

## 用于线阵三维SAR成像的二维快速ESPRIT算法

赵逸超\* 朱宇涛 粟毅 杨猛

(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要:** 线阵3维SAR系统可实现对地面场景的3维成像,是近年来研究的热点。但受载机平台和硬件条件的限制,其切航迹向和沿航迹向的分辨率难以提高。为了改善2维分辨率,该文提出了一种用于线阵3维SAR成像的2维快速ESPRIT算法,首先结合盖式圆方法和ESPRIT算法估计出点目标在切航迹向和沿航迹向位置,并通过该文改进的基于“区域生长”的2维位置配对方法替代最小二乘法快速求得目标散射系数,实现线阵2维SAR切航迹向和沿航迹向超分辨成像。该算法具有分辨精度高、运算速度快、实时性能好等优点。仿真实验证明了其有效性。

**关键词:** 线阵3维SAR; ESPRIT算法; 超分辨; 成像; 区域生长

中图分类号: TN959

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2015)-05-0591-09

DOI: 10.12000/JR15065

**引用格式:** 赵逸超,朱宇涛,粟毅,等. 用于线阵三维SAR成像的二维快速ESPRIT算法[J]. 雷达学报, 2015, 4(5): 591-599. DOI: 10.12000/JR15065.

**Reference format:** Zhao Yi-chao, Zhu Yu-tao, Su Yi, *et al.* Two-dimensional fast ESPRIT algorithm for linear array SAR imaging[J]. *Journal of Radars*, 2015, 4(5): 591-599. DOI: 10.12000/JR15065.

## Two-dimensional Fast ESPRIT Algorithm for Linear Array SAR Imaging

Zhao Yi-chao Zhu Yu-tao Su Yi Yang Meng

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The linear array Synthetic Aperture Radar (SAR) system is a popular research tool, because it can realize three-dimensional imaging. However, owing to limitations of the aircraft platform and actual conditions, resolution improvement is difficult in cross-track and along-track directions. In this study, a two-dimensional fast Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Technique (ESPRIT) algorithm for linear array SAR imaging is proposed to overcome these limitations. This approach combines the Gerschgorin disks method and the ESPRIT algorithm to estimate the positions of scatterers in cross and along-track directions. Moreover, the reflectivity of scatterers is obtained by a modified pairing method based on “region growing”, replacing the least-squares method. The simulation results demonstrate the applicability of the algorithm with high resolution, quick calculation, and good real-time response.

**Key words:** Linear Array SAR (LASAR); Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Technique (ESPRIT) algorithm; Superresolution; Imaging; Region growing

### 1 引言

线阵3维SAR是一种典型的阵列SAR,其基本原理是在运动平台上垂直于运动方向放置1个线性

阵列天线,通过平台运动合成虚拟面阵天线获得面阵平面内的2维分辨率,并结合脉冲压缩技术获得雷达视线方向高分辨率,从而实现对观测场景的3维成像<sup>[1,2]</sup>。线阵3维SAR成像的难点在于飞行平台限制了切航迹向阵列长度,导致了切航迹向分辨率往往较差。同时,沿航迹向的分辨率受合成孔径长度制约也难以提高。

目前,用现代谱估计方法取代傅里叶变换提高成像分辨率已经成为雷达成像领域研究的热点。旋

收稿日期: 2015-05-27; 改回日期: 2015-09-22; 网络出版: 2015-10-28

\*通信作者: 赵逸超 zhaoyichao1212@163.com

基金项目: 中国博士后科学基金(2014M562647)

Foundation Item: China Postdoctoral Science Foundation (2014M562647)

转不变子空间(Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Technique, ESPRIT)算法最早是由Roy, Paulath和Kailath提出<sup>[3]</sup>, 含义是利用旋转不变子空间估计信号参数。近年来, ESPRIT算法在雷达成像领域已得到广泛的应用。文献[4]将Unitary ESPRIT算法用于2维SAR成像, 说明了ESPRIT算法性能优于FFT, 但是算法的复杂度和运算量大幅增加, 难以满足实时性的要求。文献[5]在ISAR成像中证明了酉ESPRIT算法具有更优的分辨率和抗噪性能, 但只在方位维实现了超分辨, 没有扩展到距离向。而文献[6]虽然用ESPRIT算法实现了2维ISAR超分辨成像, 但是2维位置幅度估计和配对问题均采用最小二乘方法, 在点目标个数未知的情况下, 会遗漏散射系数较小的目标, 同时增加了运算量。文献[7]采用2维MUSIC超分辨算法替代FFT实现了SAR成像, 降低了旁瓣的影响, 但对距离向和方位向都进行协方差运算和最小二乘估计, 运算量大大增加。由于3维空间大量区域不包括散射点, 在下视模式下同一等高面只存在少量的目标点, 因此点目标在3维场景中可视为稀疏的。将上述超分辨算法用于3维场景后仍存在点目标个数难以准确估算、2维ESPRIT算法计算量大等问题, 因此本文基于多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)线阵3维SAR成像模型, 提出了一种用于线阵3维SAR成像的2维快速ESPRIT算法。它的特点是: 一是将传统的1维ESPRIT算法扩展到了2维。传统的扩展方法是采用2维ESPRIT算法进行位置估计, 其运算量是1维ESPRIT算法的平方倍, 运算速度非常慢, 而本文则采用L型搜索替代平面搜索进行位置估计, 可以大幅降低运算量并提高运算速度, 同时对切航迹向和沿航迹向进行超分辨成像。二是采用盖式圆方法<sup>[8]</sup>准确获得点目标个数。三是提出了基于“区域生长”的位置配对方法, 结合RD算法的成像结果快速求出目标散射系数完成成像, 避免使用最小二乘方法重新计算。实验结果表明, 本文所提出的2维快速ESPRIT算法与传统成像算法相比, 成像分辨率明显提高、旁瓣电平显著降低; 且与面阵2维ESPRIT算法相比, 运算量和复杂度大幅降低。

