

## 基于多目标跟踪的相控阵雷达波束和驻留时间联合分配方法

王祥丽 易伟\* 孔令讲

(电子科技大学电子工程学院 成都 611731)

**摘 要:** 相控阵雷达能同时发射多个波束, 其波束指向灵活, 且能实现无惯性的快速扫描。为了使相控阵雷达用尽量少的系统资源去实现多个目标的同时跟踪, 该文提出了一种基于多目标跟踪的波束和驻留时间联合分配方法。该方法通过建立和求解一个在各目标跟踪精度满足一定要求的前提下, 最小化总波束驻留时间的非凸优化数学问题来实现资源的联合分配。贝叶斯克拉美罗界(BCRLB)为目标状态估计的误差提供了一个下界, 该文推导了带有资源参数变量的BCRLB并将它作为跟踪性能的准则。随后针对上述非凸优化问题, 该文提出一个先确立波束指向再分配驻留时间的两步分解算法。最后, 根据资源分配结果, 采用粒子滤波算法实现了多目标跟踪。仿真结果证明, 和平均分配资源的固定操作方式相比, 该文方法不仅能节约系统资源而且能保证坏目标的跟踪性能, 体现了该文方法的有效性。

**关键词:** 贝叶斯克拉美罗界(BCRLB); 优化问题; 资源联合分配; 多目标跟踪

中图分类号: TN958.92

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2017)06-0602-09

DOI: 10.12000/JR17045

**引用格式:** 王祥丽, 易伟, 孔令讲. 基于多目标跟踪的相控阵雷达波束和驻留时间联合分配方法[J]. 雷达学报, 2017, 6(6): 602-610. DOI: 10.12000/JR17045.

**Reference format:** Wang Xiangli, Yi Wei, and Kong Lingjiang. Joint beam selection and dwell time allocation for multi-target tracking in phased array radar system[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(6): 602-610. DOI: 10.12000/JR17045.

## Joint Beam Selection and Dwell Time Allocation for Multi-target Tracking in Phased Array Radar System

Wang Xiangli Yi Wei Kong Lingjiang

(School of Electronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** Phased array radar can simultaneously form multiple beams that can scan without inertia allowing for flexible pointing. In this paper, we propose a joint beam and dwell time allocation strategy for multi-target tracking in a phased array radar system to achieve multi-target tracking with less system resources. First, we formulate an optimization problem for minimizing the total dwell time on all targets while guaranteeing to meet a predetermined target-tracking accuracy requirement. The Bayesian Cramer-Rao Lower Bound (BCRLB) is introduced as the tracking performance metric since it provides a lower bound for the error of target state estimate. Second, after proving the optimization problem is nonconvex, we propose a two-step decomposition algorithm which is first to determine the beam pointing and then allocate the beam dwell time to solve it. Finally, we achieve multi-target tracking based on the resource allocation results. Simulation results show that our optimization strategy is effective in saving resources and is favorable for achieving a better tracking performance of worse targets as compared to an operating mode wherein uniform resource allocation occurs.

**Key words:** Bayesian Cramer-Rao Lower Bound (BCRLB); Optimization problem; Joint resource allocation strategy; Multiple targets tracking

收稿日期: 2017-04-10; 改回日期: 2017-07-17; 网络出版: 2017-08-16

\*通信作者: 易伟 kussoyi@gmail.com

基金项目: 长江学者奖励计划, 中央高校基本科研基金(ZYGX2016J031), 中国博士后科学基金面上基金(2014M550465), 特别资助基金(2016T90845)

Foundation Items: The Changjiang Scholars Program, The Fundamental Research Funds of Central Universities (ZYGX2016J031), The Chinese Postdoctoral Science Foundation (2014M550465), The Special Grant (2016T90845)

## 1 引言

相控阵雷达能同时发射多个波束,且这些波束能独立的执行检测、跟踪等任务,因此它在多目标跟踪上应用广泛<sup>[1]</sup>。由于波束的捷变能力,波束在目标上的驻留时间可以通过控制波束的转向进行控制,如果最小化波束在目标上的总驻留时间(即最小化总的跟踪时间),就给波束提供更多的搜索时间,则相控阵雷达便有更多时间完成其他探测任务<sup>[2,3]</sup>。此外,相控阵雷达采用不规则电子扫描方式,因此它可以在不同方向和不同距离搜索和跟踪目标<sup>[4]</sup>。基于这些优点,与传统机械扫描雷达相比,相控阵雷达在多目标跟踪方面具有明显优势。然而,雷达的系统资源是有限的,提出合理的资源配置方案来完成多项探测任务是不可或缺的。

多年以来,雷达资源管理一直受到广泛关注,且在这一领域形成了很多优秀的研究。文献[5-7]建立一个使目标满足一定跟踪精度的同时最小化系统资源负载的优化问题,实现了对波束重返和驻留时间的控制,但上述研究都是基于单目标跟踪,且未考虑目标的机动性。在多目标跟踪中,文献[8]给出了一种基于预测协方差来控制雷达波束指向的办法,文献[9]利用分块坐标迭代,实现了多目标跟踪背景下分布式MIMO雷达收发站的联合选择,但这两篇文章只考虑了如何调度波束或传感器节点选择的问题,未研究波束驻留时间的分配。同样基于多目标跟踪,文献[10,11]分析了目标机动性对系统资源的影响,且深入研究了调整波束数量、指向和功率分配等资源分配问题,实现了使最坏目标跟踪性能达到最优的目的,但是该方法主要考虑的是如何使目标性能最优,不涉及资源节约问题。

由于设计限制,相控阵雷达天线产生的波束数量有限,通常小于目标数。理论上,当扫描期间目标被雷达波束照射时,目标将反射一定量的脉冲,且脉冲数量会随着波束驻留时间的延长而增加<sup>[12]</sup>。如果实现所有回波脉冲的相干积累,即量测信息更加丰富,则目标的跟踪性能将得到有效的提升。不考虑资源分配的固定操作模式虽简单易行,但是如果存在远离雷达、散射截面(Radar Cross Section, RCS)或过程噪声很强的目标,则无法获得每个目标的最佳跟踪性能。因此,雷达波束根据目标分布,目标RCS和目标机动性来调整驻留时间是至关重要的。

