

# 基于稀疏矩阵和相关函数联合优化的 MIMO-OFDM 线性调频波形复用设计与实现方法

王文钦\* 程胜娟 邵怀宗

(电子科技大学通信与信息工程学院 成都 611731)

**摘要:** 多输入多输出合成孔径雷达(Multiple-Input Multiple-Output Synthetic Aperture Radar, MIMO SAR)发射信号应该具有大时间带宽积和良好的模糊函数特性。该文联合优化稀疏矩阵和相关函数来设计多路正交的 MIMO SAR 正交频分复用线性调频(OFDM chirp)信号, 首先将 MIMO SAR 波形设计转化为跳频频率与跳频幅度的联合设计, 并提出以最小化稀疏矩阵块相关系数及信号互相关峰值和为约束条件, 采用迭代搜索法求解最佳编码矩阵; 并以最小化信号自相关旁瓣峰值与互相关峰值之和为约束条件, 采用遗传算法确定最佳幅度矩阵; 最后采用组合优化搜索法设计出最佳信号。文中还分析了发射阵元数目、跳频总间隔数及总频率选择数与信号性能之间的关系。仿真结果表明此方法可以设计多路正交大时间带宽积 OFDM chirp 信号, 同时降低信号的互相关峰值与自相关旁瓣峰值、提高互模糊性能。

**关键词:** 多输入多输出(MIMO); 合成孔径雷达(SAR); 正交频分复用(OFDM); 跳频

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2015)01-0001-10

DOI: 10.12000/JR14148

**引用格式:** 王文钦, 程胜娟, 邵怀宗. 基于稀疏矩阵和相关函数联合优化的 MIMO-OFDM 线性调频波形复用设计与实现方法[J]. 雷达学报, 2015, 4(1): 1-10. <http://dx.doi.org/10.12000/JR14148>.

**Reference format:** Wang Wen-qin, Cheng Sheng-juan, and Shao Huai-zong. MIMO-OFDM chirp waveform diversity design and implementation based on sparse matrix and correlation optimization[J]. *Journal of Radars*, 2015, 4(1): 1-10. <http://dx.doi.org/10.12000/JR14148>.

## MIMO-OFDM Chirp Waveform Diversity Design and Implementation Based on Sparse Matrix and Correlation Optimization

Wang Wen-qin Cheng Sheng-juan Shao Huai-zong

(School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** The waveforms used in Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Synthetic Aperture Radar (SAR) should have a large time-bandwidth product and good ambiguity function performance. A scheme to design multiple orthogonal MIMO SAR Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) chirp waveforms by combinational sparse matrix and correlation optimization is proposed. First, the problem of MIMO SAR waveform design amounts to the associated design of hopping frequency and amplitudes. Then a iterative exhaustive search algorithm is adopted to optimally design the code matrix with the constraints minimizing the block correlation coefficient of sparse matrix and the sum of cross-correlation peaks. And the amplitudes matrix are adaptively designed by minimizing the cross-correlation peaks with the genetic algorithm. Additionally, the impacts of waveform number, hopping frequency interval and selectable frequency index are also analyzed. The simulation results verify the proposed scheme can design multiple orthogonal large time-bandwidth product OFDM chirp waveforms with low cross-correlation peak and sidelobes and it improves ambiguity performance.

**Key words:** Multiple-Input Multiple-Output (MIMO); Synthetic Aperture Radar (SAR); Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM); Frequency hopping

2014-12-04 收到, 2015-02-04 改回; 2015-02-13 网络优先出版

国家自然科学基金(41101317), 新世纪优秀人才计划(NCET-12-0095)和四川省杰出青年基金(2013JQ003)资助课题

\*通信作者: 王文钦 wqwang@uestc.edu.cn

## 1 引言

近年来,多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)由于其可提高系统的性能而受到广泛关注<sup>[1-8]</sup>。MIMO SAR采用多个天线发射相互正交的信号,并可在接收端用一组匹配滤波器来获得更多的信号自由度和更高的空间分辨率。目前已有许多关于MIMO雷达的研究文献<sup>[9]</sup>,但MIMO SAR的文献相对较少<sup>[10-12]</sup>。MIMO SAR与一般MIMO雷达的不同之处在于前者采用运动平台和合成孔径接收处理技术,而后者往往采用静止平台,而且也不使用合成孔径处理技术。