本文结构安排如下: 第1节介绍基于MIMO线阵的3维SAR成像模型; 第2节提出用于线阵3维SAR成像的2维快速ESPRIT算法; 第3节是仿真实验。

## 2 基于MIMO线阵的3维SAR成像模型

基于MIMO线阵的3维SAR成像几何模型如图1所示工作于下视模式, 采用多发多收的阵列结

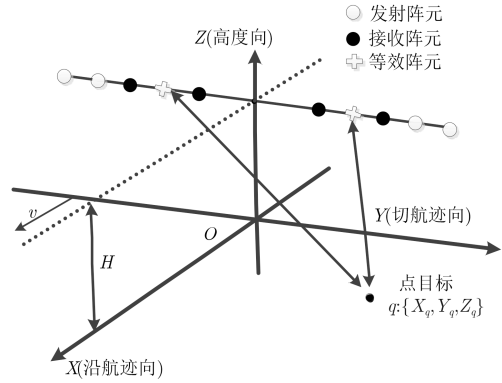


图1 基于MIMO线阵的3维SAR成像几何模型

Fig. 1 Linear array SAR imaging model based on MIMO

构, 其中, 高度向是雷达波束照射方向, 沿航迹向是载机的航行方向, 切航迹向是机翼方向。

假设机翼上方向上安置 $N$ 个发射阵元, 排布于机翼两侧, 间隔为 $2d$ ,  $M$ 个接收阵元, 中心在原点且均匀分布, 间隔为 $Nd$ , 距离原点最远的接收阵元距离最近的发射阵元间隔为 $d$ 。其基于相位中心近似(Phase Center Approximation, PCA)原理<sup>[9]</sup>的等效阵列为均匀分布的收发共用T/R的线阵, 阵列中心位于原点, 阵元数为 $NM$ , 间隔为 $d$ 。载机飞行高度为 $H$ , 沿 $X$ 轴以速度 $v$ 飞行, 发射信号的中心频率是 $f_0$ 。

高频激励下, 目标可采用Swerling模型, 解调后的回波信号可表示为:

$$W(t, u) = \sum_{q=1}^Q \varsigma_q \text{rect} \left( \frac{t - t_{nq}(u)}{T_p} \right) \cdot \exp \left\{ j\pi K_r (t - t_{nq})^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 r_{nq}(u)}{c} \right\} \quad (1)$$

式(1)中,  $\varsigma_q$ 为第 $q$ 个目标的散射系数,  $t$ 表示快时间,  $u$ 表示慢时间,  $r_{nq}(u)$ 是回波历程, 表示第 $n$ 个等效雷达阵元到第 $q$ 个点目标的距离:

$$r_{nq}(u) = \left( (x_n(u) - x_q)^2 + (y_n(u) - y_q)^2 + (z_n(u) - z_q)^2 \right)^{1/2} \quad (2)$$

在点目标位置 $(x_q, y_q, z_q)$ 确定后, 阵元的2维位置 $y_n(u) = y_n, z_n(u) = H$ 不随 $u$ 的改变而变化, 因此, 在 $u = \frac{x_0}{v}, y_n(u) = 0$ 处对式(2)做泰勒展开, 并约掉高次项, 得到:

$$r_{nq}(u) \approx r_0 + \frac{(uv - x_q)^2}{2r_0} + \frac{y_n^2 - 2y_n y_q}{2r_0} \quad (3)$$

其中  $r_0 = \sqrt{y_q^2 + (H - z_q)^2}$ 。

PCA产生的误差相位为：

$$dr(i) = r_s(i) + r_r(i) - 2r_{nq}(i), i=1, 2, \dots, NM \quad (4)$$

其中,  $r_s, r_r$  分别表示发射距离和接收距离。在远场条件下, 即  $L^2/(4r_{nq}) \ll \lambda$  时, 这个距离误差忽略不计<sup>[9]</sup>, 其中  $L$  表示发射阵元到接收阵元的距离,  $\lambda$  表示发射信号中心频率波长。

由图 1 可知, 线阵 3 维 SAR 与传统 2 维 SAR 的区别是在机翼方向上布置了  $N + M$  个阵元。在成像处理方面, 3 维 RD 算法是对每个阵元的回波进行高度向和沿航迹向的压缩处理, 然后将等效  $NM$  个回波信号叠加进行切航迹向聚焦<sup>[10]</sup>。各个方向上的压缩过程都是与匹配函数相乘滤波的过程<sup>[11]</sup>。切航迹向完成聚焦后, 在距离多普勒域中的信号为：

$$S_{ac}(t, f_u) = \varsigma_q p_r(t - t') p_a(f_u - f'_u) \cdot \exp\left(-j \frac{4\pi f_0 r_0}{c} + j \frac{4\pi f_0 y_n y_q}{c r_0} - j \frac{2\pi f_u x_q}{v}\right) \quad (5)$$

其中,  $p_a(f_u - f'_u)$  是以多普勒中心频率  $f'_u$  为中心的方位频谱包络。相位第 1 项为常数项, 第 2 项关于  $y_q$  的相位  $j \frac{4\pi f_0 y_n y_q}{c r_0}$  通过切航迹向的 FFT 消去, 第 3 项关于  $f_u$  的相位  $-j \frac{2\pi f_u x_q}{v}$  通过沿航迹向的 IFFT 去除, 得到的目标函数为：

$$S_{cc}(t, u, \theta) = \varsigma_q p_r(t - t') p_a(u - u') \cdot p_x(\sin \theta - \sin \theta_0) \exp\left(-j \frac{4\pi f_0 r_0}{c}\right) \quad (6)$$

式(5), 式(6)中,  $p_r, p_a, p_x$  均为类 sinc 函数,  $t'$  和  $u'$  分别表示平移的时间,  $\sin \theta_0 = y_q/r_0$ ,  $\theta_0$  表示阵列等效中心到点目标  $q$  的方向角,  $\theta$  表示切航迹向等效阵列的聚焦方向角<sup>[10]</sup>。

