energy Spectral Density, ESD)集中在干扰与噪声能量较小的频带, 从而抑制杂波。Sandeep Sira将常用的复合高斯海杂波模型用于波形设计问题中, 通过估计杂波的时变参数, 最小化感兴趣距离单元的周围杂波能量来设计相位调制波形^[45]。然而在某些强杂波环境下, 仅从发射端设计波形难以达到理想的探测性能。

Petre Stoica等人^[8]建立了相邻距离单元杂波下的回波离散模型

$$\mathbf{r} = \alpha \mathbf{s} + \mathbf{c} + \mathbf{n} \quad (13)$$

其中, \mathbf{n} 为高斯白噪声矢量, 信号相关杂波 \mathbf{c} 建模为该感兴趣目标单元前后 $N-1$ 个独立杂波块的叠加, 即

$$\mathbf{c} = \sum_{k=-N+1, k \neq 0}^{N-1} \alpha_k \mathbf{J}_k \mathbf{s} \quad (14)$$

其中, α_k 为第 k 个距离单元上杂波的复幅度, \mathbf{J}_k 为移位矩阵^[8]。为了提高目标散射系数 α 的估计性能, Petre Stoica等人^[8]通过利用目标与杂波在距离维的差异性, 研究了基于MSE准则的发射波形与接收滤波器联合设计问题,

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}, \mathbf{s}} \mathbb{E} \left\{ \left| \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{r}}{\mathbf{w}^H \mathbf{s}} - \alpha \right|^2 \right\} &= \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}(\mathbf{s}) \mathbf{w}}{|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2} \\ \text{s.t.} \quad \text{PAR}(\mathbf{s}) &\leq \eta \\ \mathbf{s}^H \mathbf{s} &= 1 \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{R}(\mathbf{s}) = \sum_{k=-N+1, k \neq 0}^{N-1} |\alpha_k|^2 \mathbf{J}_k \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{J}_k^T + \sigma^2 \mathbf{I}$ 。上式可知, 最小化MSE准则等于最小化干扰能量与目标能量的比值, 因此该准则等效于最大化SINR准则。为了求解上述问题, 针对恒模约束, 文献^[8]采用梯度下降法从时域直接求解发射波形与相应的滤波器; 对于低PAR约束, 先从频域求解最优波形的ESD, 进而采用循环算法(Cyclic Algorithm, CA)进行时域合成。Mojtaba Soltanalian等人^[46]提

出基于PML (Power-Method Like)的波形时域直接合成方法,对比CA与梯度下降算法,该算法具有更低MSE与计算复杂度,适用于长序列设计。为了保证波形具有良好的模糊函数特性与频谱共存能力, Augusto Aubry等人^[47]通过最大化SINR,提出相似性、能量与频谱约束下的发射与接收联合设计方法

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{s}} & \frac{|\alpha|^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}) \mathbf{w}} \\ \text{s.t.} & \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \varepsilon, \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1, \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_I \mathbf{s} \leq E_I \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{s}) = \sum_{k=-N+1, k \neq 0}^{N-1} |\alpha_k|^2 \mathbf{J}_k \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{J}_k^T + \mathbf{R}_n$, \mathbf{R}_n 是信号无关干扰协方差矩阵。文献^[47]提出了一种序列迭代优化的算法求解上述问题,具体为给定 \mathbf{s} ,通过MVDR (Minimum Variance Distortionless Response)方法最大化SINR,可得到最优的 \mathbf{w} ,然后给定 \mathbf{w} ,通过SDP与秩一矩阵分解理论最大化SINR得到最优的 \mathbf{s} ,最后重复上述过程直到收敛。需要指出的是,该迭代算法能够保证SINR单调递增至收敛,但是全局最优性仍无法保证。借鉴类似的迭代思想, Xu Cheng等人^[48]利用目标与杂波极化知识以最大化最坏SINR,提出相似性与能量约束下的稳健发射与接收滤波器组联合设计方法,优化了目标角度不确定性导致的检测性能损失。

为了提升距离模糊杂波下运动目标的检测性能,文献^[49]扩展快时间信号接收模型式(13)至慢时间域,并基于匹配滤波器推导了慢时间波形模糊函数表达式,在此基础上,基于杂波与目标的多普勒差异性,提出恒模限制下的局部模糊函数赋形方法。然而,针对强的距离模糊杂波,匹配滤波器提升回波SINR有限。为了进一步提高抗距离模糊杂波自由度,文献^[49]提出基于SDP的发射与接收联合设计方法,解决波形多约束下的最大化SINR问题^[7],实现了发射与接收的互模糊函数在干扰区域置零,有效提升了抗距离模糊杂波能力。为了克服目标多普勒不确定性导致检测性能下降的问题,文献^[50]研究了基于SINR准则的稳健发射与接收联合设计方法;文献^[51]针对目标可能的多普勒频移设计不同的滤波器,提出稳健发射与接收滤波器组的联合设计方法,相比文献^[50],该方法能有效提升回波SINR,增强了动目标检测性能,但计算复杂度高。崔国龙等人^[52]针对杂波干扰协方差非精确已知问题,提出恒模限制下快速的鲁棒性联合设计方法,并延伸至抗速度欺骗干扰。

3.2.2 扩展目标模型的SISO雷达波形设计

为了提高色噪声与信号相关杂波环境下扩展目标检测性能, Unnikrishna Pillai等人^[53]通过联合优化发射波形与接收滤波器最大化目标检测SINR,结果表明设计的波形优于LFM,但该方法难以得到闭式解。针对确定TIR与随机TIR两种情况, Ric Romero等人^[54]分别提出基于SINR与MI准则的抗信号相关杂波的最优波形设计方法。纠博等人^[55]提出通用的注水法以最大化目标回波与不同类目标特性差别之间的互信息,提高多目标识别性能。郝天铎等人^[56]考虑了PAR与能量约束下的最大化SINR问题,提出基于凸优化的发射与接收联合设计方法。针对目标脉冲响应矩阵与杂波协方差矩阵不确定性,崔国龙等人^[57]研究了恒模约束下的稳健的联合优化方法。图6给出了文献^[57]部分仿真结果,其中W-SINR表示最坏的SINR, ρ_c 表示杂波响应矩阵的不确定度,可知不确定参数越大,杂波知识越不准确,最坏SINR性能下降,然而稳健设计优于非稳健设计。

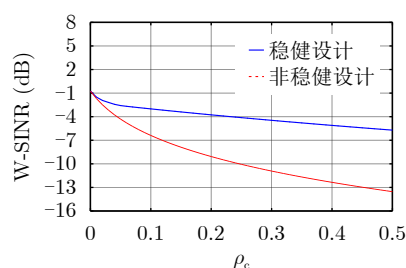


图 6 最坏信干噪比随着杂波不确定参数变化^[57]

Fig. 6 Worst SINR versus uncertain parameter^[57]

3.2.3 点/扩展目标模型的MIMO雷达波形设计

类似于考虑SISO体制下的信号相关干扰优化准则与波形约束条件,一系列基于MIMO体制的优化问题与相应的优化技术被提出。文献^[58]考虑了基于SINR准则下的发射波形设计的问题,并针对目标与杂波知识精确已知与部分已知两种情况分别提出了最优与次优的波形设计方法。文献^[59]提出了波形预编码矩阵与接收滤波器联合设计的优化方法,提高了多目标检测能力。需要说明的是上述问题中仅考虑了简单的波形约束条件(比如:发射波形能量约束),因此优化的波形具有差的模糊函数特性、大的PAR值、不具有频谱共存能力等。为此,文献^[60-66],通过以SINR、相关函数电平、信息论等为优化准则,考虑更加实际的约束,比如:恒模、相似性、频谱、PAR、能量等约束(或者它们的组合),提出一系列先进的发射波形或者收发联合设计技术,增强了单(多)个点目标检测能

力。针对目标或者杂波知识不确定情况下的目标检测问题, 文献[67-70]提出了多约束条件下的鲁棒波形优化技术。上述工作主要围绕快时间域波形设计以提高目标检测、参数估计性能。为了提升距离模糊杂波环境下动目标检测能力, 通过假定杂波协方差知识非精确已知, 基于SINR准则, Seyyed Mohammad Karbasi等人[71]提出能量与相似性约束下的稳健慢时间发射与接收设计方法, 提高了地/海杂波环境下的动目标检测能力; 针对目标方位与多普勒的不确定性而导致检测性能下降问题, 崔国龙等人[72]研究了恒模与相似性约束下的稳健联合设计方法, 增强了雷达系统抗非均匀与均匀杂波的能力, 如图7所示给出了均匀杂波环境下的互模糊函数图(对应于文献[72]中图9的互模糊函数的投影图), 可见优化的波形与滤波器在杂波区域实现了凹口, 同时目标峰值被显现, 然而使用传统的LFM编码信号无法抑制杂波干扰。

为了提高扩展目标检测性能, Chun-Yang Chen等人[73]考虑了基于SINR准则的发射与接收联合设计问题, 提出单调递增SINR的迭代算法, 同时研究了目标脉冲响应矩阵不确定时的稳健发射与接收联合优化方法, Seyyed Mohammad Karbasi等人[74]通过联合优化天线功率、发射波形以及接收滤波器提高SINR。针对目标识别与分类问题, Tofigh Naghibi等人[75]提出基于MSE准则下的发射波形优化方法, 唐波等人[76]建立了基于统计与共置MIMO雷达统一的回波模型, 并通过最大化MI研究了频谱约束下的波形设计方法, 保证了雷达系统的频谱共存能力。