实际上,正交波形设计是MIMO SAR工程实用化的关键技术问题。文献[13]提出了Costas序列在雷达信号中的应用,Costas序列虽然有良好的距离-多普勒性能,但每个码片只包含一个频率。虽然巴克码是一种良好的正交码,但巴克码往往只用于单载频系统,所以其频谱利用率很低。针对这个问题,文献[14-20]利用模拟退火算法对正交多相码波形和正交离散频率编码波形作了优化设计,但其设计的正交波形对多普勒频率很敏感。文献[21]用正交矩阵设计的方法对多普勒问题作了处理,但是当波形长度和波形个数增加时,该方法就难以胜任。文献[22]研究了基于协方差矩阵的MIMO雷达波形设计方法,文献[23-25]研究了针对扩展目标检测的MIMO雷达波形设计方法,文献[26]从信息论方面对MIMO雷达波形作了定量分析,文献[27,28]对MIMO雷达的波形优化和波形综合作了研究。这些文献大多预先对点目标的响应函数特性作假定,并基于此研究波形优化设计算法,但MIMO SAR应用中往往没有目标的先验信息可以利用。需要说明的是,MIMO雷达也可以采用非正交波形集来实现任意的方向图,但需要选择合适的信号互相关矩阵和互谱密度矩阵来逼近所需要实现的发射方向图,所以本文只讨论正交或近似正交波形。

另一方面,SAR一般装载在飞机或卫星上,所以需要足够大的平均发射信号功率,才能使最终的SAR图像具有足够高的信噪比指标。因此,MIMO SAR波形应该具有足够大的时间-带宽积值,以便既能实现高分辨率成像,又不需要太大的峰值发射功率。当然,MIMO SAR波形还应具有良好的模糊函数特性(包括距离向和多普勒分辨特性)、较强的邻带干扰抑制性能和较低的匹配滤波旁瓣。由于这些苛刻要求,目前可用于MIMO SAR的波形设计方法很少,非常有必要进一步研究具有大时间-带宽积且可实用化的MIMO SAR波形复用设计方法。

目前最具实用性的MIMO SAR波形是正负线性调频信号<sup>[29]</sup>,但只能设计两个正交信号。从实用角度出发,我们认为MIMO SAR波形复用设计应该基于经典的线性调频(chirp)波形。由于正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)信号对多径衰落具有稳健性,我们曾基于传统的OFDM信号<sup>[30]</sup>设计一种OFDM chirp波形。这种方法可以产生多个具有大时间-带宽积的正交波形,但其峰-均比性能较差。文献[29]提出一种基于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)的新颖OFDM chirp波形复用设计方法,但这种方法只能设计两个正交性较好的波形,否则将产生严重的栅瓣效应。

为了产生多个具有大时间-带宽积的低峰-均比MIMO SAR波形信号,本文联合优化稀疏矩阵和相关函数来设计MIMO SAR OFDM chirp波形信号。我们首先将MIMO SAR波形设计转化为跳频编码矩阵与跳频幅度矩阵的联合设计,并提出以最小化稀疏矩阵块相关系数及信号互相关峰值和为约束条件,采用迭代搜索法求解最佳编码矩阵。然后,以最小化信号自相关旁瓣峰值与互相关峰值之和为约束条件,采用遗传算法优化设计幅度矩阵。最后,我们再采用组合优化搜索法设计最佳MIMO SAR波形信号。