根据 SAR 理论及分辨率的定义, 线阵 3 维 SAR 各方向上的分辨率为<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} \rho_x = \frac{\lambda H}{2L_s} \\ \rho_y = \frac{\lambda H}{2L_a} \\ \rho_z = \frac{c}{2B} \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $L_s$  为沿航迹向合成孔径的长度,  $L_a$  为切航迹向收发同置阵列的长度,  $B$  为发射信号的带宽。从式(7)可以看出, RD 算法存在以下不足: 在飞机飞行高度  $H$  和信号波长  $\lambda$  确定的情况下, 飞机载荷限制了阵列长度  $L_a$ , 合成孔径长度  $L_s$  也很难改善, 这

就限制了切航迹向和沿航迹向的成像分辨率。因此需要寻求超分辨率算法来提高分辨率。

### 3 2维快速ESPRIT算法

本文提出的 2 维快速 ESPRIT 算法主要通过以下几个步骤完成：

(1) 为了得到 ESPRIT 算法矩阵分解时奇异值的个数, 结合线阵 3 维 SAR 成像模型, 采用盖式圆方法估计点目标数量。

(2) 为了降低运算量, 对传统的 2 维 ESPRIT 算法进行改进, 用 L 型搜索替代平面搜索, 即在切航迹向和沿航迹向分别选择 1 行阵列估计 2 维位置。

(3) 采用 2 维快速 ESPRIT 算法求出的 2 维位置不是一一对应的, 会在平面内出现多种排列组合的情况, 形成虚假目标。为了消除虚警, 本文提出了基于“区域生长”的位置配对新方法, 将配对的位置代入 RD 算法成像结果得到目标散射系数, 相比于最小二乘估计, 减少了运算量且降低了旁瓣的影响。

#### 3.1 2维快速ESPRIT算法

盖式圆方法是信源估计中常用的一种方法, 在低噪声的情况下, 性能优于其它估计算法<sup>[8]</sup>。考虑到点目标个数是确定 ESPRIT 算法过程中奇异值数量的关键, 因此根据线阵 3 维 SAR 成像模型, 采用盖式圆方法估计点目标个数。

盖式圆利用 Gerschgorin 圆盘定理<sup>[7]</sup>, 首先取式(5)中切航迹向聚焦后单个距离切面上的任意一行数据, 这  $NM$  个数据沿航迹向频率相同, 其中  $n_r, n_a$  表示高度向和沿航迹向的任一采样点,  $N_x = NM$  表示等效阵元个数。

$$\mathbf{X} = [S_{ac}(n_r, n_a, 1), S_{ac}(n_r, n_a, 2), \dots, S_{ac}(n_r, n_a, N_x)]^T \quad (8)$$

然后求出切航迹向信号  $\mathbf{X}$  的协方差矩阵  $\mathbf{R}$ , 并分块成如下形式：

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_0 & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^H & r_0 \end{bmatrix}_{N_x \times N_x} \quad (9)$$

式(9)中,  $\mathbf{R}'_0$  是  $(N_x - 1)(N_x - 1)$  的子矩阵。根据  $\mathbf{R}'_x$  进行酉变换  $\mathbf{R}_U = \mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{U}$ , 得到变换之后的矩阵为<sup>[8]</sup>:

$$\mathbf{R}_U = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 & \dots & \rho_1 \\ 0 & \lambda' & \dots & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_1^* & \rho_2^* & \dots & r_{N_x N_x} \end{bmatrix}_{N_x \times N_x} \quad (10)$$

式(10)中,  $\lambda$ 表示 $N_x - 1$ 个阵元信号特征矢量对应的特征值。根据盖式圆理论, 点目标信号对应的半径 $r_i = |\rho_i|$ 较大, 而噪声对应的盖式半径 $r_i \approx 0$ , 因此, 采用盖式圆盘估计法作为计算点目标的准则<sup>[6]</sup>:

$$\text{GDE}(k) = r_k - \frac{D(L)}{N_x - 1} \sum_{i=1}^{N_x-1} r_i > 0 \quad (11)$$

式(10)中 $k$ 的取值范围在1到 $N_x - 1$ 之间,  $D(L)$ 是一个与快拍数有关的调整因子, 由于在线阵3维SAR系统中快拍数一般为1, 因此 $D(L)$ 取1。当 $k$ 的取值逐渐扩大, 第1次出现负值时 $k = k_0$ , 此时点目标个数 $q = k_0 - 1$ 。

### 3.2 ESPRIT算法估计2维位置

线阵3维SAR的切航迹向是对阵元进行等间隔的空间采样, 而沿航迹向是等间隔的时间采样, 采样点可视为虚拟阵元, 如图2所示。因此, 切航迹向和沿航迹向形成了2维虚拟面阵。传统2维ESPRIT算法对面阵内所有阵元同时进行处理, 计算量是1维ESPRIT的平方倍<sup>[12,13]</sup>, 计算速度非常慢。本文为了提高运算速度, 提出2维快速ESPRIT算法, 选取切航迹向和沿航迹向的L型阵列进行位置估计。

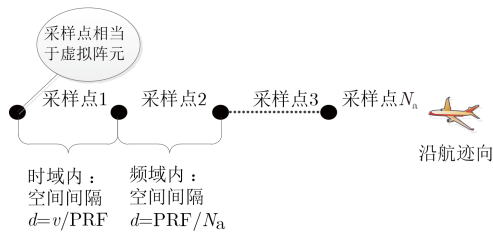


图2 沿航迹向虚拟阵列示意图

Fig. 2 Illustration of the virtual array in along-track direction

ESPRIT算法利用子阵结构的旋转不变性估计信号参数, 适用于两个完全相同的子阵, 并且这两个子阵具有已知的间隔<sup>[8]</sup>。本文首先选取切航迹向的阵列作为子阵, 切航迹向聚焦后的式(8)的值作为接收矢量 $\mathbf{X}$ ; 将 $\mathbf{X}$ 循环移动单位距离 $d$ 作为另一个接收矢量 $\mathbf{Y}$ 。因此, 接收矢量表示为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}_1 \quad (12)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\Phi\mathbf{S} + \mathbf{N}_2 \quad (13)$$