3.3 基于局部模糊函数赋形的认知波形设计

波形模糊函数的体积不变性使得整个模糊函数的ISL为一个定值, 无法通过设计波形进行优化。通过利用环境先验知识, 在特定距离-多普勒单元能分配更低的旁瓣能量, 能有效抗多径干扰、地/

海杂波的距离-多普勒旁瓣干扰及强散射体在特定距离-多普勒单元的旁瓣遮蔽, 其等效于优化发射波形以最小化WISL来实现局部模糊函数旁瓣电平能量重新分配, 减少强目标/杂波扩散的旁瓣对微弱目标检测的影响。

Petre Stoica等人[10]提出加权的新循环算法(Weighted Cyclic Algorithm-New, WeCAN), 解决恒模约束下最小化自相关函数的WISL问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} \text{WISL} &= \sum_{k=1}^{N-1} \chi_k |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_k \mathbf{s}|^2 \\ \text{s.t.} \quad &|s_n| = 1, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (17)$$

其中, χ_k 是在第 k 个延迟单元的加权系数, 可基于环境先验信息自适应的变化设定其值, 从而抑制相应距离单元杂波(或者多径)的积累。为了实现雷达与通信系统频谱共存, Hao He等人[10]考虑PAR约束下联合优化WISL与频谱阻带能量, 提出加权阻带的新循环算法(Weighted Stopband Cyclic Algorithm-New, WeSCAN), 其优化模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} \gamma \sum_{k=1}^{N-1} \chi_k |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_k \mathbf{s}|^2 &+ (1 - \gamma) \mathbf{s}^H \mathbf{R}_I \mathbf{s} \\ \text{s.t.} \quad \text{PAR}(\mathbf{s}) &\leq \eta \\ \mathbf{s}^H \mathbf{s} &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

其中, γ 是加权系数。优化的波形折中了脉冲压缩特性与频谱共存能力。需要指出的是, WeCAN与WeSCAN算法并不直接求解上述WISL或者加权的目标函数, 而是变换目标函数到频域, 然后基于一个近似等价的目标函数, 利用FFT算法进行高效求解, 适用长序列设计, 但是WISL下降有限。针对波形连续与离散相位两种情况, 崔国龙等人[77]提出恒模限制下(即 $\eta = 1$)的CD算法直接优化上述目标函数。CD算法是基于一种交替最小化迭代的思

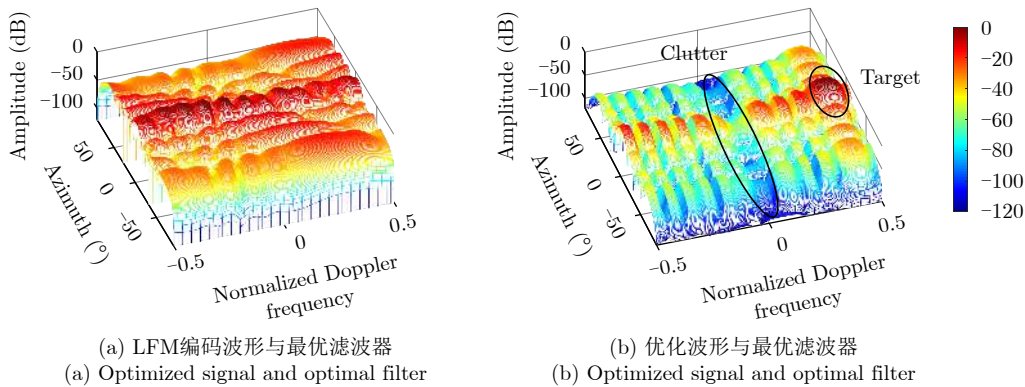


图7 互模糊函数[72]

Fig. 7 Cross ambiguity function[72]

想, 每一步只优化 \mathbf{s} 中的某一个元素。具体来讲, 赋予 \mathbf{s} 一个初始值, 固定除去 \mathbf{s} 中第 n 个元素的剩下元素, 优化 \mathbf{s} 中的第 n 个元素, 则上述问题在恒模约束下可化简为

$$\begin{aligned} \min_{\varphi_n} & a_{0,n} + a_{1,n} \cos \varphi_n + a_{2,n} \sin \varphi_n \\ & + a_{3,n} \cos 2\varphi_n + a_{4,n} \sin 2\varphi_n \\ \text{s.t. } & \varphi_n \in [0, 2\pi) \text{ or } \frac{2\pi}{M} [0, 1, \dots, M-1] \end{aligned} \quad (19)$$

其中, φ_n 是 \mathbf{s} 中第 n 个元素的相位, $a_{i,n}, i = 0, 1, \dots, 4$ 是与 φ_n 无关的常数, M 是离散相位个数。针对连续情况, 上述问题可通过求导, 进而通过求解一元四次方程得到最优解。针对离散情况, 可通过一维遍历搜索得到最优解。通过更新 φ_n 并增加 n , 继续求解上述问题直至收敛。需要指出的是, CD算法能够保证目标函数值单调减少至收敛, 其解的全局最优性无法保证。相比WeSCAN, 数值结果表明了CD算法快速地实现了更低的目标函数值, 更利于工程实现。图8展示了不同离散相位个数下的自相关函数与ESD, 随着离散相位个数 M 增加, WISL与阻带能量越小。

通过引入 p 范数, 文献[78]提出高效的Majorization–Minimization (MM)算法, 考虑了多种约束条件下的局部模糊函数优化模型

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} & \sum_{k=1}^{N-1} \chi_k |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_k \mathbf{s}|^p \\ \text{s.t. } & C(\mathbf{s}) \end{aligned} \quad (20)$$

当 $p = 2$ 与 $p \rightarrow \infty$, 目标函数分别退化成WISL与WPSL, $C(\mathbf{s})$ 为波形约束条件, 分别表示(1)恒模约束; (2)放松的恒模约束; (3)PAR约束; (4)相似性约束; (5)离散相位约束。MM算法亦是基于序列迭代逼近的思想, 它并不直接优化上述目标函数, 而是在每一步迭代中, 以一个逼近函数替代原目标函数。对比原目标函数, 该逼近函数更加简单, 并且

序列优化能保证原目标函数值单调递减且收敛。具体而言, 针对第 i 次迭代, 上述问题可转换为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} & f(\mathbf{s}, \mathbf{s}^{(i-1)}) \\ \text{s.t. } & C(\mathbf{s}) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $f(\mathbf{s}, \mathbf{s}^{(i-1)})$ 是原目标函数 $\sum_{k=1}^{N-1} \chi_k |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_k \mathbf{s}|^p$ 在第 $i-1$ 次迭代解 $\mathbf{s}^{(i-1)}$ 处的上界逼近函数。需要说明的是, 该逼近函数不是唯一的。文献[78]中推导了一个线性的逼近函数 $f(\mathbf{s}, \mathbf{s}^{(i-1)})$ 。因此, 相比直接求解式(20), 求解式(21)更加容易。最后求解上述问题得到 $\mathbf{s}^{(i)}$ 后并增加 i 直到收敛。

前面工作围绕于波形自相关函数优化, 若回波中存在较大的多普勒频移时, 上述方法所设计的波形不再适用。对此, 设计具有高多普勒容忍的波形或者具有特定模糊函数形状的波形受到了广泛关注。Hao He等人[79]推导了互模糊的离散形式, 并考虑了恒模与PAR约束下通过联合设计发射与接收以逼近期望的互模糊函数。然而, 该技术以一定的信噪比损失为代价对旁瓣进行抑制。针对波形相位连续与离散情况, 张劲东等人[80]以最小化波形自模糊函数匹配误差, 提出一种基于PML的优化算法, 在此基础上, Mohammad Alae-Kerahroodi等人[81]提出更加高效的CD算法。冯翔等人[82]借鉴LFM的高多普勒容忍特性, 提出具有高多普勒容忍度与低距离旁瓣的波形设计方法。Fabien Arlery等人[83]通过优化积分距离-多普勒旁瓣电平, 提出基于梯度下降的优化算法, 解决恒模约束下的局部模糊函数赋形的问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} & \sum_{k \in \Gamma} \sum_{l=1}^L \chi_k |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_k \mathbf{s}_{f_l}|^{2p} \\ \text{s.t. } & |s_n| = 1, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\Gamma = \{(k, f) | \chi_k \neq 0, f \in [f_{lb}, f_{ub}]\}$, k 表示距离单元, f 表示归一化的多普勒频率, $\mathbf{s}_f = \mathbf{p}(f) \odot \mathbf{s}$,

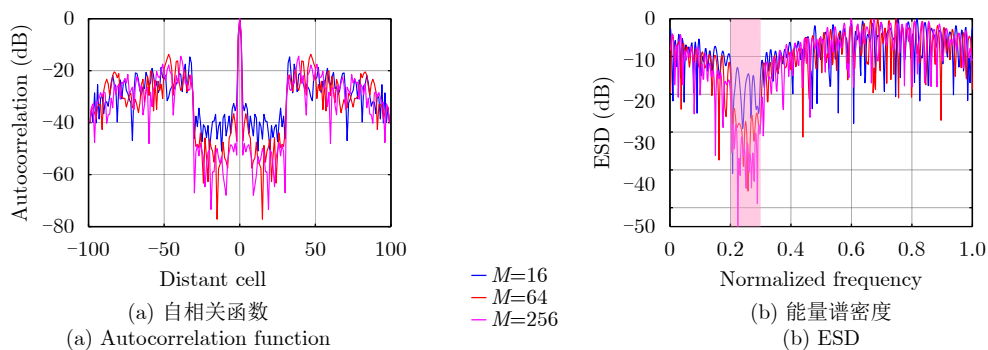


图 8 不同离散相位个数下的自相关函数与能量谱密度[77]