本文的结构安排如下:第1节建立MIMO-OFDM SAR的回波信号模型,第2节采用稀疏模型和互相关函数推导出最佳跳频编码矩阵的约束条件,并利用迭代搜索法设计最佳跳频编码矩阵。第3节以最小化波形自相关函数旁瓣峰值和互相关峰值为准则,提出基于遗传算法的最佳幅度矩阵设计方法。考虑到第3节和第4节是分别单独优化设计跳频编码矩阵和幅度矩阵,第5节提出一种组合优化算法来进一步提高设计波形的相关函数特性。最后,第6节对我们所设计的MIMO SAR波形性能做了仿真分析。第7节总结全文,并简要介绍后续工作。

## 2 MIMO-OFDM SAR 信号模型

假设有  $M$  个发射阵元,第  $m$  个发射天线的OFDM chirp基带信号可以表示为:

$$s_m(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} b_{m,q} e^{j2\pi c_{m,q} \Delta f t + j\pi k_q t^2} u(t - q\Delta t) \quad (1)$$

式中,  $u(t)$  为门函数,  $u(t) = 1, 0 < t < \Delta t, \Delta t$  为OFDM子脉冲持续时间,  $Q$  为跳频次数即每个发射信号所需要选择的子chirp信号数目,  $k_q$  为调频斜率,  $\Delta f$  为最小子脉冲频率间隔,  $b_{m,q}$  和  $c_{m,q}$  分别为子脉冲幅度和载频跳变索引,即  $c_{m,q} \Delta f$  确定第  $m$  个

波形第  $q$  个子脉冲的初始频率。由于我们使用的子脉冲为chirp信号， $\Delta f$  的选择可以根据抑制chirp信号之间的互相关来确定。

两个子chirp信号在时间  $\Delta t$  内的互相关为：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} e^{j2\pi c_{m,q}\Delta ft + j\pi k_t t^2} \left( e^{j2\pi c_{m',q'}\Delta ft + j\pi k_{t'} t'^2} \right)^* dt \\ & = \text{sinc} \pi (c_{m,q} - c_{m',q'}) \Delta f \Delta t \end{aligned} \quad (2)$$

式中“\*”为共轭。为了保证两子脉冲信号在时域是正交的，即  $\text{sinc} \pi (c_{m,a} - c_{m',a'}) \Delta f \Delta t = 0$ ， $\Delta f$  应为  $\Delta f = k / \Delta t$ ，其中  $k$  为任意正整数。

因此，每个天线的发射信号  $s_m(t)$  的设计可转化为选择最佳的  $b_{m,q}$  和  $c_{m,q}$ 。假设每个  $c_{m,q}$  的值选自参数集  $0, 1, \dots, G-1$ ，其中  $G$  为一个正整数，表示可供选择的跳频指数总数目。为了保证信号的正交性， $c_{m,a}$  应满足

$$c_{m,q} \neq c_{m',q'}, \quad \forall m \neq m' \quad (3)$$

将所有的  $b_{m,q}$  和  $c_{m,q}$  分别组成  $M \times Q$  的幅度矩阵  $\mathbf{B}$  和跳频编码矩阵  $\mathbf{C}$ 。

每个接收天线收到的信号是所有发射信号经目标反射回来的线性组合，考虑一个目标，则第  $n$  个接收天线收到的信号可表示为：

$$\begin{aligned} y_n(t) &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_{m,q} b_{m,q} e^{j2\pi c_{m,q}\Delta f(t-\tau) + j\pi k_t (t-\tau)^2} \\ & \cdot u(t - q\Delta t - \tau) e^{j2\pi\nu n T_s} e^{j2\pi d(\gamma m + n)} + e_n(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中， $\tau$  和  $\nu$  分别代表时延和多普勒频移， $e_n(t)$  为第  $n$  个接收天线的加性噪声， $\alpha_{m,q}$  为目标散射系数， $\gamma = d_t / d_r$  ( $d_t$  和  $d_r$  分别为发射和接收天线间隔)， $d = d_r \sin \theta / \lambda$  ( $\lambda$  为载波波长)。