式中 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的移动距离 $d$ 是切航迹向等效阵元之间的距离,  $\mathbf{S}$ 是最终的成像结果,  $\mathbf{N}_1$ 和 $\mathbf{N}_2$ 均为噪声<sup>[14,15]</sup>,  $\Phi = \text{diag}[e^{j\omega_1}, \dots, e^{j\omega_q}]$ 是 $q \times q$ 的对角矩阵, 其中 $\Phi_\Delta = \exp\left(j \frac{4\pi f_0 dy_i}{cr_0}\right)$ ,  $q = k_0 - 1$ , 由式

(11)求得。式(5)中的其它两项相位 $-j \frac{4\pi f_0 r_0}{c} - j \frac{2\pi f_u x_q}{v}$ 作为常数项, 并不会对旋转矢量构成影响, 在运算过程中不予考虑。导向矢量 $\mathbf{A}$ 根据切航迹向相位表示成如下的形式<sup>[16]</sup>:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)]_{NM \times q} \quad (14)$$

其中,

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \left[ \exp\left(j \frac{4\pi f_0 y_1 y_i}{cr_0}\right), \dots, \exp\left(j \frac{4\pi f_0 y_{NM} y_i}{cr_0}\right) \right]^T$$

根据式(12)和式(13), 求得接收数据的协方差矩阵为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{XX} &= \mathbf{E}(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) = \mathbf{A}\mathbf{E}(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \\ \mathbf{R}_{XY} &= \mathbf{E}(\mathbf{X}\mathbf{Y}^H) = \mathbf{A}\mathbf{E}(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)\Phi^H\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{Z} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{Z}$ 是特殊的对角阵, 具体表示为:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{N_x \times N_x} \quad (16)$$

为了消除成像过程中噪声的影响, 定义 $\mathbf{C}_{XX}$ 和 $\mathbf{C}_{XY}$ 如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{C}_{XX} &= \mathbf{R}_{XX} - \sigma^2\mathbf{I} \\ \mathbf{C}_{XY} &= \mathbf{R}_{XY} - \sigma^2\mathbf{Z} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

在点目标不相干的情况下, 去噪后的 $\mathbf{C}_{XX}$ 和 $\mathbf{C}_{XY}$ 矩阵是满秩的。但是当点目标相干时, 由于 $\mathbf{C}_{XX}$ 和 $\mathbf{C}_{XY}$ 非满秩, 存在相交的零子空间, 导致 $\mathbf{A}\alpha = \lambda\mathbf{B}\alpha \equiv \mathbf{0}$ , 即 $\lambda$ 可以取任意值, 因此广义特征值的求解会出现病态解。对于线阵3维SAR系统而言, 点目标之间一般具有相关性, 因此需要对传统ESPRIT算法进行改进。

本文采用TLS-拓广ESPRIT算法<sup>[16,17]</sup>, 将 $\mathbf{C}_{XX}$ 的特征值分解为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{XX} &= \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H \\ &= [\mathbf{U}_1\mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)中,  $\Sigma_1$ 是 $q \times q$ 矩阵, 此时 $\mathbf{C}_{XX}$ 和 $\mathbf{C}_{XY}$ 的广义特征值就是 $\{\Sigma_1, \mathbf{U}_1^H\mathbf{C}_{XY}\mathbf{V}_1\}$ 的广义特征值 $\lambda(i)$ , ( $i=1, 2, \dots, q$ ), 根据得到的相位值 $\phi = \left(\frac{4\pi dy_q}{\lambda r_0}\right)$ 反推出 $y_q$ 的值, 从而完成切航迹向的位置估计。

沿航迹向的估计与切航迹向上估计方法类似, 首先任取沿航迹向的一列虚拟阵元同切航迹向的阵列构成L型阵列结构, 选择聚焦后的式(5)中单个距

离切面上的任意一系列数据，这 $N_a$ 个数据的切航迹向阵元位置相同，其中 $n_r, n_x$ 表示高度向和切航迹向的任一采样点。式(12)中的接收矢量 $\mathbf{X}$ 表示为：

$$\mathbf{X} = [S_{ac}(n_r, 1, n_x), S_{ac}(n_r, 2, n_x), \dots, S_{ac}(n_r, N_a, n_x)]^T \quad (19)$$

沿航迹向的协方差矩阵 $\mathbf{R}_{XX}$ 和 $\mathbf{R}_{XY}$ 与式(15)的选取方法相同，旋转矢量式(13)中 $u = -\frac{2\pi f_u x_q}{v}$ 。最后由广义特征值 $\lambda(i), i=1,2,\dots,q$ 求出相位，通过 $\phi = -\frac{2\pi dx_q}{v}$ 反推出沿航迹向位置 $x_q$ 的值，就得到点目标的2维位置估计值。

### 3.3 基于区域生长的点目标2维位置配对方法

上节通过本文提出的2维快速ESPRIT算法分别完成了切航迹向和沿航迹向的位置估计，但是由于无法确定目标位置的一一对应关系，会出现许多虚警目标，如图3所示。本文结合“区域生长”的规则，提出新的配对方法消除虚警目标，求得点目标的精确位置。

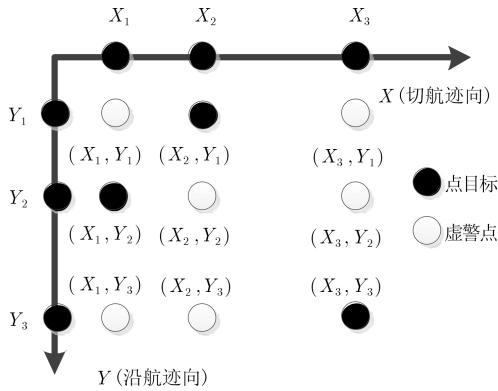


图3 2个点目标2维位置示意图

Fig. 3 Illustration of two-dimensional positions of three scatterers

为了得到切航迹向和沿航迹向的2维位置对应关系，首先要消除高度向的影响。将RD算法最终成像结果 $S_{cc}(t, u, \theta)$ 按照高度向进行求和，得到关于切航迹向和沿航迹向的2维矩阵 $S_{rx}(i, j)_{N_a \times N_x}$ 。