Fig. 8 Autocorrelation and ESD for different M [77]

$\mathbf{p}(f) = [1, e^{j2\pi f}, \dots, e^{j2\pi(N-1)f}]^T$ 表示多普勒导向矢量, \odot 表示点乘, $f_l = f_{l_0} + \Delta f_l$ 。然而梯度下降算法收敛慢, 优化效果较差。崔国龙等人^[84]提出一种基于MM的优化算法解决上述问题中 $p = 1$ 的情况, 结果表明MM算法收敛速度快, 效果好。景阳等人^[85]提出一种基于拉格朗日神经网络与多乘子交替方向(Lagrange Programming Neural Network-Alternating Direction Method of Multipliers, LPNN-ADMM)的方法, 解决WPSL准则下的局部模糊函数优化问题。为了保证频谱兼容能力, 杨婧等人^[86]研究频谱兼容下的模糊函数赋形的问题, 提出PAR限制下的四次优化快速算法, 结果表明, 四次优化算法较MM算法收敛更快, 目标函数值更低, 优化的波形可折中考虑WISL与频谱阻带能量, 可有效对抗频谱与旁瓣干扰。图9展示了在窄带电子干扰与高速强目标旁瓣干扰下检测高速弱目标的距离-多普勒2维图, 可知联合优化频谱与距离-多普勒旁瓣能有效提高弱目标检测能力。

区别于SISO雷达, MIMO雷达通过多个天线发射独立的波形, 其回波中包含了多个波形的叠加。因此, 良好的波形自相关与互相关特性有助于多波

形之间的分离, 减少相互干扰, 提高多目标检测能力。Hao He等人^[10]提出WeCAN优化方法, 解决加权的MIMO雷达波形自相关函数与互相关函数的旁瓣压缩问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}} \quad & \gamma_0 \|\mathbf{N}\mathbf{R}_s - \mathbf{I}_M\|_F^2 + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \gamma_n \|\mathbf{R}_n\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & |S_{n,m}| = 1, n = 1, 2, \dots, N, m = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{R}_n = (\mathbf{S}^H \mathbf{J}_n \mathbf{S})^T$, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]$ 为发射波形矩阵, \mathbf{s}_m 表示第 m 个天线发射的波形, $S_{n,m}$ 表示 \mathbf{S} 的第 n 行 m 列的元素。目标函数的第1项表示了延迟单元为0时, 多个波形的自相关特性与互相关特性函数构成的矩阵逼近单位阵的误差, 第2项表示了延迟单元为 n 时波形的自相关特性与互相关特性函数旁瓣电平。文献^[10]转换上述目标函数于频域, 然后构造了一个几乎等价的目标函数, 并利用FFT算法进行快速求解。崔国龙等人^[87]提出基于CD的优化算法直接求解上述问题, 并考虑了波形离散相位情况, 结果表明CD算法具有更快的收敛特性, 优化的波形具有更低的波形自/互相关的旁瓣电平, 图10给出了文献^[87]的部分仿真结果, 可

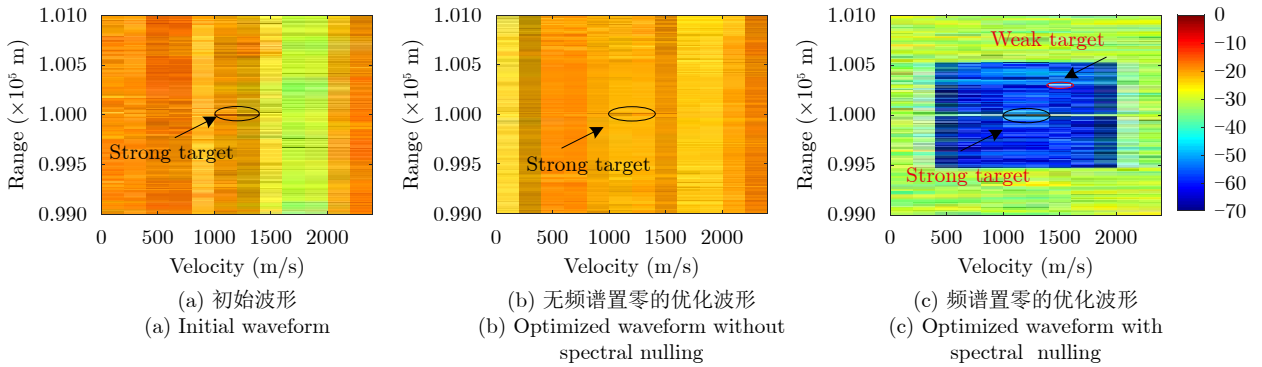


图9 距离-多普勒平面^[86]

Fig. 9 Range-Doppler plane^[86]

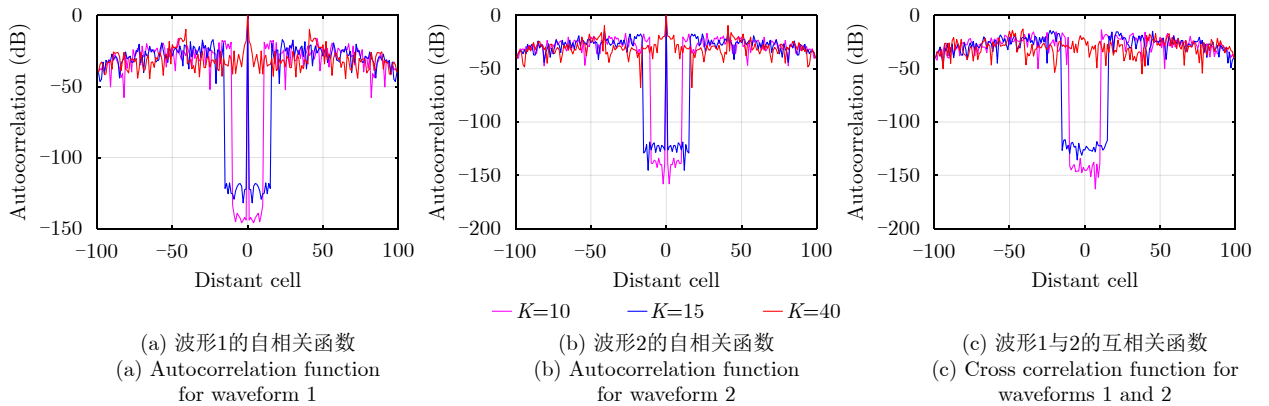


图10 相关函数^[87]

Fig. 10 Correlation function^[87]

知压缩的延迟单元个数 K 越大, WISL 越高, 在自/互相关函数压缩的延迟单元出现凹口, 可有效减少自/互相关旁瓣对待检测单元的影响。文献[88]提出了基于MM的优化算法, 对比WeCAN、CD算法、MM算法, 具有低的计算复杂度。文献[89]提出了一种基于ADMM的优化算法, 实现了对自相关与互相关感兴趣距离延迟单元的旁瓣电平的精确控制。

3.4 基于频谱赋形的认知波形设计

大量复杂电子设备的增加使得无线应用需要占用更多的频段, 频段愈发拥挤, 导致雷达与通信系统等工作频段相互重叠, 严重削弱了雷达的探测性能。认知雷达波形设计可让多种电子设备工作在同一频段, 避开同频带内不同用户间的相互干扰, 实现频谱共存。早期的技术聚焦于频点置零与严格带限技术^[90-93], 前者指通过调整波形参数使发射波形频谱在某个频率点置零, 后者是指使设计的波形满足特定频谱阻带要求。然而, 两项技术都只是简单地在某个频点或某个单一频段置零, 没有考虑复杂电磁环境中多频带干扰限制以及可能存在的其他约束条件。稀疏谱技术是近年来基于频谱赋形的波形设计主要研究方向之一, 旨在解决频谱资源稀缺下, 多种电子设备工作于同一频段相互干扰的问题。该技术通过在一定的波形约束条件下, 控制波形参数使得在干扰频带处形成陷波以抑制干扰, 实现多种电子系统频谱共存。相关工作大致可分为3类, 一是联合控制波形自相关函数特性与稀疏谱^[11,77,86,94-96], 根据维纳辛钦定理, 两者性能难以同时达到最优, 二是着眼于联合考虑波形稀疏谱与目标检测性能、参数估计性能等^[15-17,66,76], 第3种主要以最小化频谱模板与波形的频谱的均方误差, 研究多约束下频谱赋形的认知波形设计。需要提及的是, 前面两种方法已在先前的工作提及, 本节主要介绍第3种波形稀疏谱方法。

为了使得设计的波形频谱逼近期望的频谱, William Rowe等人^[97]研究了基于最小二乘拟合误差为准则的频谱模板匹配问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}, \mu, \mathbf{z}} & \|\mathbf{F}^H \mathbf{s} - \mu \mathbf{z}\|^2 \\ \text{s.t.} & |s_n|^2 = \varpi_n, n = 1, 2, \dots, N \\ & |z_n|^2 \leq a_{u_n}, n = 1, 2, \dots, N \\ & |z_n|^2 \geq a_{l_n}, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (24)$$