### 3 最佳跳频编码矩阵设计

#### 3.1 块稀疏模型

对于  $R$  个目标，需要估计的未知参数包括衰减、时延和多普勒频移等。将时延-多普勒频移空间离散化为  $V$  的相同的空间网格点， $V$  个网格点中只有  $R$  个是有目标的。 $\tau_v, \nu_v$  分别代表第  $v$  个网格点的时延和多普勒频移。对于每一个网格点  $v \in \{1, 2, \dots, V\}$ ，定义<sup>[31]</sup>：

$$\begin{aligned} \Psi_{i,k,q}(n, v) &= \sum_{l=0}^{L-1} e^{j2\pi c_{m,q}\Delta f(nT_s - \tau_v - T_l) + j\pi k_t (nT_s - \tau_v)^2} \\ & \cdot u(nT_s - \tau_v - T - q\Delta t) e^{j2\pi\nu l(\gamma i + k)} \end{aligned} \quad (5)$$

将  $\{\Psi_{i,k,q}(n, v)\}_{n=1}^N$  整理成一个  $N$  维列向量：

$$\Psi_{i,k,q}(v) = \Psi_{i,k,q}(1, v), \Psi_{i,k,q}(2, v), \dots, \Psi_{i,k,q}(N, v)^T \quad (6)$$

其中  $[\cdot]^T$  表示转置。

同样，可以将  $\{\Psi_{i,k,q}(v)\}_{i=1}^{M_R}$  整理成一个  $NM_R$  维

列向量  $\Psi_{i,a}(v)$ 。这些列向量对应于不同的发射天线和跳频间隔，因此可以将对应于同一个跳频间隔的列组合在一起。对于每个网格点  $v$ ，将列向量整理成一个  $NM_R \times M_R Q$  维的矩阵  $\Phi(v)$ 。为了便于处理，将  $\{\Phi(v)\}_{v=1}^V$  整理成一个  $NM_R \times VM_T Q$  维的矩阵  $\Phi$ ， $\Phi$  为定义了稀疏表示中基本元素的字典矩阵。

将对应于不同发射端和跳频间隔的  $a_{i,a}^r$  和  $a_{i,a}^r b_{i,a}$  放在一起，可以分别得到  $M_T Q$  维列向量  $\mathbf{a}^r$  和  $\mathbf{x}^r$ 。稀疏向量  $\mathbf{a}(v)$  和  $\mathbf{x}(v)$  的定义分别为：

$$\mathbf{a}(v) = \begin{cases} \mathbf{a}^r, & (\tau_v, f_{d_v}) = (\tau^r, f_d^r) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{x}(v) = \begin{cases} \mathbf{x}^r, & (\tau_v, f_{d_v}) = (\tau^r, f_d^r) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

最后，将对应于所有网格点的向量  $\mathbf{a}(v)$  和  $\mathbf{x}(v)$  整理在一起，得到一个  $VM_T Q$  维的块系数矩阵：

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^T(1), \mathbf{a}^T(2), \dots, \mathbf{a}^T(V)^T \quad (9)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^T(1), \mathbf{x}^T(2), \dots, \mathbf{x}^T(V)^T \quad (10)$$

这些稀疏向量仅包含了  $R$  个非零块，每一个对应于一个不同的目标。此外，每个块包含了  $M_T Q$  项， $\mathbf{x}$  中有  $(V-R)M_T Q$  项是零值。将所有的测量项和每个接收器加性噪声的采样值整合在一起，可以得到式(11)，式(12)的向量：

$$\mathbf{y}_k = [y_k[1], y_k[2], \dots, y_k[N]]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{e}_k = [e_k[1], e_k[2], \dots, e_k[N]]^T \quad (12)$$

此外，若将所有接收器加性噪声的采样值和测量项联合在一起，可以得到：

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_{M_R}^T \quad (13)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_{M_R}^T \quad (14)$$

最后，可以得到测量模型简化为：

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (15)$$

这个模型是大部分稀疏模型应用中所采用的线性模型。对于所有目标，其衰减、延时和多普勒的估计简化为从测量矢量  $\mathbf{y}$  中恢复稀疏矢量  $\mathbf{x}$  的非零项。字典矩阵  $\Phi$  列之间的相关性决定了稀疏恢复算法的准确性。更具体地说，当稀疏矢量中的非零项出现在块中，影响系统性能最主要的因素是块相关性的测量。这个概念是块稀疏信号中注明的相关测量的推广，它可以导出保证稀疏恢复性能足够的条件。 $\Phi(v)$  和  $\Phi(v')$  分别代表传感矩阵集  $\Phi$  里面的任意两个不完全相同的子集，每个子集含有  $M_T Q$  列，其中每一列对应于一个不同的发射阵元和跳频