为此,本文提出了一种基于多目标跟踪的相控阵雷达波束和驻留时间联合管理方法,并将该方法转化为一个以总驻留时间为目标函数各目标跟踪精度为约束的优化问题,由于贝叶斯克拉美罗界

(Bayesian Cramer-Rao Lower Bound, BCRLB)为目标状态的均方根误差(Mean Squared Error, MSE)提供了一个下界,本文推导了带有资源变量的BCRLB并将它作为本次跟踪的性能准则。在证明了该优化问题的非凸性后本文又提出了一个依次解决波束和驻留时间的两步分解算法。仿真结果证明了本文方法在节约系统资源和保证坏目标跟踪性能上的有效性。

## 2 系统模型

假设某一相控阵雷达位于 $(x, y)$ ,能同时发射 $B$ 个波束,在其监控区域广泛分布着 $Q$ 个目标,且 $B \leq Q$ ,即每次跟踪最多有 $B$ 个目标能被波束照射。假设每个目标做匀速运动,目标 $q$ ( $q = 1, \dots, Q$ )的初始位置和速度分别为 $(x_0^q, y_0^q)$ 和 $(\dot{x}_0^q, \dot{y}_0^q)$ ,则在第 $k$ 个跟踪时刻,目标 $q$ 的位置和速度分别为 $(x_k^q, y_k^q)$ 和 $(\dot{x}_k^q, \dot{y}_k^q)$ 。考虑到 $k$ 时刻并不是所有目标都被照射,引入二元变量 $\varphi_k = [\varphi_k^1, \dots, \varphi_k^Q]^T$ ,其中

$$\varphi_k^q = \begin{cases} 1, & \text{目标被波束照射} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

因此,选择哪些目标被波束照射及如何分配波束在目标上的驻留时间是本文将要研究的两个问题。相控阵雷达多波束工作模式示意图如图1所示,雷达波束可独立执行跟踪和搜索任务,当其未照射目标时,认为其在监控区域搜索新的目标。

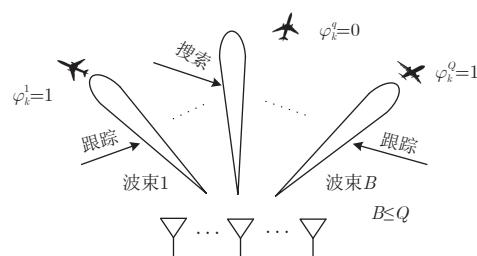


图1 相控阵雷达多波束工作模式示意图

Fig. 1 Multi-beam work mode of phased array radar system

假设雷达波束发射脉冲信号,脉冲重复周期为 $T_{pri}$ ,若 $k$ 时刻有 $M_{q,k}$ 个脉冲照射到某一目标,则雷达波束在该目标的驻留时间为 $\Delta T_{q,k} = M_{q,k} \cdot T_{pri}$ 。若雷达平均发射功率为 $P_{av}$ ,则每个脉冲的能量为 $E_m = P_{av} T_{pri}$ 。在 $k$ 时刻目标 $q$ 上的回波信号表达式可写为:

$$r_{q,k}(t, m) = \sqrt{E_m \alpha_{q,k}} h_{q,k} s_p(t - m T_{pri} - \tau_{q,k}) \cdot e^{-j2\pi f_{q,k}(m)t} + w_{q,k}(t, m), \quad m = 1, \dots, M_{q,k} \quad (2)$$

其中, $s_p(t)$ 为发射信号的归一化复包络, $\alpha_{q,k}$ 为信

道损失,  $h_{q,k}$  为目标 RCS,  $\tau_{q,k}$  和  $f_{q,k}$  分别为信号时延和多普勒频移。为了改善和提高雷达对目标的检测和跟踪性能, 需对回波样本进行相参积累来提高信噪比, 本文将采用动目标检测(Moving Target Detection, MTD)技术<sup>[13]</sup>来实现该多脉冲的相参积累。由于未考虑杂波影响, 因此当目标位于某一特定距离单元内, 只需对照射到目标上回波信号  $r_{q,k}(t, m)$ ,  $m = 1, \dots, M_{q,k}$  在慢时间维上进行离散傅里叶变换即可, 得到其频谱:

$$S_{q,k}(t, f) = \text{DFT}[r_{q,k}(t, m)] \\ = \sum_{m=0}^{M_{q,k}-1} r_{q,k}(t, m) e^{-j2\pi f m T_{pi}} \quad (3)$$

理论上, 当  $f = f_{q,k}$  时,  $|S_{q,k}(t, f)|^2$  的峰值功率为  $|M_{q,k} \sqrt{E_m \alpha_{q,k}} h_{q,k}|^2$ 。假设噪声样本  $w_{q,k}(t, m)$  为彼此独立, 且均值为零, 方差为  $\sigma_w^2$  的高斯白噪声, 则其总的噪声功率为  $M_{q,k} \sigma_w^2$ , 因此, 最后的回波信噪比为:

$$\text{SNR}_{q,k}(\Delta T_{q,k}) = \frac{|M_{q,k} \sqrt{E_m \alpha_{q,k}} h_{q,k}|^2}{M_{q,k} \sigma_w^2} \\ = \frac{P_{av} \Delta T_{q,k} \alpha_{q,k} |h_{q,k}|^2}{\sigma_w^2} \quad (4)$$

从上式可以看出, 回波信噪比  $\text{SNR}_{q,k}$  与驻留时间成一定数值关系, 当其它变量确定时, 给定一个驻留时间, 就可得到相应的  $\text{SNR}_{q,k}$ 。

目标作匀速运动, 目标  $q$  在  $k$  时刻的状态为:  $\mathbf{x}_k^q = [x_k^q, \dot{x}_k^q, y_k^q, \dot{y}_k^q]^T$ , 状态方程为:

$$\mathbf{x}_k^q = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1}^q + \mathbf{u}_{k-1}^q \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{F}_k$  表示状态转移矩阵, 过程噪声  $\mathbf{u}_{k-1}^q$  可以表示均值为零, 方差为  $\mathbf{Q}_{q,k-1}$  的高斯白噪声,  $\mathbf{F}_k$  和  $\mathbf{Q}_{q,k-1}$  分别为:

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 & T^s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{Q}_{q,k-1} = \kappa_q \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} (T^s)^3/3 & (T^s)^2/2 \\ (T^s)^2/2 & T^s \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{I}_2$  为 2 阶单位矩阵,  $\otimes$  表示矩阵的 Kronecker 积运算,  $T^s$  表示波束采样间隔,  $\kappa_q$  表示目标  $q$  的过程噪声强度。

从回波信号中提取距离和角度信息, 在  $k$  时刻, 目标量测方程可表示为:

$$\mathbf{z}_{q,k} = \mathbf{g}_{q,k}(\mathbf{x}_k^q) + \mathbf{v}_{q,k} \quad (8)$$

其中, 每个目标来自雷达的量测, 即距离和角度, 分别为:

$$\mathbf{g}_{q,k}(\mathbf{x}_k^q) = \begin{bmatrix} R_{q,k} \\ \theta_{q,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^q - x)^2 + (y_k^q - y)^2} \\ \arctan \left[ \frac{y_k^q - y}{x_k^q - x} \right] \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\lambda$  为发射信号载波波长, 量测噪声  $\mathbf{v}_{q,k}$  为均值为零, 协方差为  $\mathbf{G}_{q,k}$  的高斯白噪声, 由文献[14,15]可知, 量测噪声协方差与当前回波信噪比  $\text{SNR}_{q,k}(\Delta T_{q,k})$  有关:

$$\mathbf{G}_{q,k}(\Delta T_{q,k}) = \begin{bmatrix} \sigma_{R_{q,k}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta_{q,k}}^2 \end{bmatrix} \\ \propto \begin{bmatrix} (\text{SNR}_{q,k}(\Delta T_{q,k}) \beta_{q,k}^2)^{-1} & 0 \\ 0 & (\text{SNR}_{q,k}(\Delta T_{q,k}) / W_{NN})^{-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中,  $\sigma_{R_{q,k}}^2$  和  $\sigma_{\theta_{q,k}}^2$  分别表示  $k$  时刻目标  $q$  距离和角度的估计均方误差(MSE)的下界,  $\beta_{q,k}^2$  为信号  $s_p(t)$  的有效带宽,  $W_{NN}$  为接收波束的宽度。

### 3 问题描述

在本节中, 该文将波束指向和驻留时间联合分配问题转化为一个以总驻留时间为目标函数, 波束、驻留时间和跟踪性能为约束的优化问题。目标动态模型和量测模型的不准确性可能导致目标状态估计的不确定性。然而 BCRLB 综合了目标分布、目标 RCS、过程噪声和驻留时间等变量, 也为这些变量参数无偏估计的 MSE 提供了一个下界<sup>[16-19]</sup>, 所以, 将它作为跟踪性能的准则是合理且可行的。基于此, 本节推导了带有波束和驻留时间变量的 BCRLB, 并将跟踪精度误差的下界提取出来, 在跟踪时刻  $k$ , 当  $k-1$  时刻的贝叶斯 Fisher 信息矩阵 (Bayesian Fisher Information Matrix, BFIM) 已知, 给定一组波束变量  $\boldsymbol{\varphi}_k = [\varphi_k^1, \dots, \varphi_k^Q]^T$  和驻留时间变量  $\Delta \mathbf{T}_k = [\Delta T_{1,k}, \dots, \Delta T_{Q,k}]^T$ , 便可计算出具有预测性的 BCRLB。

假设目标估计状态为  $\hat{\mathbf{x}}_k^q(\mathbf{z}_{q,k})$ , 则目标状态估计的 MSE 满足:

$$\mathbb{E}_{\mathbf{x}_k^q, \mathbf{z}_{q,k}} \{ (\hat{\mathbf{x}}_k^q(\mathbf{z}_{q,k}) - \mathbf{x}_k^q) (\hat{\mathbf{x}}_k^q(\mathbf{z}_{q,k}) - \mathbf{x}_k^q)^T \} \\ \geq \mathbf{C}(\mathbf{x}_k^q) = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_k^q) \quad (11)$$

其中,  $\mathbb{E}_{\mathbf{x}_k^q, \mathbf{z}_{q,k}} \{ \cdot \}$  表示对目标状态和观测求数学期望;  $\mathbf{C}(\mathbf{x}_k^q)$  表示目标状态估计误差的 BCRLB,  $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k^q)$  表示目标状态  $\mathbf{x}_k^q$  的 BFIM, 其可以分为两个部分<sup>[16]</sup>:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}_k^q) = \mathbf{J}_P(\mathbf{x}_k^q) + \mathbf{J}_D(\mathbf{x}_k^q) \quad (12)$$

$\mathbf{J}_P(\mathbf{x}_k^q)$ 和 $\mathbf{J}_D(\mathbf{x}_k^q)$ 分别表示目标先验和数据的Fisher信息矩阵(FIM)，它们具体表达式如下：

$$\begin{cases} \mathbf{J}_P(\mathbf{x}_k^q) = [(\mathbf{Q}_{q,k-1} + \mathbf{F}_k \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_{k-1}^q)(\mathbf{F}_k)^T)^{-1}] \\ \mathbf{J}_D(\mathbf{x}_k^q) = \mathbb{E}_{\mathbf{x}_k^q} \{ \mathbf{H}^T(\mathbf{x}_k^q) \mathbf{G}_{q,k}^{-1}(\Delta T_{q,k}) \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^q) \} \end{cases} \quad (13)$$

其中， $\mathbf{H}^T(\mathbf{x}_k^q) = \frac{\partial \mathbf{z}_{q,k}^T}{\partial \mathbf{x}_k^q}$ 表示量测函数的雅克比行列式。

在 $k$ 时刻，对于目标 $q$ ，它可能不被波束照射，此种情况下，驻留时间为零且目标数据FIM不存在，代入波束变量 $\varphi_k$ ，于是带有波束和驻留时间变量的BFIM可以写为

$$\mathbf{J}(\varphi_k^q, \Delta T_{q,k})|_{\mathbf{x}_k^q} = \mathbf{J}_P(\mathbf{x}_k^q) + \varphi_k^q \mathbb{E}_{\mathbf{x}_k^q} \{ \mathbf{H}^T(\mathbf{x}_k^q) \cdot \mathbf{G}_{q,k}^{-1}(\Delta T_{q,k}) \mathbf{H}(\mathbf{x}_k^q) \} \quad (14)$$