其中, $\mathbf{F} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$ 表示傅里叶矩阵, $\mathbf{a}_n = [1, e^{j2\pi n/N}, \dots, e^{j2\pi(N-1)n/N}]^T$ 表示傅里叶系数, ϖ_n 代表第 n 个码字的功率, μ 是尺度因子, \mathbf{z} 是期望的频谱模板, 它的第 n 个点 z_n 的功率上下限分别为 a_{u_n} 与 a_{l_n} 。文献[97]提出一种交替迭代优化算法求解

上述问题。文献[98]提出基于LPNN的优化算法, 解决恒模约束下的频谱模板匹配问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}, \mu} & \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}^H \mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^H \mathbf{s} - \mu S_n)^2 \\ \text{s.t.} & |s_n| = 1, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (25)$$

其中, S_n 是第 n 个频点的期望值。在此基础上, 唐波等人^[99]进一步提出了基于MM的快速高效算法。为了保证波形具有可期望的相关函数特性, 葛鹏等人^[100]引入了自相关函数模板匹配, 其优化模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} & \gamma \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}^H \mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^H \mathbf{s} - S_n)^2 \\ & + (1 - \gamma) \sum_{n=1}^{N-1} |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_n \mathbf{s} - r_n|^2 \\ \text{s.t.} & |s_n| = 1, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (26)$$

其中, r_n 是第 n 个延迟单元的期望的距离旁瓣。文献[100]提出了基于时频交替变换的拟合方法, 所设计的波形可较好折中自相关特性与频谱共存能力。杨婧等人^[101]推广至波形PAR约束, 提出了一种基于四次优化的高效频谱模板匹配方法, 结果如图11所示, 可知PAR越大, 拟合效果越好。

3.5 MIMO雷达波束方向图赋形设计

区别于相控阵雷达, MIMO雷达发射波束方向图与发射波形相关。本节主要集中于介绍窄带MIMO雷达波束方向图赋形。该设计主要是指通过优化理论设计发射波形的模与相位控制MIMO雷达发射能量集中于感兴趣的空域, 同时减少干扰方向能量辐射, 提高MIMO雷达回波SINR。相关工作主要分为两类, 一是两步法, 即首先合成波形协方差矩阵, 进而求解波形, 二是直接合成波形。

为了得到期望的波形协方差矩阵, Daniel Fuhrmann等人^[102]提出基于梯度搜索的优化方法, 最小化方向图模板匹配误差。Petre Stoica等人^[103]提出基于SDP的优化方法, 解决以下3种发射波束赋形设计问题:

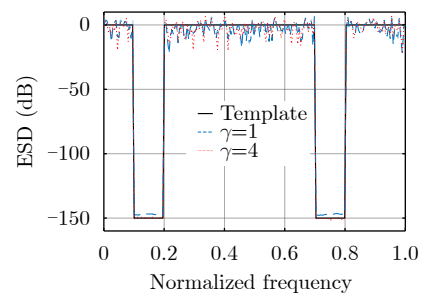


图 11 能量谱密度^[101]

Fig. 11 ESD^[101]

(1) 最大化感兴趣目标方向的功率

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{R}_s} \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{B}) \\ & \text{s.t.} \quad \text{tr}(\mathbf{R}_s) = c, \\ & \quad \mathbf{R}_s \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\mathbf{R}_s = \mathbf{S}^H \mathbf{S} / N$ 表示波形相关矩阵, $\mathbf{B} = \sum_{k=1}^{T_n} \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k)$, $\mathbf{a}(\theta) = [e^{j2\pi f_0 \tau_1(\theta)}, \dots, e^{j2\pi f_0 \tau_M(\theta)}]^T$ 为发射导向矢量, $\tau_m(\theta)$ 表示第 m 个天线发射的信号到达在方位为 θ 的目标所需的时延, f_0 是载频。目标函数 $\text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{B})$ 表示了 T_n 个目标方向上功率的总和, 约束条件 $\text{tr}(\mathbf{R}_s) = c$ 表示了波形发射功率总和为常数。

(2) 方向图模板匹配设计

$$\begin{aligned} & \min_{\mu, \mathbf{R}_s} \left\{ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \gamma_l [\mu \phi(\varphi_l) - \mathbf{a}^H(\varphi_l) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\varphi_l)]^2 \right\} \\ & \quad + \frac{2\chi_c}{T_n^2 - T_n} \sum_{k=1}^{T_n-1} \sum_{p=k+1}^{T_n} |\mathbf{a}^H(\theta_l) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_p)|^2 \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{R}_s(m, m) = \frac{c}{M}, m = 1, 2, \dots, M \\ & \quad \mathbf{R}_s \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (28)$$

其中, $\phi(\varphi_l)$ 表示在方位 φ_l 上期望的功率, $\mathbf{R}_s(m, m)$ 表示矩阵 \mathbf{R}_s 中的第 m 行 m 列的元素。目标函数中第1项表示了方向图模板匹配拟合误差, 第2项表示感兴趣目标方向之间的互相关函数, χ_c 为权系数。

(3) 最小PSL设计

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{R}_s} -t \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_0) - \mathbf{a}^H(\varphi_l) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\varphi_l) \geq t, \forall \varphi_l \in \Omega \\ & \quad \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_1) = 0.5 \mathbf{a}^H(\varphi_0) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\varphi_0) \\ & \quad \mathbf{a}^H(\theta_2) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_2) = 0.5 \mathbf{a}^H(\varphi_0) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\varphi_0) \\ & \quad \mathbf{R}_s(m, m) = \frac{c}{M}, m = 1, 2, \dots, M \\ & \quad \mathbf{R}_s \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $\theta_2 - \theta_1$ 决定了方向图主瓣为 θ_0 的 3 dB 宽度, Ω 为感兴趣的旁瓣电平方位区域, 第1个约束表示了主瓣电平与旁瓣电平之差, 第2、第3个约束表示了 3 dB 宽度。

为了减少方向图匹配误差, Sajid Ahmed等人^[104]提出两种无约束波形协方差合成方法, 前者是基于梯度下降算法, 后者算法为前者提供一个好的初始解可有效减少计算量。Guang Hua等人^[105]通过设计波形协方差矩阵直接或间接控制方向图通带、过渡带、旁瓣区域等纹波电平, 增强了目标方位的鲁棒特性。John Lipor等人^[106]提出基于傅里叶变换的快速波形协方差合成方法。文献^[107]考虑了方向图逼近误差的 p 范数作为代价函数, 即

$$\begin{aligned} & \min_{\mu, \mathbf{R}_s} \left\{ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \gamma_l |\mu \phi(\varphi_l) - \mathbf{a}^H(\varphi_l) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\varphi_l)|^p \right\}^{1/p} \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{R}_s(m, m) = \frac{c}{M}, m = 1, 2, \dots, M \\ & \quad \mathbf{R}_s \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (30)$$

文献^[107]分别考虑了 $p = 1, 2, \infty$ 时方向图模板匹配问题, 提出基于凸优化的发射方向图设计方法。余显祥等人^[108]提出基于ISL准则的MIMO雷达方向图设计方法。Augusto Aubry等人^[4]考虑了导向矢量不确定情况下最小化PSL/ISL的方向图设计,

$$\max_{\mathbf{R}_s \in \mathbf{C}_{R_s}} \left[\min_{\mathbf{a}(\theta_k) \in \mathbf{C}_{a_k}, k \in \mathbf{C}_1} \frac{\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_0)}{\max_{k \in \mathbf{C}_2} \mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_k)} \right] \quad (31)$$

$$\max_{\mathbf{R}_s \in \mathbf{C}_{R_s}} \left[\min_{\mathbf{a}(\theta_k) \in \mathbf{C}_{a_k}, k \in \mathbf{C}_1} \frac{\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_0)}{\sum_{k \in \mathbf{C}_2} \mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{R}_s \mathbf{a}(\theta_k)} \right] \quad (32)$$

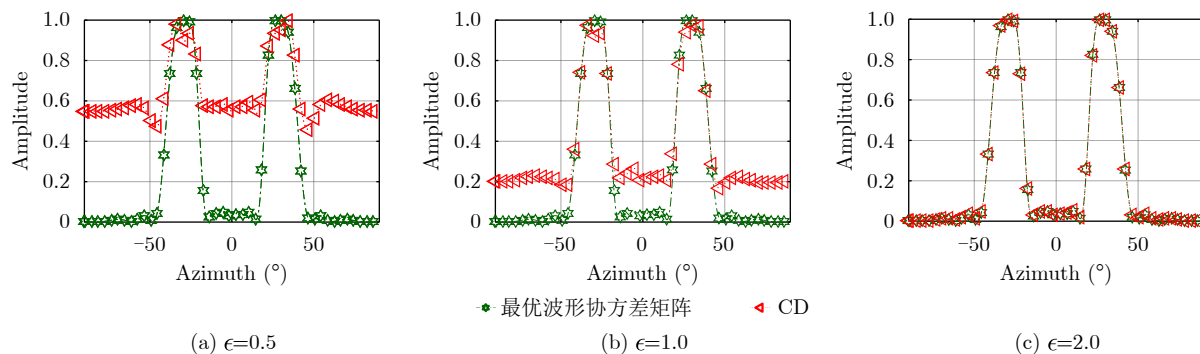
其中, \mathbf{C}_{R_s} 表示波形协方差矩阵 \mathbf{R}_s 的约束条件, \mathbf{C}_{a_k} 表示导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 的不确定约束条件, \mathbf{C}_1 表示了空域离散方位的下标集合, \mathbf{C}_2 表示了方向图旁瓣区域离散方位的下标集合。文献^[4]提出了一种基于SDP的优化技术求解上述问题, 结果表明该算法具有良好的稳健特性。