间隔。因为对应于不同跳频间隔的列是不相互重叠的，且所有的发射端的信号是正交的，因此，在块中每个子集中的每一列是正交的。

如果  $\Phi(v)$  的任意一列和  $\Phi(v')$  对应的列完全相同，因为当比较两个块时，其对稀疏恢复问题没有帮助，故可以将其移除。定义：

$$D_{v,v'} = M_{\text{T}}Q - d_{v,v'} \quad (16)$$

式中， $d_{v,v'}$  是  $\Psi(v)$  中列与对应的  $\Psi(v')$  中列完全相同的数目。定义每一对块矩阵的相关矩阵为：

$$\mathbf{M}_{v,v'} = \Psi^{\text{H}}(v)\Psi(v') \quad (17)$$

矩阵的每项包含了所选择块中不同列的自相关。使用这些符号，可以定义基本矩阵的块相关系数<sup>[31]</sup>：

$$\mu_B = \max_{v,v \neq v'} \frac{1}{D_{v,v'}} \lambda_{\max}^{1/2}(\mathbf{M}_{v,v'}^{\text{H}}\mathbf{M}_{v,v'}) \quad (18)$$

式中， $\lambda_{\max}(\cdot)$  为最大特征值。

块相关测量为保证稀疏恢复的正确性提供了足够的支撑。因此，最小化块相关系数从理论上可以保证更高稀疏度的稀疏矩阵恢复。为此，本文利用稀疏块模型来设计 OFDM chirp 波形的跳频编码矩阵。由于  $\lambda_{\max}^{1/2}(\mathbf{M}_{v,v'}^{\text{H}}\mathbf{M}_{v,v'})$  为定值，对优化目标没有影响，故定义

$$\beta(\mathbf{C}) = \max_{v,v \neq v'} \frac{1}{D_{v,v'}} = \max_{v,v \neq v'} d_{v,v'} = \max_{v,v \neq v'} \sum_{\substack{m,q,q'=q-\frac{\tau_v-\tau_{v'}}{\Delta t}}} \xi_{mqm'q'} \quad (19)$$

式中， $\xi_{mqm'a'}$  是当  $c_{m,a} = c_{m',a'}$  时， $\mathbf{C}$  中第  $q$  列中有相同值元素的个数，有为 1，否则为 0。 $\beta(\mathbf{C})$  代表  $\mathbf{C}$  中同一元素在一行中出现的最大次数。为了提高稀疏矩阵恢复性能，需要最小化块系数值，即

$$\mathbf{C}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{C}} \{\beta(\mathbf{C})\} \quad (20)$$

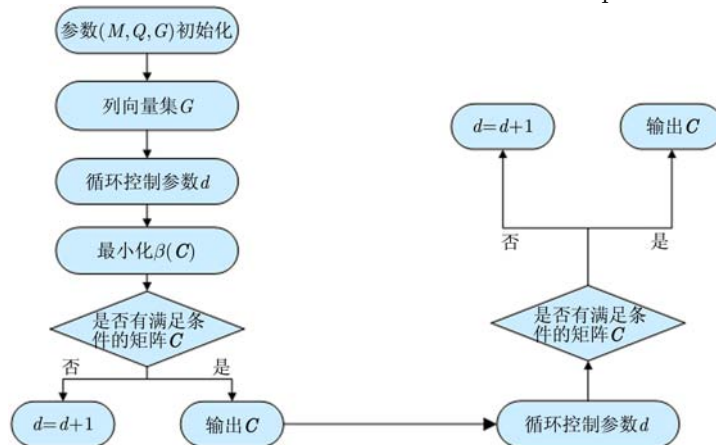


图1 最佳跳频编码矩阵设计算法流程图

Fig. 1 Flowchart of code selection algorithm

### 3.2 波形互相关干扰抑制

除了考虑到设计的波形要有利于稀疏恢复，我们还考虑抑制波形之间的相互干扰。波形之间的相互干扰对 MIMO SAR 的影响可以利用相关函数来评估。任意两个发射信号的相关函数定义为：