$S_{rx}(i, j)_{N_a \times N_x}$ 相当于多个2维SAR成像结果的叠加，会产生更明显的旁瓣。当点目标的间隔距离小于分辨率时，相邻目标点的旁瓣叠加在一起，严重干扰对目标位置的判断，甚至会掩盖某些目标点的存在。由RD算法沿航迹向点扩展函数图4可看出，两个相邻点目标之间一定存在一个凹点，这个凹点就是两个点目标聚焦值的平衡点。在平衡点的两侧，两个点目标的幅值各自占主导地位，即目标的散射中心一定分别位于这两个区域内。

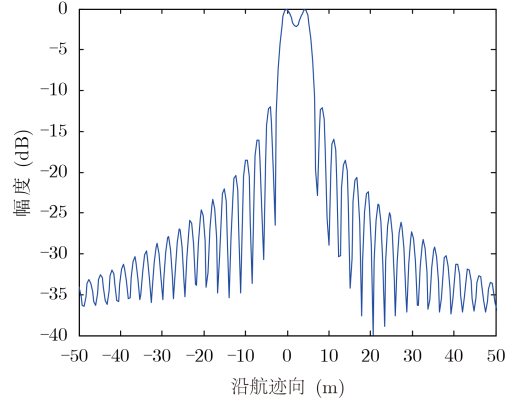


图4 沿航迹向点扩展函数示意图

Fig. 4 Illustration of PSF in cross-track direction

基于上述平衡点的理论，本文提出一种新的配对方法，以3维RD成像结果 $S_{rx}(i, j)_{N_a \times N_x}$ 为基础，以图像处理中“区域生长”的思想为主线，选择切航迹向和沿航迹向的2维平面，从极大值点出发，逐渐合并区域找到所有局部极大值点，估计出点目标的大概位置，再将由ESPRIT算法得到的2维位置逼近这些位置进行配对，最后将精确位置代入RD算法结果中估计点目标散射系数。

本文提出的基于“区域生长”的配对算法具体步骤如下：

(1) “生长区域”<sup>[18]</sup>：定义一个新矩阵 $S1_{rx}(i, j)_{N_a \times N_x} = S_{rx}(i, j)_{N_a \times N_x}$ ，将RD算法成像结果的2维累加矩阵作为区域生长的“原图像”。设变量 $i$ 表示点目标个数，即需要搜索的局部极值点个数，并置初值为零。

(2) “种子点”：遍历 $S1_{rx}$ 找出极大值，作为区域生长的“种子点”，将它在矩阵中的位置存于 $ma_{q \times q}$ ，设记录生长次数的变量 $k=0$ 。

(3) “生长规则”：对种子点的四连通区域进行遍历，此时种子点取原矩阵 $S1_{rx}$ 中对应位置上的值。若遍历值比种子点的值大，此时种子点就是平衡点，停止此方向上的遍历，并将 $S1_{rx}$ 中种子点的值置零；若相反，则将此遍历点作为新的种子点重复进行此步骤，将原种子点和遍历点在 $S1_{rx}$ 中的值置零，并设 $k=k+1$ 。

(4) “终止条件”： $k < a$ 是第3步的“终止条件”， $a$ 是个常数，作为遍历区域的半边长。第3步终止时， $i=i+1$ ，并跳到第2步继续进行， $i < q$ 作为整个算法的“终止条件”， $q$ 是点目标的个数。

上述提出的“区域生长”配对算法可以粗略得到由RD算法得到的目标2维位置，但是这个位置是在式(7)的分辨率条件下完成的，会出现较大的误差。根据上文平衡点的理论可知，2维快速



ESPRIT算法估计出的位置大小顺序与RD算法是一致的。因此，根据 $ma$ 存储的值将RD算法求出的位置进行大小排序，并按照此顺序将2维快速ESPRIT算法得到的位置进行配对，就可求出目标的精确位置。

传统的ESPRIT超分辨算法主要分两步，首先估计点目标的位置，然后采用最小二乘方法估计出目标散射系数完成成像：

$$\hat{S} = \left( \mathbf{A}^H \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{X} \quad (20)$$

但式(20)中导向矢量 $\mathbf{A}$ 的值要根据式(14)重新计算，运算量大且过程复杂。本文采用RD算法与超分辨方法结合的方式，将配对后的点目标2维精确位置直接代入到RD算法的成像结果中，就能快速求出目标的散射系数。

本文提出的用于线阵3维SAR的2维快速ESPRIT算法流程如图5所示。

### 4 实验结果与分析

#### 4.1 多个点目标成像

为了验证本文提出的2维快速ESPRIT算法的性能，利用点目标仿真实验进行分析。仿真参数如表1所示。

由式(7)求得切航迹向和沿航迹向理论分辨率分别为 $\rho_x = 1.875 \text{ m}$ ， $\rho_a = 1 \text{ m}$ 。ESPRIT算法能突破瑞丽极限的限制，区分出间隔小于分辨率的点目标。如图6所示，2维ESPRIT算法得到所有点目标的精确位置。

图7分别给出了RD算法和本文方法求得的切航迹向和沿航迹向2维成像结果。相比于RD算法，本文算法不仅大大降低了旁瓣的影响，而且区分出了2和3号点目标。图8给出了相应的3维成像结果。

为了研究SNR对两个方向上分辨率的影响，将

点目标的切航迹向位置间隔从 $0.4\rho_x$ 增加到 $\rho_x$ ，沿航迹向的位置从 $0.4\rho_a$ 增加到 $\rho_a$ ，目标在不同SNR下的可分辨概率表示在图9中，其中蒙特卡洛