为了利用上述获得的波形协方差矩阵求解发射波形, Petre Stoica等人^[109]考虑了恒模或PAR约束下的波形合成问题, 提出CA算法以最小化波形协方差矩阵与期望波形协方差矩阵的拟合误差; 余显祥等人^[108]考虑了恒模与相似性约束条件下的波形合成问题, 提出基于CD的优化算法, 降低了计算复杂度, 同时具有更好的波形协方差拟合误差, 此外, 相似性参数越大, 拟合效果越好, 如图12所示。

上述研究通过两个步骤间接合成波形, 可能会导致优化的方向图性能下降。文献^[110]利用方向图匹配误差、感兴趣目标方向之间的互相关函数、空间自相关函数的加权和作为优化准则, 提出基于恒模约束的拟牛顿算法来求解波形。基于方向图匹配误差准则, 针对不同的应用场景, 文献^[111–114]通过考虑恒模约束、相似性约束、频谱约束、PAR约束、能量约束(或者它们的组合)等, 提出一系列基于优化理论的波形直接合成方法。范文等人^[115]考虑了基于PSL准则的方向图设计, 直接优化波形控制主瓣纹波以实现目标方位稳健探测。借鉴上述优化准则与约束条件, 文献^[116–119]推广上述工作至宽带MIMO方向图合成, 设计了宽带MIMO雷达波形以逼近期望的方向图。

4 研究趋势展望

通过第3节对目标/干扰不同需求的角度归纳梳

图 12 不同相似性参数下的方向图^[108]Fig. 12 Beampattern for different similarity parameters^[108]

理了认知波形设计的发展, 可得出, 认知波形设计是雷达探测在复杂电磁环境下的重要问题之一, 尽管很多文献针对具体的应用场景、任务, 建立了不同的目标函数与约束条件, 并提出不同优化算法, 但这些研究中仍存在很多不足。例如, 针对3.1与3.2小节中的信号无/相关干扰环境下的认知波形设计, 大量文献仅考虑了单一的目标或者干扰模型, 然而实际战场环境中往往存在多个混合不同类型的目标或者干扰; 此外, 目标与干扰建模的准确性也将极大影响着波形优化性能, 鲜有文献同时分析了目标与干扰知识的不确定性对波形设计的影响。从波形采样域来讲, 现有认知波形设计工作亦可分为基于快时间域(脉内)与慢时间域(脉间)的认知波形设计; 由于未来战场雷达目标多样化与探测环境复杂性的特点, 仅从快/慢时间域的角度设计波形已无法满足雷达探测性能需求。同时需要指出的是, 未来电子战中多重威胁使得雷达能够同时执行多种任务, 促进了雷达从单一功能向多功能发展, 然而目前大部分工作主要聚焦于雷达单一功能(比如检测、估计、识别等)的波形优化。总而言之, 本文认为认知雷达波形优化问题具有如下3点重要的发展趋势。

(1) 混合多目标/干扰认知波形设计

现有文献大多针对某类已知的单/多目标来进行检测判决^[14-76]。然而, 实际战场上往往存在多类混合目标。鉴于此, 当检测场景中存在多类待检目标时, 单一目标的信号模型将不能描述此时的场景, 故联合考虑点目标和扩展目标, 以此设计多目标检测的认知波形将是未来研究的趋势。此外, 多目标之间的特性及知识不确定性可能会相互影响, 怎么更好地利用目标特性, 并建立合适的不确定模型值得研究者的思考。

现有文献对干扰的建模主要体现在信号无关干扰和信号相关干扰^[14-76]。其中对信号无关干扰, 一

般采用自回归模型, 或者直接考虑白噪声和通信电子干扰; 对于信号相关干扰则一般考虑杂波。然而随着电子设备的大量使用, 实际中干扰类型多样并通常是混合存在的, 因此, 单一类型干扰的数学模型不再适用。讨论多类多干扰下的检测场景, 将多个信号无关干扰和相关干扰联合考虑更加贴近实际应用场景。各类干扰的建模形式还可以更加多样化, 例如信号相关干扰, 其还可以扩展为假目标干扰等。鉴于此, 为更切合实际应用场景, 基于混合多干扰模型的认识发射波形设计将是未来研究的热点。

(2) 多域联合认知波形设计

现阶段认知雷达波形设计主要从单个维度(快时间维^[15-17]、慢时间维^[18-22]的某单个参数)入手, 虽然大量研究表明这种从快时间或慢时间维设计波形是一种有效的抗干扰手段, 但其通常仅着眼于某个维度的某个具体技术, 没有形成完备的多维度联合抗干扰波形设计的理论体系。无论现在还是未来的电子战争中, 复杂时变的电磁环境使得认知雷达回波中混有各种杂波与电磁干扰, 此时单个维度的认知波形设计自由度低, 无法对抗各种干扰。只有从多维度(快慢时间域、频域、空域、极化域等)充分挖掘杂波/电磁干扰与目标的特性, 提高认知雷达波形的抗干扰自由度, 才能更好的满足雷达系统的高性能探测需求。

(3) 多功能认知波形设计

在未来电子对抗中, 集雷达探测、通信、干扰等多功能的体系与体系之间的电子战将成为重要作战方式, 促使了雷达向多模式多任务发展。由此, 研究多功能认知波形设计的准则函数、约束条件、优化建模以及优化理论变得十分重要且有意义。然而, 现有大部分文献仅关注于波形的单个功能, 比如探测功能, 少量文献研究了基于探测通信功能于一体的波形设计方法^[120-122], 但还不够深入, 未形成完备的多功能认知波形设计理论体系。

5 总结

本文对认知雷达波形设计理论与方法进行了总结和归纳, 从多方面梳理了认知波形设计的思路, 分析了一些常见的优化准则与约束条件, 并基于目标/干扰知识不同的利用角度, 介绍了SISO与MIMO雷达的认知波形设计研究进展。经过分类梳理, 方便研究者了解和掌握基于优化理论认知波形设计的研究动态, 理解研究内容。最后本文指出了该领域未来可能的发展趋势, 为研究者挖掘潜在研究课题和定位新的研究方向提供参考与思路。

参考文献

- [1] HAYKIN S. Cognitive radar: A way of the future[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2006, 23(1): 30–40. doi: [10.1109/MSP.2006.1593335](https://doi.org/10.1109/MSP.2006.1593335).
- [2] GUERCI J R. Cognitive Radar: The Knowledge-Aided Fully Adaptive Approach[M]. London: Artech House, 2010.
- [3] 王璐璐, 王宏强, 王满喜, 等. 雷达目标检测的最优波形设计综述[J]. *雷达学报*, 2016, 5(5): 487–498. doi: [10.12000/JR16084](https://doi.org/10.12000/JR16084).
WANG Lulu, WANG Hongqiang, WANG Manxi, et al. An overview of radar waveform optimization for target detection[J]. *Journal of Radars*, 2016, 5(5): 487–498. doi: [10.12000/JR16084](https://doi.org/10.12000/JR16084).
- [4] FARINA A, DE MAIO A, and HAYKIN S. The Impact of Cognition on Radar Technology[M]. SciTech Publishing, 2017.
- [5] 黎湘, 范梅梅. 认知雷达及其关键技术研究进展[J]. *电子学报*, 2012, 40(9): 1863–1870. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2012.09.025](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2012.09.025).
LI Xiang and FAN Meimei. Research advance on cognitive radar and its key technology[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(9): 1863–1870. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2012.09.025](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2012.09.025).
- [6] HAYKIN S, XUE Yanbo, and DAVIDSON T N. Optimal waveform design for cognitive radar[C]. The 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, USA, 2008: 3–7. doi: [10.1109/ACSSC.2008.5074349](https://doi.org/10.1109/ACSSC.2008.5074349).
- [7] GINI F, DE MAIO A, and PATTON L K. Waveform Design and Diversity for Advanced Radar Systems[M]. London: IET Press, 2012.
- [8] STOICA P, HE Hao, and LI Jian. Optimization of the receive filter and transmit sequence for active sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(4): 1730–1740. doi: [10.1109/TSP.2011.2179652](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2179652).
- [9] BELL M R. Information theory and radar waveform design[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1993, 39(5): 1578–1597. doi: [10.1109/18.259642](https://doi.org/10.1109/18.259642).
- [10] HE Hao, LI Jian, and STOICA P. Waveform Design for Active Sensing Systems: A Computational Approach[M]. Cambridge UK: Cambridge University Press, 2012. doi: [10.1017/CBO9781139095174](https://doi.org/10.1017/CBO9781139095174).
- [11] LI J, GUERCI J R, and XU L. Signal waveform's optimal-under-restriction design for active sensing[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2006, 13(9): 565–568. doi: [10.1109/LSP.2006.874465](https://doi.org/10.1109/LSP.2006.874465).
- [12] LI Jian and STOICA P. MIMO Radar Signal Processing[M]. Hoboken, USA: Wiley, 2009.
- [13] KAY S. Waveform design for multistatic radar detection[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(3): 1153–1166. doi: [10.1109/TAES.2009.5259190](https://doi.org/10.1109/TAES.2009.5259190).
- [14] BERGIN J S, TECHAU P M, DON CARLOS J E, et al. Radar waveform optimization for colored noise mitigation[C]. 2005 IEEE International Radar Conference, Arlington, USA, 2005: 149–154. doi: [10.1109/RADAR.2005.1435810](https://doi.org/10.1109/RADAR.2005.1435810).
- [15] AUBRY A, DE MAIO A, PIEZZO M, et al. Radar waveform design in a spectrally crowded environment via nonconvex quadratic optimization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(2): 1138–1152. doi: [10.1109/TAES.2014.120731](https://doi.org/10.1109/TAES.2014.120731).
- [16] TANG Bo, LI Jian, and LIANG Junli. Alternating direction method of multipliers for radar waveform design in spectrally crowded environments[J]. *Signal Processing*, 2018, 142: 398–402. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.08.003](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.08.003).
- [17] GE Peng, CUI Gong, KARBASI S M, et al. Cognitive radar sequence design under the spectral compatibility requirements[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(5): 759–767. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0239](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0239).
- [18] YU Xianxiang, CUI Guolong, GE Peng, et al. Constrained radar waveform design algorithm for spectral coexistence[J]. *Electronics Letters*, 2017, 53(8): 558–560. doi: [10.1049/el.2016.4524](https://doi.org/10.1049/el.2016.4524).
- [19] DE MAIO A, DE NICOLA S, HUANG Yongwei, et al. Code design to optimize radar detection performance under accuracy and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(11): 5618–5629. doi: [10.1109/TSP.2008.929657](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.929657).
- [20] DE MAIO A, HUANG Yongwei, and PIEZZO M. A Doppler robust max-min approach to radar code design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(9): 4943–4947. doi: [10.1109/TSP.2010.2050317](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2050317).
- [21] DE MAIO A, DE NICOLA S, HUANG Yongwei, et al. Design of phase codes for radar performance optimization with a similarity constraint[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 610–621. doi: [10.1109/TSP.2008.2008247](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.2008247).