对上式求逆，求得预测BCRLB为：

$$\mathbf{C}(\varphi_k^q, \Delta T_{q,k})|_{\mathbf{x}_k^q} = [\mathbf{J}(\varphi_k^q, \Delta T_{q,k})|_{\mathbf{x}_k^q}]^{-1} \quad (15)$$

由式(11)可知，目标BCRLB的对角线上元素不仅可以反映目标位置估计方差的下界，还可以反映速度分量估计误差的下界，所以将BCRLB直接作为跟踪精度误差的准则是不准确的，需将跟踪精度误差提取出来：

$$L(\varphi_k^q, \Delta T_{q,k}) = \sqrt{\mathbf{C}(1,1) + \mathbf{C}(3,3)} \quad (16)$$

其中， $\mathbf{C}(1,1)$ 和 $\mathbf{C}(3,3)$ 分别表示BCRLB对角线上的第1个和第3个分量，因此 $L(\varphi_k^q, \Delta T_{q,k})$ 为目标位置估计的最小均方根误差(RMSE)提供了一个下界，并将它作为跟踪精度的准则。

本方法的目的是在保证所有目标满足一定跟踪精度 $\eta$ 的情况下，使总的波束在目标上的驻留时间消耗最少，因此该算法目标函数可写为 $\mathbf{1}_Q^T \Delta \mathbf{T}_k$ ，结合波束和驻留时间约束，此优化问题可以建立为：

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{1}_Q^T \Delta \mathbf{T}_k \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \varphi_k^q = \{0, 1\}, q = 1, 2, \dots, Q \\ \mathbf{1}_Q^T \varphi_k = B'_k \leq B \\ \Delta T_{\min} \leq \Delta T_{q,k} \leq \Delta T_{\max}, \varphi_k^q = 1 \\ \Delta T_{q,k} = 0, \varphi_k^q = 0 \\ \mathbf{1}_Q^T \Delta \mathbf{T}_k \leq T_{\text{track}} \\ L(\varphi_k^q, \Delta T_{q,k}) \leq \eta \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

其中， $\mathbf{1}_Q^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times Q}$ ；考虑到 $k$ 时刻并不是所有的波束都用于跟踪，波束总数的约束可写为 $B'_k \leq B$ ； $\Delta T_{\min}$ 和 $\Delta T_{\max}$ 分别表示目标被波束照射

时( $\varphi_k^q = 1$ )驻留时间的下界和上界，当 $\varphi_k^q = 0$ 时，驻留时间零；假设状态 $k$ 时用于跟踪的总时间 $T_{\text{track}}$ ，则总的驻留时间应该小于它。通过式(17)可以看出，本文建立了一个带有资源变量的优化问题数学模型，接下来本文将提出一个优化算法来解决此问题。

#### 4 资源管理算法描述

对于一个优化问题，首先需要判断它的凸性。通过判定可知， $\varphi_k^q = \{0, 1\}$ 是个二元变量，因此该优化问题是非凸的。当波数和目标数量很大时，考虑到沉重的计算负担，用传统的穷尽搜索方法解决此类有约束的、非线性且非凸的优化问题是非常棘手和耗时的。所以本文试图找到一个首先分配波束指向的方法，这样就可以将此非凸问题转化为较易解决的凸问题。基于此目的，本文提出一个两步分解算法来实现波束和驻留时间的分配。

实际上，分配波束就是选择哪些目标被照射，从目标BFIM的组成部分可知，先验FIM $\mathbf{J}_P(\mathbf{x}_k^q)$ 只与目标上一时刻的信息 $\mathbf{J}(\mathbf{x}_{k-1}^q)$ 有关，与 $k$ 时刻的驻留时间无关，因此本文基于目标先验FIM来选择波束，雷达波束分配步骤具体如下：

- (1) 根据 $k$ 时刻每个目标的先验信息矩阵 $\mathbf{J}_P(\mathbf{x}_k^q)$ ，对其求逆得： $\mathbf{C}^P(\mathbf{x}_k^q) = \mathbf{J}_P^{-1}(\mathbf{x}_k^q)$ ；
- (2) 令 $L^P(\mathbf{x}_k^q) = \sqrt{\mathbf{C}^P(1,1) + \mathbf{C}^P(3,3)}$ ，并将其作为衡量目标预测跟踪精度的准则；
- (3) 将 $L^P(\mathbf{x}_k^q)$ 和跟踪门限 $\eta$ 进行比较，得

$$\varphi_k^{\text{opt}}(q) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } L^P(\mathbf{x}_k^q) \geq \eta \\ 0, & \text{如果 } L^P(\mathbf{x}_k^q) < \eta \end{cases} \quad (18)$$

上式说明， $k$ 时刻，若目标的预测跟踪精度已满足跟踪要求 $\eta$ ，则其不需要被波束照射；若不满足，则其需被波束照射。

(4) 计算出通过此法得到的用于跟踪的总波束数量 $B'_k = \mathbf{1}_Q^T \varphi_k^{\text{opt}}$ ，如果 $B'_k \leq B$ ，则通过转化后的优化问题式(23)对被选择的目标进行驻留时间分配；然而，当 $B'_k > B$ ，这说明大于预定跟踪门限的目标数量超过了雷达波束总数，对于这种情况，本文将波束优先分给那些先验信息更差的 $B$ 个目标。首先，将所有目标预测跟踪精度准则写成向量

$$\mathbf{L}_k^P = [L^P(\mathbf{x}_k^1), L^P(\mathbf{x}_k^2), \dots, L^P(\mathbf{x}_k^Q)]^T \quad (19)$$

然后将它们按照从大到少的方式排列，得

$$[\mathbf{L}_{k,\text{sort}}^P, \mathbf{o}] = \text{sort}[\mathbf{L}_k^P, \text{descend}] \quad (20)$$

因为目标预测跟踪精度准则的值越大，说明目标的先验FIM越差，则这个目标就更需要来自于雷达的

观测信息进行状态更新, 所以当  $B'_k > B$  时, 波束选择方式如下:

$$\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } q \in \mathbf{o}(1:M) \\ 0, & \text{如果 } q \in \mathbf{o}(M+1:Q) \end{cases} \quad (21)$$