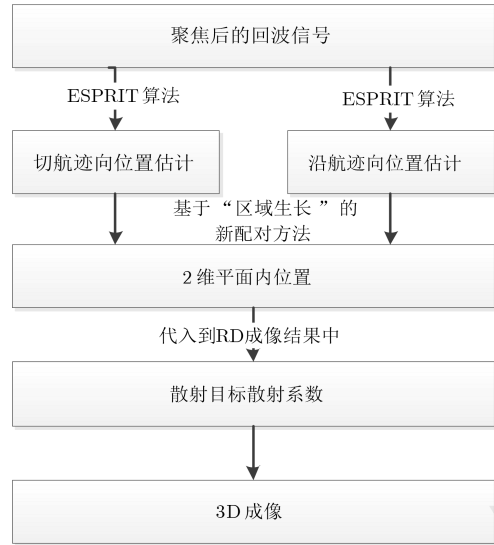


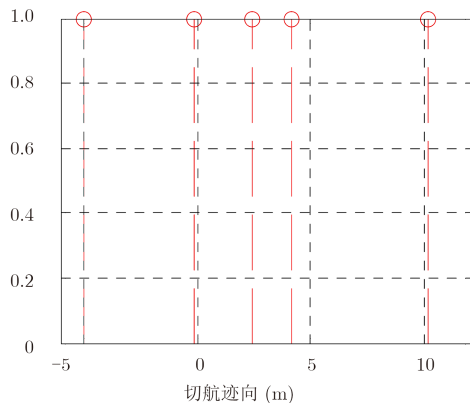
图 5 用于线阵3维SAR成像的2维快速ESPRIT算法处理流程

Fig. 5 Flow of the proposed algorithm

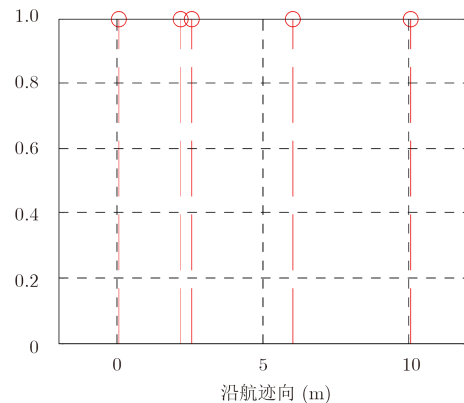
表 1 实验仿真参数

Tab. 1 Simulation parameters

脉冲宽度( $\mu\text{s}$ )	1	天线长度(m)	2
载波频率(GHz)	10	发射阵元数目	2
信号带宽(MHz)	400	接收阵元数目	80
方位向成像范围(m)	-50, 50	目标散射系数	1
方位向采样率(Hz)	400	目标位置	1(0, 0, -2)
距离向长度(m)	-30, 30	(切航迹向(m),	2(4, 2, 2)
飞行高度(m)	1000	沿航迹向(m),	3(3, 2.5, 0)
飞行速度(m/s)	200	高度向(m))	4(10, 10, -4)
			5(-5, 6, 0)



(a) ESPRIT算法估计切航迹向位置  
(a) Estimation in cross-track direction by ESPRIT algorithm



(b) ESPRIT算法估计沿航迹向位置  
(b) Estimation in along-track direction by ESPRIT algorithm