- [22] CUI Guolong, YU Xianxiang, FOGLIA G, *et al.* Quadratic optimization with similarity constraint for unimodular sequence synthesis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(18): 4756–4769. doi: [10.1109/TSP.2017.2715010](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2715010).
- [23] YU Xianxiang, CUI Guolong, FU Yue, *et al.* Unimodular quadratic optimization with similarity constraint for synthesizing radar codes[C]. 2017 IEEE Radar Conference, Seattle, USA, 2017: 687–691. doi: [10.1109/RADAR.2017.7944290](https://doi.org/10.1109/RADAR.2017.7944290).
- [24] LESHEM A, NAPARSTEK O, and NEHORAI A. Information theoretic adaptive radar waveform design for multiple extended targets[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 42–55. doi: [10.1109/JSTSP.2007.897047](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2007.897047).
- [25] 范梅梅, 廖东平, 丁小峰, 等. 基于WLS-TIR的多目标识别认知雷达波形自适应方法[J]. *电子学报*, 2012, 40(1): 73–77. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.012](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.012).
FAN Meimei, LIAO Dongping, DING Xiaofeng, *et al.* Adaptive waveform design based on WLS-TIR for multiple targets recognition in cognitive radar[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(1): 73–77. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.012](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.012).
- [26] GOODMAN N A, VENKATA P R, and NEIFELD M A. Adaptive waveform design and sequential hypothesis testing for target recognition with active sensors[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 105–113. doi: [10.1109/JSTSP.2007.897053](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2007.897053).
- [27] 张劲东. 自适应雷达系统中波形分集技术的研究[D]. [博士学位论文], 南京理工大学, 2010.
ZHANG Jindong. Research of waveform diversity in adaptive radar system[D]. [Ph.D. dissertation], Nanjing University of Science and Technology, 2010.
- [28] 魏轶旻, 孟华东, 毛滔, 等. 基于凸优化方法的认知雷达波形设计[J]. *现代雷达*, 2012, 34(3): 18–21. doi: [10.3969/j.issn.1004-7859.2012.03.004](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-7859.2012.03.004).
WEI Yimin, MENG Huadong, MAO Tao, *et al.* Radar phase-coded waveform design for extended target detection by convex optimization[J]. *Modern Radar*, 2012, 34(3): 18–21. doi: [10.3969/j.issn.1004-7859.2012.03.004](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-7859.2012.03.004).
- [29] 唐波. 宽带认知雷达低峰均比波形快速设计算法[J]. *航空学报*, 2016, 37(2): 688–694. doi: [10.7527/S1000-6893.2015.0125](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2015.0125).
TANG Bo. Efficient design algorithm of low PAR waveform for wideband cognitive radar[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(2): 688–694. doi: [10.7527/S1000-6893.2015.0125](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2015.0125).
- [30] TANG Bo and TANG Jun. Robust waveform design of wideband cognitive radar for extended target detection[C]. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Shanghai, China, 2016: 3096–3100. doi: [10.1109/ICASSP.2016.7472247](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2016.7472247).
- [31] 付月. 稳健的恒模序列设计与处理方法[D]. [硕士学位论文], 电子科技大学, 2018.
FU Yue. Robust design and processing method for constant modulus sequences[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2018.
- [32] LI Jian, XU Luzhou, STOICA P, *et al.* Range compression and waveform optimization for MIMO radar: A Cram er-Rao bound based study[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 218–232. doi: [10.1109/TSP.2007.901653](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.901653).
- [33] HULEIHEL W, TABRIKIAN J, and SHAVIT R. Optimal adaptive waveform design for cognitive MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(20): 5075–5089. doi: [10.1109/TSP.2013.2269045](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2269045).
- [34] DE MAIO A and LOPS M. Design principles of MIMO radar detectors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(3): 886–898. doi: [10.1109/TAES.2007.4383581](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.4383581).
- [35] AUBRY A, LOPS M, TULINO A M, *et al.* On MIMO detection under non-gaussian target scattering[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(11): 5822–5838. doi: [10.1109/TIT.2010.2068930](https://doi.org/10.1109/TIT.2010.2068930).
- [36] GROSSI E and LOPS M. Space-time code design for MIMO detection based on kullback-leibler divergence[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(6): 3989–4004. doi: [10.1109/TIT.2012.2189754](https://doi.org/10.1109/TIT.2012.2189754).
- [37] WANG Li, ZHU Wei, ZHANG Yunlei, *et al.* Multi-target detection and adaptive waveform design for cognitive MIMO radar[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(24): 9962–9970. doi: [10.1109/JSEN.2018.2873103](https://doi.org/10.1109/JSEN.2018.2873103).
- [38] YANG Yang and BLUM R S. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 330–343. doi: [10.1109/TAES.2007.357137](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.357137).
- [39] YANG Yang and BLUM R S. Minimax robust MIMO radar waveform design[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 147–155. doi: [10.1109/JSTSP.2007.897056](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2007.897056).
- [40] TANG Bo, TANG Jun, and PENG Yingning. MIMO radar waveform design in colored noise based on information theory[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(9): 4684–4697. doi: [10.1109/TSP.2010.2050885](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2050885).
- [41] ZHANG Wenshu and YANG Liuqing. Communications-