由于波束资源总数有限, 通过这种方式得到的波束选择结果虽然可能会使  $k$  时刻有  $B'_k - M$  个目标的跟踪精度超过预定门限, 但该方法已经在最大程度上降低了门限和跟踪精度之间的差距。为了下文描述方便, 本文将两种情况的波束选择结果都用  $\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}$  表示。最终, 目标跟踪精度准则的计算表达式可写为:

$$L(\mathbf{x}_k^q) = \begin{cases} \sqrt{\mathbf{C}(1,1) + \mathbf{C}(3,3)}, & \hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q) = 1 \\ \sqrt{\mathbf{C}^{\text{P}}(1,1) + \mathbf{C}^{\text{P}}(3,3)}, & \hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

基于以上得到的波束分配结果  $\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}$ , 将式(17)转化成了一个如下的凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta T_k} & \mathbf{1}_Q^{\text{T}} \Delta T_k \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \Delta T_{\min} \leq \Delta T_{q,k} \leq \Delta T_{\max}, \hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q) = 1 \\ \mathbf{1}_Q^{\text{T}} \Delta T_k \leq T_{\text{track}} \\ L(\Delta T_{q,k}) \leq \eta \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

由文献[10,20]可知, 若BFIM的初始值是半正定的, 则  $L(\Delta T_{q,k})$  呈凸性, 又因式(20)的目标函数和其他约束都是线性的, 因此转化后的优化问题式(23)是凸的。对于此优化问题, 借助内点法即可求解<sup>[20,21]</sup>, 得到驻留时间分配结果  $\Delta T_k$ 。然而此种方法解出来的驻留时间可能是约束上下界  $[\Delta T_{\min}, \Delta T_{\max}]$  内的任意一个数, 由公式  $\Delta T_{q,k} = M_{q,k} \cdot T_{\text{pri}}$  可知, 驻留时间是脉冲重复周期的整数倍, 因此采用四舍五入法将求解出来的驻留时间  $\Delta T_{q,k}$  近似为脉冲周期的整数倍, 记为  $\Delta \hat{T}_{q,k}$ , 得到驻留时间次优解  $\Delta \hat{\mathbf{T}}_k^{\text{opt}} = [\Delta \hat{T}_{1,k}, \Delta \hat{T}_{2,k}, \dots, \Delta \hat{T}_{Q,k}]^{\text{T}}$ 。最终通过提出的两步分解算法得到了波束和驻留时间分配结果  $(\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}, \Delta \hat{\mathbf{T}}_k^{\text{opt}})$ 。

由于观测模型是非线性的, 本文采用粒子滤波算法来实现对目标的状态估计<sup>[22,23]</sup>。在  $k$  时刻, 如果目标  $q$  被波束照射 ( $\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q) = 1$ ), 则该目标的后验概率密度分布为:

$$p(\mathbf{x}_k^q | \mathbf{z}_{q,1:k}) \propto p(\mathbf{z}_{q,k} | \mathbf{x}_k^q) p(\mathbf{x}_k^q | \mathbf{z}_{q,1:k-1}) \quad (24)$$

其中  $p(\mathbf{x}_k^q | \mathbf{z}_{q,1:k-1})$  目标状态的预测概率密度函数,  $p(\mathbf{z}_{q,k} | \mathbf{x}_k^q)$  为似然函数, 其表达式如下:

$$p(\mathbf{z}_{q,k} | \mathbf{x}_k^q) = \mathcal{N}(\mathbf{g}_{q,k}(\mathbf{x}_k^q), \mathbf{G}_{q,k}(\Delta T_{q,k})) \quad (25)$$

如果目标未被照射 ( $\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q) = 0$ ), 则其估计状态为预测状态。由此可见, 只要得到雷达波束分布情况

$\hat{\varphi}_k^{\text{opt}}(q)$  和波束驻留时间  $\Delta \hat{\mathbf{T}}_k^{\text{opt}}$ , 就可以得出每个目标的状态估计, 实现多目标跟踪。

## 5 仿真实验

通过仿真, 本文对波束和驻留时间联合分配策略进行评估。由于脉冲数目是对驻留时间更直观的显示, 在以下的仿真中本文将用脉冲数目来反应驻留时间, 本文提出方法脉冲数目的计算表达式为  $M_{q,k} = \Delta T_{q,k} / T_{\text{pri}}$ , 然后用平均分配驻留时间得到的脉冲数目  $M_{0,k} = T_{\text{track}} / (Q \cdot T_{\text{pri}})$  作为基准。在仿真中, 考虑到计算复杂度, 本仿真选取2个波束去跟踪3个目标, 跟踪门限设为  $\eta = 200$  m, 跟踪总时间  $T_{\text{track}} = 0.5$  s, 驻留时间的限制为  $0.005 T_{\text{track}} \leq \Delta T_{q,k} \leq 0.9 T_{\text{track}}$ 。信号的载频和波束的有效带宽分别为  $f_{q,k} = 1$  GHz 和  $\beta_{q,k} = 1$  MHz, 脉冲重复周期  $T_{\text{pri}}$  设置为1 ms, 发射功率  $P_{\text{av}} = 5e5$  W。选取40帧数据用于本次仿真, 采样间隔  $T^s = 2$  s, 蒙特卡洛次数为500次, 粒子滤波参数: 粒子数  $\text{PF\_num} = 1000$ , 每个粒子初始权值为  $\frac{1}{\text{PF\_num}}$ , 每个粒子初始状态为对目标初始状态采样所得。将目标的RMSE定义为:

$$\text{RMSE}_{q,k} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{mc}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{mc}}} \left[ \left( x_k^q - \hat{x}_k^{q,j} \right)^2 + \left( y_k^q - \hat{y}_k^{q,j} \right)^2 \right]} \quad (26)$$

其中,  $N_{\text{mc}}$  为蒙特卡洛次数,  $(\hat{x}_k^{q,j}, \hat{y}_k^{q,j})$  为第  $j$  次试验目标  $q$  的位置估计。