图 6 ESPRIT算法估计出的2维位置

Fig. 6 Estimation in cross and along-track directions by ESPRIT algorithm

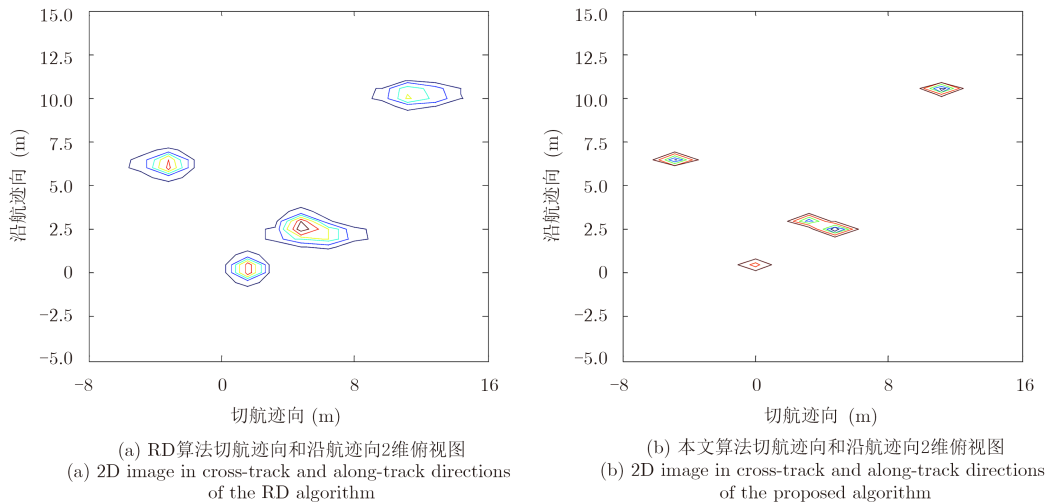


图7 RD算法和本文算法2维俯视图对比图

Fig. 7 Comparison of 2D image between RD algorithm and proposed algorithm

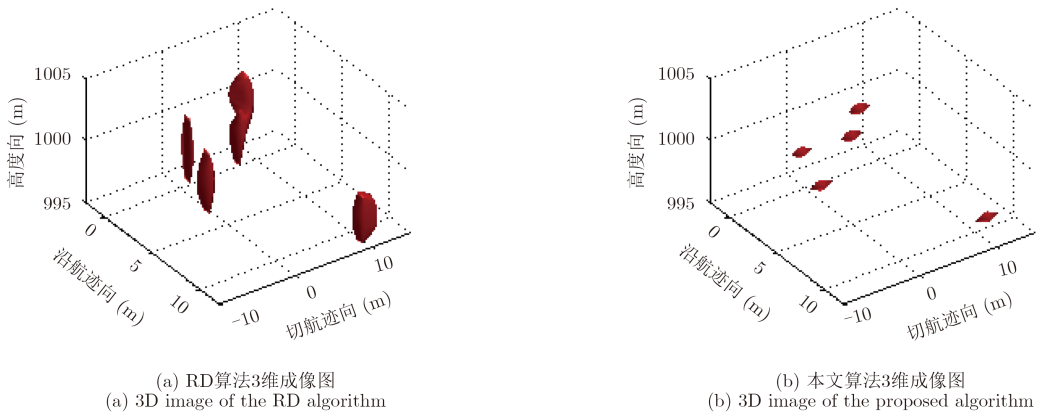


图8 RD算法和本文算法3维成像对比

Fig. 8 Comparison of 3D image between RD algorithm and proposed algorithm

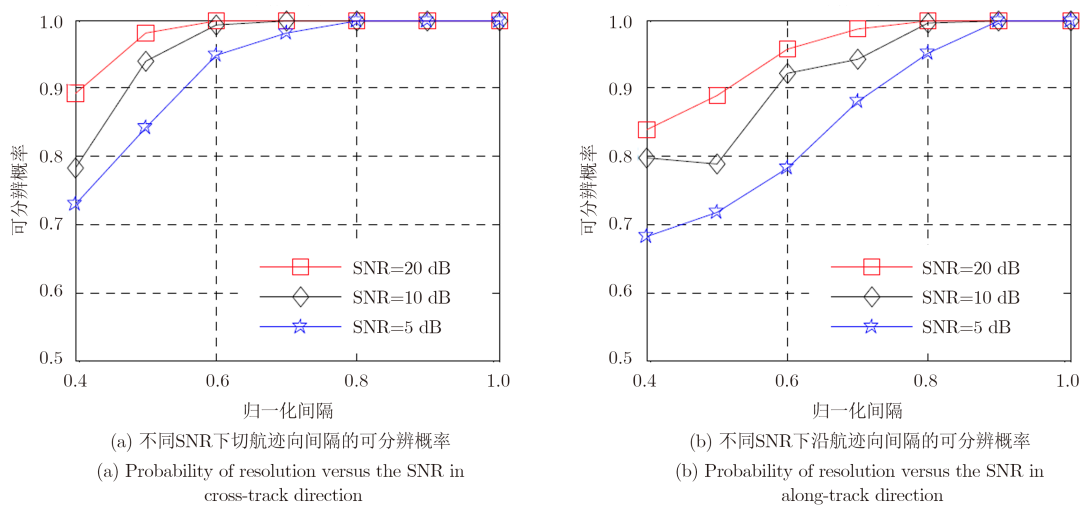


图9 不同SNR下2维可分辨概率

Fig. 9 Probability of resolution versus the SNR in cross and along-track directions

仿真次数为500。从图9中可以看出,本文提出的算法突破了传统分辨率的限制,SNR的值越大,点目标之间的距离越大,系统的分辨性能越好。同时,在噪声影响较大的情况下,系统的分辨性能会受到较大的影响,达不到预先的要求,此时综合运算时间和分辨率的影响,应在RD算法和本文算法的选择上进行权衡。

#### 4.2 不同散射系数的目标点成像

按照4.1节实验中的场景参数,选取目标点1和4,将目标点1的散射系数设为1.0,目标点4的散射系数设为0.5。图10分别给出了RD算法和本文算法得到的切航迹向和沿航迹向2维成像结果。本文算法在降低旁瓣的同时,也可得到点目标散射系数。

从上述实验结果可以看出,本文提出的用于线阵3维SAR成像的2维快速ESPRIT算法位置估计精

度远高于RD算法。在成像效果方面,不仅大幅提高了切航迹向和沿航迹向的分辨率,而且降低了旁瓣电平的影响。在噪声影响较小的情况下可以获得良好的分辨性能。

## 5 结 论

针对线阵3维SAR系统切航迹向和沿航迹向分辨率难以提高的问题,本文阐述了一种用于线阵3维SAR的2维快速ESPRIT超分辨成像算法。该算法适用于各种收发形式的等距阵列模型,在提高2维分辨率和成像质量的同时,降低了运算量和处理时间。但在实际的线阵3维SAR系统中噪声影响较大,这会对该算法的性能造成影响。下一步工作中将优化算法的鲁棒性并提高其适应性,精简运算步骤以进一步降低运算时间,推动线阵3维SAR的实用化进程。