- inspired sensing: A case study on waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(2): 792–803. doi: [10.1109/TSP.2009.2028941](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2028941).
- [42] TANG Bo, TANG Jun, and PENG Yingning. Waveform optimization for MIMO radar in colored noise: Further results for estimation-oriented criteria[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1517–1522. doi: [10.1109/TSP.2011.2177262](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2177262).
- [43] 王鹏, 崔琛, 张鑫. 色噪声下认知雷达自适应检测波形设计[J]. 电子信息对抗技术, 2013, 28(5): 39–43, 58. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2013.05.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-2230.2013.05.009).
- WANG Peng, CUI Chen, and ZHANG Xin. Adaptive waveform design for cognitive radar detection in colored noise[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2013, 28(5): 39–43, 58. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2013.05.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-2230.2013.05.009).
- [44] KAY S. Optimal signal design for detection of Gaussian point targets in stationary Gaussian clutter/reverberation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 31–41. doi: [10.1109/JSTSP.2007.897046](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2007.897046).
- [45] SIRA S P, COCHRAN D, PAPANDEOU-SUPPAPPOLA A, *et al.* Adaptive waveform design for improved detection of low-RCS targets in heavy sea clutter[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 56–66. doi: [10.1109/JSTSP.2007.897048](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2007.897048).
- [46] SOLTANALIAN M, TANG Bo, LI Jian, *et al.* Joint design of the receive filter and transmit sequence for active sensing[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(5): 423–426. doi: [10.1109/LSP.2013.2250279](https://doi.org/10.1109/LSP.2013.2250279).
- [47] AUBRY A, DE MAIO A, PIEZZO M, *et al.* Cognitive radar waveform design for spectral coexistence in signal-dependent interference[C]. 2014 IEEE Radar Conference, Cincinnati, USA, 2014: 474–478. doi: [10.1109/RADAR.2014.6875638](https://doi.org/10.1109/RADAR.2014.6875638).
- [48] CHENG Xu, AUBRY A, CIUNZO D, *et al.* Robust waveform and filter bank design of polarimetric radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(1): 370–384. doi: [10.1109/TAES.2017.2650619](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2650619).
- [49] AUBRY A, DE MAIO A, JIANG Bo, *et al.* Ambiguity function shaping for cognitive radar via complex quartic optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(22): 5603–5619. doi: [10.1109/TSP.2013.2273885](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2273885).
- [50] NAGHSH M M, SOLTANALIAN M, STOICA P, *et al.* A Doppler robust design of transmit sequence and receive filter in the presence of signal-dependent interference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(4): 772–785. doi: [10.1109/TSP.2013.2288082](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2288082).
- [51] AUBRY A, DE MAIO A, and NAGHSH M M. Optimizing radar waveform and Doppler filter bank via generalized fractional programming[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2015, 9(8): 1387–1399. doi: [10.1109/JSTSP.2015.2469259](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2015.2469259).
- [52] CUI Guolong, FU Yue, YU Xianxiang, *et al.* Robust transmitter-receiver design in the presence of signal-dependent clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(4): 1871–1882. doi: [10.1109/TAES.2018.2805147](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2805147).
- [53] PILLAI S U, OH H S, YOULA D C, *et al.* Optimal transmit-receiver design in the presence of signal-dependent interference and channel noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(2): 577–584. doi: [10.1109/18.825822](https://doi.org/10.1109/18.825822).
- [54] ROMERO R A, BAE J, and GOODMAN N A. Theory and application of SNR and mutual information matched illumination waveforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 912–927. doi: [10.1109/TAES.2011.5751234](https://doi.org/10.1109/TAES.2011.5751234).
- [55] 纠博, 刘宏伟, 李丽亚, 等. 雷达波形优化的特征互信息方法[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2009, 36(1): 139–144. doi: [10.3969/j.issn.1001-2400.2009.01.026](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2400.2009.01.026).
- JIU Bo, LIU Hongwei, LI Liya, *et al.* Feature mutual information method for radar waveform optimization[J]. *Journal of Xidian University*, 2009, 36(1): 139–144. doi: [10.3969/j.issn.1001-2400.2009.01.026](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2400.2009.01.026).
- [56] 郝天铎, 崔琛, 龚阳, 等. 基于凸优化方法的认知雷达低峰均比波形设计[J]. 雷达学报, 2018, 7(4): 498–506. doi: [10.12000/JR18002](https://doi.org/10.12000/JR18002).
- HAO Tianduo, CUI Chen, GONG Yang, *et al.* Waveform design for cognitive radar under low PAR constraints by convex optimization[J]. *Journal of Radars*, 2018, 7(4): 498–506. doi: [10.12000/JR18002](https://doi.org/10.12000/JR18002).
- [57] CUI Guolong, FU Yue, YU Xianxiang, *et al.* Robust transmitter-receiver design for extended target in signal-dependent interference[J]. *Signal Processing*, 2018, 147: 60–67. doi: [10.1016/j.sigpro.2018.01.007](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.01.007).
- [58] FRIEDLANDER B. Waveform design for MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(3): 1227–1238. doi: [10.1109/TAES.2007.4383615](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.4383615).
- [59] DULY A J, LOVE D J, and KROGMEIER J V. Time-division beamforming for MIMO radar waveform design[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1210–1223. doi: [10.1109/TAES.2013.6494408](https://doi.org/10.1109/TAES.2013.6494408).
- [60] CUI Guolong, LI Hongbin, and RANGASWAMY M. MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(2): 343–353. doi: [10.1109/TSP.2013.2288086](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2288086).

- [61] CHENG Ziyang, HE Zishu, LIAO Bin, *et al.* MIMO radar waveform design with PAPR and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(4): 968–981. doi: [10.1109/TSP.2017.2780052](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2780052).
- [62] IMANI S and ALI GHORASHI S. Sequential quasi-convex-based algorithm for waveform design in colocated multiple-input multiple-output radars[J]. *IET Signal Processing*, 2016, 10(3): 309–317. doi: [10.1049/iet-spr.2015.0181](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2015.0181).
- [63] JIU Bo, LIU Hongwei, WANG Xu, *et al.* Knowledge-based spatial-temporal hierarchical MIMO radar waveform design method for target detection in heterogeneous clutter zone[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(3): 543–554. doi: [10.1109/TSP.2014.2366714](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2366714).
- [64] NAGHSH M M, MODARRES-HASHEMI M, KERAHROODI M A, *et al.* An information theoretic approach to robust constrained code design for MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(14): 3647–3661. doi: [10.1109/TSP.2017.2692747](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2692747).
- [65] WANG Yuxi, LI Wei, SUN Qilu, *et al.* A robust joint design of transmit waveform and receive filter for MIMO radar space-time adaptive processing with signal-dependent interferences[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(8): 1321–1332. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0514](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0514).
- [66] TANG Bo and TANG Jun. Joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO radar space-time adaptive processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(18): 4707–4722. doi: [10.1109/TSP.2016.2569431](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2569431).
- [67] LIU Yuchun, WANG Hongyan, and WANG Jun. Robust multiple-input multiple-output radar waveform design in the presence of clutter[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, 10(7): 1249–1259. doi: [10.1049/iet-rsn.2015.0497](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0497).
- [68] ZHU Wei and TANG Jun. Robust design of transmit waveform and receive filter for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(11): 2112–2116. doi: [10.1109/LSP.2015.2461460](https://doi.org/10.1109/LSP.2015.2461460).
- [69] YU Xianxiang, CUI Guolong, KONG Lingjiang, *et al.* Constrained waveform design for colocated MIMO radar with uncertain steering matrices[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(1): 356–370. doi: [10.1109/TAES.2018.2852200](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2852200).
- [70] YU Xianxiang, CUI Guolong, PIEZZO M, *et al.* Robust constrained waveform design for MIMO radar with uncertain steering vectors[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2017, 2017(1): 2. doi: [10.1186/s13634-016-0437-9](https://doi.org/10.1186/s13634-016-0437-9).
- [71] KARBASI S M, AUBRY A, CAROTENUTO V, *et al.* Knowledge-based design of space-time transmit code and receive filter for a multiple-input-multiple-output radar in signal-dependent interference[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(8): 1124–1135. doi: [10.1049/iet-rsn.2014.0527](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2014.0527).
- [72] CUI Guolong, YU Xianxiang, CAROTENUTO V, *et al.* Space-time transmit code and receive filter design for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(5): 1116–1129. doi: [10.1109/TSP.2016.2633242](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2633242).
- [73] CHEN Chunyang and VAIDYANATHAN P P. MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3533–3544. doi: [10.1109/TSP.2009.2021632](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2021632).
- [74] KARBASI S M, RADMARD M, NAYEBI M M, *et al.* Design of multiple-input multiple-output transmit waveform and receive filter for extended target detection[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(9): 1345–1353. doi: [10.1049/iet-rsn.2015.0063](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0063).
- [75] NAGHIBI T and BEHNIA F. MIMO radar waveform design in the presence of clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 770–781. doi: [10.1109/TAES.2011.5751224](https://doi.org/10.1109/TAES.2011.5751224).
- [76] TANG Bo and LI Jian. Spectrally constrained MIMO radar waveform design based on mutual information[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(3): 821–834. doi: [10.1109/TSP.2018.2887186](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2887186).
- [77] CUI Guolong, YU Xianxiang, YANG Ya, *et al.* Cognitive phase-only sequence design with desired correlation and stopband properties[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(6): 2924–2935. doi: [10.1109/TAES.2017.2721238](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2721238).
- [78] ZHAO Licheng, SONG Junxiao, BABU P, *et al.* A unified framework for low autocorrelation sequence design via majorization-minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(2): 438–453. doi: [10.1109/TSP.2016.2620113](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2620113).
- [79] HE Hao, STOICA P, and LI Jian. On synthesizing cross ambiguity functions[C]. 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Prague, Czech Republic, 2011: 3536–3539. doi: [10.1109/ICASSP.2011.5946241](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5946241).
- [80] ZHANG Jindong, SHI Changli, QIU Xiaoyan, *et al.* Shaping radar ambiguity function by L -phase unimodular sequence[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(14): 5648–5659. doi: [10.1109/JSEN.2016.2567643](https://doi.org/10.1109/JSEN.2016.2567643).
- [81] ALAAE-KERAHROODI M, SEDIGHI S, SHANKAR M R B, *et al.* Designing (in)finite-alphabet sequences via shaping the radar ambiguity function[C]. 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal

- Processing, Brighton, United Kingdom, 2019: 4295–4299. doi: 10.1109/ICASSP.2019.8682216.
- [82] FENG Xiang, ZHAO Yinan, ZHOU Zhiqian, *et al.* Waveform design with low range sidelobe and high Doppler tolerance for cognitive radar[J]. *Signal Processing*, 2017, 139: 143–155. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.04.014](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.04.014).
- [83] ARLERY F, KASSAB R, TAN U, *et al.* Efficient gradient method for locally optimizing the periodic/apperiodic ambiguity function[C]. 2016 IEEE Radar Conference, Philadelphia, USA, 2016: 1–6. doi: 10.1109/RADAR.2016.7485309.
- [84] CUI Guolong, FU Yue, YU Xianxiang, *et al.* Local ambiguity function shaping via unimodular sequence design[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(7): 977–981. doi: [10.1109/LSP.2017.2700396](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2700396).
- [85] JING Yang, LIANG Junli, TANG Bo, *et al.* Designing unimodular sequence with low peak of sidelobe level of local ambiguity function[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(3): 1393–1406. doi: [10.1109/TAES.2018.2870459](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2870459).
- [86] YANG Jing, CUI Guolong, YU Xianxiang, *et al.* Cognitive local ambiguity function shaping with spectral coexistence[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 50077–50086. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2868884](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2868884).
- [87] CUI Guolong, YU Xianxiang, PIEZZO M, *et al.* Constant modulus sequence set design with good correlation properties[J]. *Signal Processing*, 2017, 139: 75–85. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.04.009](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.04.009).
- [88] LI Yongzhe and VOROBYOV S A. Fast algorithms for designing unimodular waveform(s) with good correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5): 1197–1212. doi: [10.1109/TSP.2017.2787104](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2787104).
- [89] YU Guoyang, LIANG Junli, LI Jian, *et al.* Sequence set design with accurately controlled correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(6): 3032–3046. doi: [10.1109/TAES.2018.2836778](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2836778).
- [90] GERLACH K. Thinned spectrum ultrawideband waveforms using stepped-frequency polyphase codes[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(4): 1356–1361. doi: [10.1109/7.722721](https://doi.org/10.1109/7.722721).
- [91] FAUST H H, CONNOLLY B, FIRESTONE T M, *et al.* A spectrally clean transmitting system for solid-state phased-array radars[C]. 2004 IEEE Radar Conference, Philadelphia, USA, 2004: 140–144. doi: 10.1109/NRC.2004.1316410.
- [92] DE GRAAF J, FAUST H, ALATISHE J, *et al.* Generation of spectrally confined transmitted radar waveforms: Experimental results[C]. 2006 IEEE Radar Conference, Verona, USA, 2006: 76–83. doi: 10.1109/RADAR.2006.1631779.
- [93] SELESNICK I W, PILLAI S U, and ZHENG Richeng. An iterative algorithm for the construction of notched chirp signals[C]. Proceedings of 2010 IEEE Radar Conference, Washington, USA, 2010: 200–203. doi: 10.1109/RADAR.2010.5494625.
- [94] LINDENFELD M J. Sparse frequency transmit-and-receive waveform design[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(3): 851–861. doi: [10.1109/TAES.2004.1337459](https://doi.org/10.1109/TAES.2004.1337459).
- [95] LIU W X, LU Y L, and LESTURGIE M. Optimal sparse waveform design for HFSWR system[C]. 2007 International Waveform Diversity and Design Conference, Pisa, Italy, 2007: 127–130. doi: 10.1109/WDDC.2007.4339394.
- [96] WANG Guohua, MAI Chaoyun, SUN Jinping, *et al.* Sparse frequency waveform analysis and design based on ambiguity function theory[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, 10(4): 707–717. doi: [10.1049/iet-rsn.2015.0270](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0270).
- [97] ROWE W, STOICA P, and LI Jian. Spectrally constrained waveform design[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2014, 31(3): 157–162. doi: [10.1109/MSP.2014.2301792](https://doi.org/10.1109/MSP.2014.2301792).
- [98] LIANG Junli, SO H C, LEUNG CS, *et al.* Waveform design with unit modulus and spectral shape constraints via lagrange programming neural network[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2015, 9(8): 1377–1386. doi: [10.1109/JSTSP.2015.2464178](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2015.2464178).
- [99] TANG Bo and LIANG Junli. Efficient algorithms for synthesizing probing waveforms with desired spectral shapes[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(3): 1174–1189. doi: [10.1109/TAES.2018.2876585](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2876585).
- [100] GE Peng, CUI Guolong, KARBASI S M, *et al.* A template fitting approach for cognitive unimodular sequence design[J]. *Signal Processing*, 2016, 128: 360–368. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.05.008](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.05.008).
- [101] YANG Jing, CUI Guolong, YU Xianxiang, *et al.* Waveform design with spectral coexistence[C]. 2019 IEEE Radar Conference, Boston, USA, 2019. doi: 10.1109/RADAR.2019.8835848.
- [102] FUHRMANN D R and SAN ANTONIO G. Transmit beamforming for MIMO radar systems using partial signal correlation[C]. 2004 Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, USA, 2004. doi: 10.1109/ACSSC.2004.1399140.
- [103] STOICA P, LI Jian, and XIE Yao. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal*

- Processing*, 2007, 55(8): 4151–4161. doi: [10.1109/TSP.2007.894398](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.894398).
- [104] AHMED S, THOMPSON J S, PETILLOT Y R, *et al.* Unconstrained synthesis of covariance matrix for MIMO radar transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3837–3849. doi: [10.1109/TSP.2011.2153200](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2153200).
- [105] HUA Guang and ABEYSEKERA S S. MIMO radar transmit beampattern design with ripple and transition band control[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(11): 2963–2974. doi: [10.1109/TSP.2013.2252173](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2252173).
- [106] LIPOR J, AHMED S, and ALOUINI M S. Fourier-based transmit beampattern design using MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2226–2235. doi: [10.1109/TSP.2014.2307838](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2307838).
- [107] GONG Pengcheng, SHAO Zhenhai, TU Guangpeng, *et al.* Transmit beampattern design based on convex optimization for MIMO radar systems[J]. *Signal Processing*, 2014, 94: 195–201. doi: [10.1016/j.sigpro.2013.06.021](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.06.021).
- [108] YU Xianxiang, CUI Guolong, ZHANG Tianxian, *et al.* Constrained transmit beampattern design for colocated MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2018, 144: 145–154. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.10.010](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.10.010).
- [109] STOICA P, LI Jian, and ZHU Xumin. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593–2598. doi: [10.1109/TSP.2007.916139](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.916139).
- [110] WANG Yongchao, WANG Xu, LIU Hongwei, *et al.* On the design of constant modulus probing signals for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(8): 4432–4438. doi: [10.1109/TSP.2012.2197615](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2197615).
- [111] AHMED S and ALOUINI M S. MIMO radar transmit beampattern design without synthesising the covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2278–2289. doi: [10.1109/TSP.2014.2310435](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2310435).
- [112] SOLTANALIAN M, HU Heng, and STOICA P. Single-stage transmit beamforming design for MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2014, 102: 132–138. doi: [10.1016/j.sigpro.2014.03.013](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2014.03.013).
- [113] ZHANG Xiaojun, HE Zishu, RAYMAN-BACCHUS L, *et al.* MIMO radar transmit beampattern matching design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(8): 2049–2056. doi: [10.1109/TSP.2015.2398841](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2398841).
- [114] CHENG Ziyang, HAN Chunlin, LIAO Bin, *et al.* Communication-aware waveform design for MIMO radar with good transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(21): 5549–5562. doi: [10.1109/TSP.2018.2868042](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2868042).
- [115] FAN Wen, LIANG Junli, and LI Jian. Constant modulus MIMO radar waveform design with minimum peak sidelobe transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(16): 4207–4222. doi: [10.1109/TSP.2018.2847636](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2847636).
- [116] HE Hao, STOICA P, and LI Jian. Wideband MIMO systems: Signal design for transmit beampattern synthesis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 618–628. doi: [10.1109/TSP.2010.2091410](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2091410).
- [117] ALDAYEL O, MONGA V, and RANGASWAMY M. Tractable transmit MIMO beampattern design under a constant modulus constraint[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(10): 2588–2599. doi: [10.1109/TSP.2017.2664040](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2664040).
- [118] MCCORMICK P M, BLUNT S D, and METCALF J G. Wideband MIMO frequency-modulated emission design with space-frequency nulling[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2017, 11(2): 363–378. doi: [10.1109/JSTSP.2016.2627180](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2016.2627180).
- [119] YU Xianxiang, CUI Guolong, YANG Jing, *et al.* Wideband MIMO radar waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(13): 3487–3501. doi: [10.1109/TSP.2019.2916732](https://doi.org/10.1109/TSP.2019.2916732).
- [120] CUI Guolong, YANG Jing, LU Shuping, *et al.* Dual-use unimodular sequence design via frequency nulling modulation[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 62470–62481. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2876644](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2876644).
- [121] LIU Yongjun, LIAO Guisheng, XU Jingwei, *et al.* Adaptive OFDM integrated radar and communications waveform design based on information theory[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(10): 2174–2177. doi: [10.1109/LCOMM.2017.2723890](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2017.2723890).
- [122] HASSANIEN A, AMIN M G, ZHANG Y D, *et al.* Dual-function radar-communications: Information embedding using sidelobe control and waveform diversity[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(8): 2168–2181. doi: [10.1109/TSP.2015.2505667](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2505667).

作者简介



崔国龙(1982-), 男, 安徽人, 电子科技大学教授, 博士生导师, 《雷达学报》编委。研究方向包括: 最优化理论和算法、雷达目标检测理论、波形多样性以及阵列信号处理等。

E-mail: cui guolong@uestc.edu.cn



余显祥(1991-), 男, 四川人, 电子科技大学博士研究生, 研究方向包括: 雷达波形设计与处理、最优化理论算法以及阵列信号处理等。

E-mail: xianxiangy@gmail.com



杨婧(1995-), 女, 河北人, 电子科技大学博士研究生, 研究方向包括: 雷达波形设计与处理、最优化理论算法以及阵列信号处理等。

E-mail: yangjinguestc@163.com



付月(1992-), 女, 湖北人, 上海汽车集团股份有限公司技术中心工程师, 研究方向包括: 雷达波形设计、基于智能驾驶汽车的毫米波雷达设计与开发、毫米波雷达SLAM应用开发等。

E-mail: 18482205102@163.com



孔令讲(1974-), 男, 河南人, 电子科技大学教授, 博士生导师, 《雷达学报》编委。研究方向包括: 新体制雷达、统计信号处理、优化理论和算法、雷达信号处理、非合作信号处理技术和自适应阵列信号处理等。

E-mail: ljkong@uestc.edu.cn