假设雷达的初始位置为(0, 0), 目标的初始状态和距离雷达的初始距离如表1所示。目标的航迹和其相对于雷达位置的分布如图2。为了更好地反映目标分布对资源的影响, 本次仿真设置每个目标到雷达的初始距离是有一定差别的。另外, 考虑到目标RCS和过程噪声对资源分布的影响, 本文分别设置了两种RCS模型

$$(1) \mathbf{H}_1: \mathbf{h}_k = [h_{1,k}, h_{2,k}, h_{3,k}]^{\text{T}} = [1, 1, \dots, 1]^{\text{T}}$$

$$(2) \mathbf{H}_2: \text{如图3所示}$$

和两种过程噪声模型

$$(1) \mathbf{S}_1: [\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3] = [0.02^2, 0.02^2, 0.02^2]$$

$$(2) \mathbf{S}_2: [\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3] = [0.02^2, 0.15^2, 0.01^2]$$

表 1 目标初始状态及距离雷达距离

Tab. 1 Initial target state and distance from each target to radar

目标标号	目标位置(km)	目标速度(km/s)	距离(km)
1	(-120, 20)	(0, 0.6)	122
2	(-20, 100)	(0.7, 0)	100
3	(110, 110)	(0.3, -0.6)	150

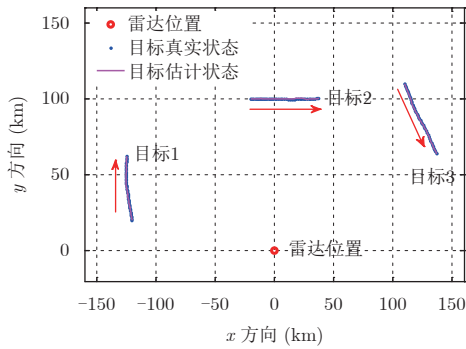


图2 目标航迹与雷达位置分布图

Fig. 2 Deployment of targets with respect to radar

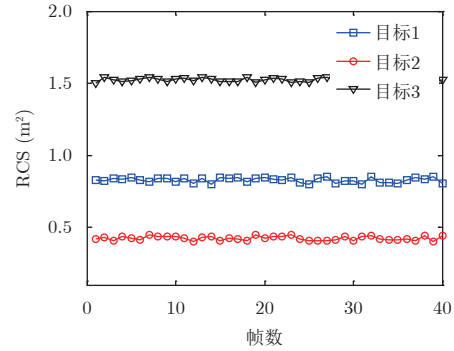


图3 第2种目标RCS模型图

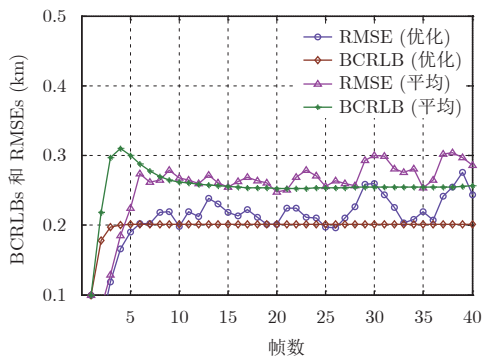
Fig. 3 Second target RCS models

结合目标分布、目标RCS和过程噪声，本文将分析以下3种情况下资源的分配结果。

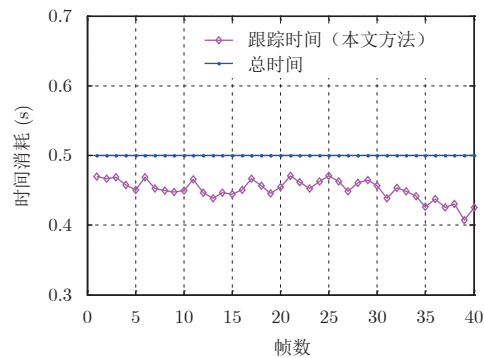
### 5.1 资源分布： $H_1$ 和 $S_1$

此种场景仿真中，假设所有目标的RCS和过程噪声强度都一样，即未考虑目标RCS和过程噪声对资源分配的影响，所以资源分配只跟目标到雷达的距离有关。图4(a)为本文方法和平均分配资源方法下目标3的BCRLB和RMSE对比图。可以看出，在资源均匀分配的操作模式下，目标3的跟踪精度为250 m，未能达到预定门限 $\eta$ ，而本文方法可以，可

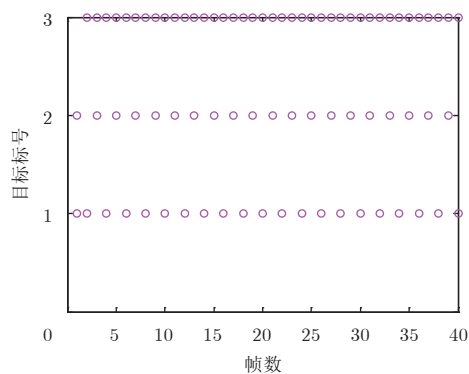
见本文方法在维持远目标的跟踪性能方面更有效。RMSE比门限高一些，这是因为采用BCRLB作为跟踪精度的准则，而MSE大于等于BCRLB，所以RMSE比门限高一点是合理的。从图4(b)可以看出，本文方法用于跟踪任务的总时间比预设总时间0.5 s要少，说明在保证所有目标跟踪精度的情况下本文方法还可以节省15%~20%的资源。从图4(c)和图4(d)可以看出，目标3一直被波束照射，且照射到目标3上的脉冲数一直高于其他目标，这是因为它距离雷达位置最远。其他目标上的脉冲数目根据它与雷达



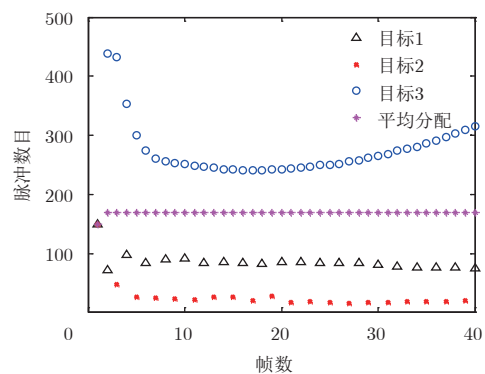
(a) 两种方法对比下的目标3的BCRLB和RMSE  
(a) BCRLBs and RMSEs of Target 3