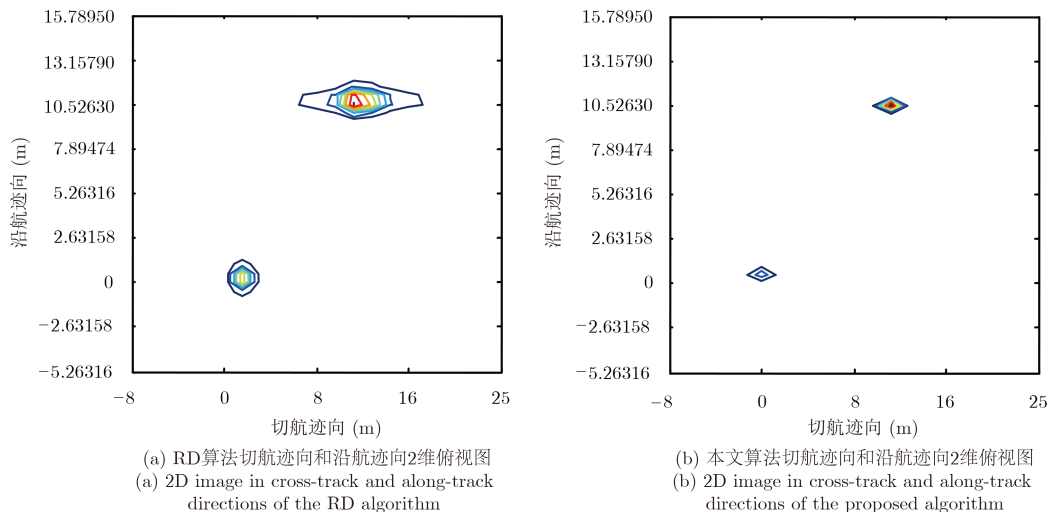


图 10 RD算法和本文算法2维俯视图对比图

Fig. 10 Comparison of 2D image between RD algorithm and proposed algorithm

## 参 考 文 献

- [1] 王斌, 王彦平, 洪文, 等. 线阵SAR三维成像分辨率分析[J]. 计算机仿真, 2011, 28(3): 282-286.  
Wang Bin, Wang Yan-ping, Hong Wen, *et al.*. Analysis of resolution for SAR 3D imaging using linear array antennas[J]. *Computer Simulation*, 2011, 28(3): 282-286.
- [2] 成晨. 三维合成孔径雷达超分辨成像方法研究[D]. [硕士学位论文], 电子科技大学, 2012.  
Cheng Chen. 3D SAR superresolution imaging algorithms[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2012.
- [3] Colin Haley. Talk about ESPRIT[J]. *Electronic and Power*, 1986, 32(5): 377-380.
- [4] Zhang Ping, Li Zhen, and Chen Quan. 2D UESPRIT superresolution SAR imaging algorithm[C]. *Geoscience and Remote Sensing Symposium, Honolulu*, 2010: 4067-4070.
- [5] 冯德军, 王雪松, 陈志杰, 等. 酉ESPRIT超分辨ISAR成像方法[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2097-2100.  
Feng De-jun, Wang Xue-song, Chen Zhi-jie, *et al.*. Super-resolution ISAR imaging using unitary ESPRIT[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(12): 2097-2100.
- [6] 焦芸, 田野, 宿富林. 基于一种二维ESPRIT算法的ISAR超分辨成像[J]. 哈尔滨师范大学自然科学学报, 2005, 21(4): 35-38.  
Jiao Yun, Tian Ye, and Su Fu-lin. ISAR super-resolution imaging based on a 2-D ESPRIT algorithm[J]. *Natural Science Journal of Harbin Normal University*, 2015, 21(4): 35-38.
- [7] 张平, 商建, 杨汝良. 一种有效的二维MUSIC超分辨SAR成像



- 算法[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(1): 184–187.
- Zhang Ping, Shang Jian, and Yang Ru-liang. Efficient 2D MUSIC superresolution SAR imaging method[J]. *Journal of System Simulation*, 2010, 22(1): 184–187.
- [8] 张小飞, 汪飞, 徐大专. 阵列信号处理的理论和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 31–33.
- Zhang Xiao-fei, Wang Fei, and Xu Da-zhuan. The Theory and Application of Array Signal Processing[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010: 31–33.
- [9] 朱宇涛. 多通道ISAR成像技术研究[D]. [博士论文], 国防科学技术大学, 2011.
- Zhu Yu-tao. Multiple-channel ISAR imaging[D]. [Ph.D. dissertation], National University of Defense Technology, 2011.
- [10] 于春艳, 谢亚楠, 赵海兰, 等. 基于新型阵列配置的机载MIMO-SAR下视三维成像性能研究[J]. 电子测量技术, 2014, 37(2): 64–69.
- Yu Chun-yan, Xie Ya-nan, Zhao Hai-lan, *et al.* Airborne downward-looking MIMO 3D-SAR imaging properties based on the new array configuration[J]. *Electronic Measurement Technology*, 2014, 37(2): 64–69.
- [11] Wang Wei, Wu Wei-hua, Su Wu-ge, *et al.* High squint mode SAR imaging using modified RD algorithm[C]. 2013 IEEE China Summit & International Conference on Signal and Information Processing (ChinaSIP), Beijing, 2013: 589–592.
- [12] Hu An-zhong, Lv Tie-jun, Gao Hui, *et al.* An ESPRIT-based approach for 2-D localization of incoherently distributed sources in massive MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 996–1011.
- [13] Li Jian-feng and Zhang Xiao-fei. Unitary reduced-dimensional estimation of signal parameters via rotational invariance techniques for angle estimation in monostatic multiple-input-multiple-output radar with rectangular arrays[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2013, 8(6): 575–584.
- [14] Ahmed A, Khan M F, and Tufail M. Multiple Invariance Cumulant ESPRIT for DOA Estimation[C]. 2014 International Conference on Robotics and Emerging Allied Technologies Engineering, Pakistan, 2014: 157–159.
- [15] Fayad Y, Wang Cai-yun, Hafez A E D S, *et al.* Direction of arrival estimation using novel ESPRIT method for localization and tracking radar systems[C]. Proceedings of 2014 11th International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology (IBCAST), Islamabad, Pakistan, 2014: 396–398.
- [16] 张东浩. 线阵三维SAR成像算法研究及仿真[D]. [硕士论文], 电子科技大学, 2010.
- Zhang Dong-hao. Analysis and simulation of LASAR imaging[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2010.
- [17] Qu Le-le, Sun Qiang, Yang Tian-hong, *et al.* Time-delay estimation for ground penetrating radar using ESPRIT with improved spatial smoothing technique[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 11(8): 1315–1319.
- [18] Puneet Jain. An adaptive single seed based region growing algorithm for color image segmentation[C]. India Conference (INDICON), Mumbai, 2013: 1–6.

## 作者简介



赵逸超(1990–), 男, 陕西汉中。2013年在浙江大学获得学士学位。现为国防科技大学硕士研究生, 研究方向为线阵三维SAR超分辨成像技术。  
E-mail: zhaoyichao1212@163.com

朱宇涛, 男, 现为国防科技大学博士后, 主要研究方向为阵列设计、遥感信息处理。

E-mail: zhu\_yu\_tao@126.com

粟毅, 男, 现为国防科技大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为信号处理、雷达系统、遥感信息处理。

E-mail: yi.su@yeah.net