(b) 用于跟踪的时间和总时间的对比  
(b) Time cost for tracking



(c) 波束分布结果图 ( $\eta=200$  m)  
(c) Beam allocation results



(d) 脉冲数目分布结果图 ( $\eta=200$  m)  
(d) Pulse allocation results of each target

图4 跟踪阈值 $\eta = 200$  m时资源分配结果

Fig. 4 Resources allocation results with tracking threshold  $\eta = 200$  m

的位置依次变化，距离雷达越远，脉冲数越多。这个场景主要用来分析本文提出方法的优势，仿真结果证明，和传统的平均分配资源相比，本文方法不仅能资源节约，而且可以有效维持远目标的跟踪性能。

### 5.2 资源分布： $H_1$ 和 $S_2$

本场景主要探讨过程噪声对资源分配的影响，波束和脉冲分布结果分别为图5(a)和图5(b)所示。对比图4(c)和图4(d)，可以看出，由于目标2的过程噪声变大，机动性变强，虽然它的脉冲数目无明显变化，保持在30左右，但它却被波束一直照射。目标3由于过程噪声的变小，被波束照射的次数减少一半(由40次降到20次)，但照射到目标3上的脉冲数依然很多，维持在290，那是因为它离雷达距离

最远。可见，波束倾向于将更多资源分配给过程噪声较大和距离雷达较远的目标。这同时也说明，资源分配是多种因素综合作用的结果。

### 5.3 资源分布： $H_2$ 和 $S_1$

接着本文探讨了目标RCS模型的变化对资源分配的影响，图6(a)和图6(b)分别为第2种目标RCS模型下，跟踪要求为 $\eta = 200$  m时的波束和脉冲数目分配结果图。可以看出，两种情况下波束照射几乎没有变化，但脉冲数目变化明显。由于目标2的RCS变小，其上的脉冲数和图4(d)中的相比，增加了70左右，而目标3由于RCS的增加，其上的脉冲数从290下降到100左右。由此可见，为了维持跟踪性能，雷达波束倾向于分配资源给RCS小的目标。

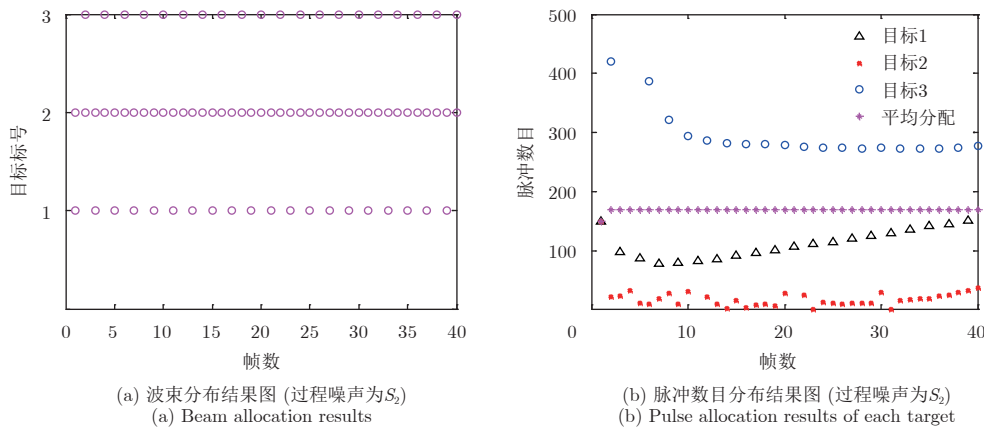


图 5 资源分布为 $H_1$  and  $S_2$ 时的资源分配

Fig. 5 Resources allocation with  $H_1$  and  $S_2$

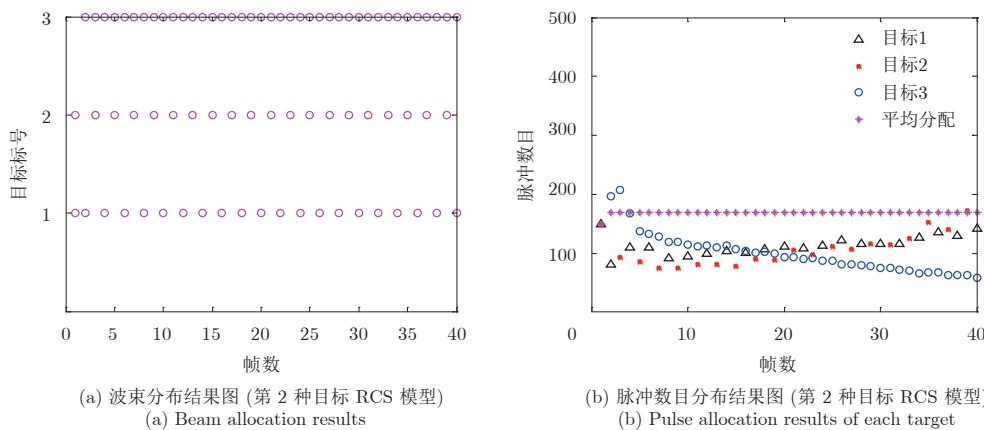


图 6 资源分布为 $H_2$  and  $S_1$ 时的资源分配

Fig. 6 Resources allocation with  $H_2$  and  $S_1$

图7为分别将跟踪门限设为 $\eta_1 = 180$  m和 $\eta_2 = 240$  m时的跟踪资源分配后，雷达波束在点(200 km, 150 km)处检测概率的变化，可以看出，和将总的跟踪资源用尽相比，本文提出的办法更加节约资源，且跟踪门限越高，即对跟踪性能的要求越低，

本文方法节约的资源越多，波束检测概率就越高。

## 6 总结

本文研究了相控阵雷达的多波束工作模式，提出了一种基于多目标跟踪的波束和驻留时间联合分

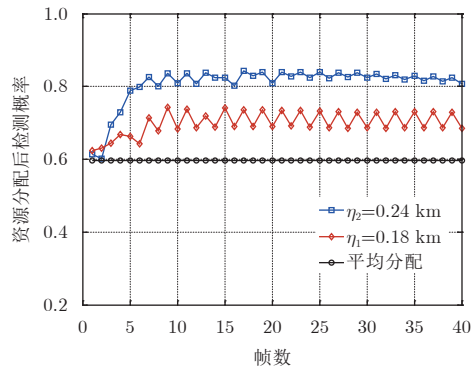


图7 资源分配后检测概率

Fig. 7 Detection probability after resource allocation with different tracking thresholds

配方法, 旨在用更少的系统资源实现多目标的跟踪。本文推导了带有资源变量的BCRLB并选取它作为跟踪性能准则, 然后建立了在保证每个目标的跟踪精度都满足一定要求的前提下, 以总驻留时间为目标函数的非凸资源优化问题。随后根据最优化理论提出一个两步分解算法, 最后基于资源分配结果, 采用粒子滤波实现了多目标跟踪。仿真结果证明本文方法不仅在节约跟踪资源方面效果显著, 而且有助于保证远距离目标跟踪性能。

### 参考文献

- [1] Izquierdo-Fuente A and Casar-Corredera J R. Optimal radar pulse scheduling using a neural network[C]. Proceedings of 1994 IEEE International Conference on Neural Networks, Orlando, Florida, USA, 1994, 7: 4588-4591.
- [2] Kirubarajan T, Bar-Shalom Y, and Daeipour E. Adaptive beam pointing control of a phased array radar in the presence of ECM and false alarms using IMM-PDAF[C]. Proceedings of the 1995 American Control Conference, Seattle, WA, USA, 1995, 4: 2616-2620.
- [3] Daeipour E, Bar-Shalom Y, and Li X. Adaptive beam pointing control of a phased array radar using an IMM estimator[C]. Proceedings of 1994 American Control Conference, Baltimore, MD, USA, 1994, 2: 2093-2097.
- [4] 何友, 修建娟, 关欣, 等. 雷达数据处理及应用[M]. 第3版, 北京: 电子工业出版社, 2013: 308-313.  
He You, Xiu Jian-juan, Guan Xin, *et al.* Radar Data Processing with Applications[M]. Third edition, Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 308-313.
- [5] Zwaga J H and Driessen H. Tracking performance constrained MFR parameter control: Applying constraints on prediction accuracy[C]. Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 2005: 1-6.
- [6] Narykov A S, Krasnov O A, and Yarovoy A. Algorithm for resource management of multiple phased array radars for target tracking[C]. Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion, Istanbul, Turkey, 2013: 1258-1264.
- [7] Shi Chen-guang, Wang Fei, Zhou Jian-jiang, *et al.* Resource management for target tracking in distributed radar network system[C]. Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC), Ningbo, China, 2015: 1-5.
- [8] Lu Jian-bin, Hu Wei-dong, and Yu Wen-xian. Adaptive beam scheduling algorithm for an agile beam radar in multi-target tracking[C]. Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Radar, Shanghai, China, 2006: 1-4.
- [9] 鲁彦希, 何子述, 程子扬, 等. 多目标跟踪分布式MIMO雷达收发站联合选择优化算法[J]. 雷达学报, 2017, 6(1): 73-80. DOI: 10.12000/JR16106.  
Lu Yanxi, He Zishu, Cheng Ziyang, *et al.* Joint selection of transmitters and receivers in distributed multi-input multi-output radar network for multiple targets tracking[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(1): 73-80. DOI: 10.12000/JR16106.
- [10] Yan Junkun, Liu Hongwei, Jiu Bo, *et al.* Simultaneous multibeam resource allocation scheme for multiple target tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(12): 3110-3122. DOI: 10.1109/TSP.2015.2417504.
- [11] Yan Junkun, Liu Hongwei, Pu Wenqiang, *et al.* Joint beam selection and power allocation for multiple target tracking in netted colocated MIMO radar system[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(24): 6417-6427. DOI: 10.1109/TSP.2016.2607147.
- [12] Richards M A. Fundamentals of Radar Signal Processing[M]. New York: McGraw-Hill Education, 2005.
- [13] 丁鹭飞, 耿富录. 雷达原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006: 291-299.  
Ding Lu-fei and Geng Fu-lu. Radar Principles[M]. Xi'an: Publishing House of Xidian University, 2006: 291-299.
- [14] Van Trees H L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part III: Radar-Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise[M]. New York: Wiley, 1971.
- [15] Van Trees H L. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory[M]. New York: Wiley, 2002.
- [16] Tichavsky P, Muravchik C H, and Nehorai A. Posterior Cramér-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(5): 1386-1396. DOI: 10.1109/78.668800.
- [17] Godrich H, Chiriac V M, Haimovich A M, *et al.* Target tracking in MIMO radar systems: Techniques and performance analysis[C]. Proceedings of 2010 IEEE Radar Conference, Washington, DC, USA, 2010: 1111-1116.
- [18] Zuo Long, Niu Rui-xin, and Varshney P K. Conditional



- posterior Cramér-Rao lower bounds for nonlinear sequential Bayesian estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 1–14. DOI: 10.1109/TSP.2010.2080268.
- [19] Hernandez M L, Farina A, and Ristic B. PCRLB for tracking in cluttered environments: Measurement sequence conditioning approach[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(2): 680–704. DOI: 10.1109/TAES.2006.1642582.
- [20] Boyd S and Vandenberghe L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [21] Grant M, Boyd S, and Ye Y. *CVX: Matlab software for disciplined convex programming*[Z]. 2008.
- [22] Gustafsson F. Particle filter theory and practice with positioning applications[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2010, 25(7): 53–82. DOI: 10.1109/MAES.2010.5546308.
- [23] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, *et al.* A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174–188. DOI: 10.1109/78.978374.

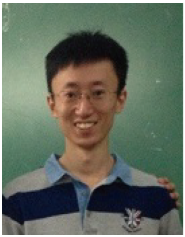
### 作者简介



王祥丽(1989–), 女, 河南人, 电子科技大学硕士研究生, 研究方向为雷达系统资源自适应管理、最优化方法及应用等。



孔令讲(1974–), 男, 博士, 电子科技大学教授, 研究方向为宽带雷达系统技术、弱目标检测跟踪技术、雷达协同探测技术、相控阵激光雷达技术, 科研概况: 主要承担国家863、国防预研、自然科学基金等科研项目。



易 伟(1983–), 男, 四川人, 电子科技大学副教授, 研究方向为统计信号处理、雷达信号与数据处理、多传感器数据融合理论、弱小目标检测跟踪技术等。

E-mail: kussoyi@gmail.com