$$R_c(s_m, s_{m'}, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \sum_{q=0}^{Q-1} b_{m,q} e^{j2\pi c_{m,q} \Delta f t + j\pi k_t t^2} u(t - q\Delta t) \right| \cdot \left| \sum_{q=0}^{Q-1} b_{m',q'} e^{j2\pi c_{m',q'} \Delta f (t-\tau) + j\pi k_t (t-\tau)^2} u(t - q\Delta t - \tau) \right|^* dt \quad (21)$$

当  $s_m = s_{m'}$  时， $R_c(s_m, s_{m'}, \tau)$  为自相关函数  $R_a(s_m, \tau)$ 。可见，为了降低发射信号  $s_m(t)$  之间的互相关，跳频编码矩阵  $\mathbf{C}$  每两行中相同的  $c_{m,a}$  越少越好。为了提高互相关性能， $\mathbf{C}$  的选择需满足式(22)：

$$\mathbf{C}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{C}} \{\text{Rep}\} \quad (22)$$

式中， $\text{Rep}$  为跳频编码矩阵  $\mathbf{C}$  中相同  $c_{m,a}$  出现的次数。结合式(8)，跳频编码矩阵的选择需要同时满足式(23)：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{opt}} &= \arg \min_{\mathbf{C}} \{\beta(\mathbf{C})\} \\ \mathbf{C}_{\text{opt}} &= \arg \min_{\mathbf{C}} \{\text{Rep}\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

### 3.3 最佳跳频编码矩阵 $\mathbf{C}_{\text{opt}}$ 的求解算法

$\mathbf{C}_{\text{opt}}$  的求解是一个组合的双重优化问题，不容易直接求解，而且解不唯一。为此，我们采用一种迭代搜索方法来求解。由于两个目标函数都是正整数，我们将理想目标函数的初始值设定为 1，然后搜索满足条件的  $\mathbf{C}_{\text{opt}}$ 。如果搜索不到，则增加目标函数值继续搜索。如果同时优化两个目标函数比较复杂，我们将优化问题分解为：先最小化  $\beta(\mathbf{C})$ ，再最小化最大  $\text{Rep}$ ，如图 1 所示。

#### 4 最佳幅度矩阵设计

理想的正交波形集具有两个特征：一是每个波形具有类似冲激函数的自相关函数；二是任意两个不同波形的互相关函数为零。显然，理想正交波形集不能实现，为此我们以最小化波形自相关函数旁瓣峰值比和互相关峰值的总和为准则来建立幅度矩阵  $\mathbf{B}$  的目标函数

$$\mathbf{B}_{\text{opt}} = \min_s \left\{ w_1 \sum_{m=0}^{M-1} \max_{|\tau| \geq 1/\Delta f} |R_a(s_m, \tau)| + w_2 \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{m'=m+1}^M \max_{\tau} |R_c(s_m, s_{m'}, \tau)| \right\} \quad (24)$$

式中， $w_1$  和  $w_2$  为目标函数的加权系数。式(24)为非线性多变量NP问题，可归纳为组合优化问题。即以幅度集中的幅度值组合出满足要求的幅度矩阵  $\mathbf{B}$ ，这可采用遗传算法来求解：

- (1) 编码，并产生随机初始种群，种群规模为  $M$ 。
- (2) 根据目标函数计算适应度。
- (3) 选择：根据适应度函数，采用轮盘赌进行选择操作，以大概率保留优良个体。
- (4) 交叉：交叉操作是遗传算法中最重要的操作，这里采用单点交叉。
- (5) 变异：以某个较小概率改变种群中个体的某些基因，从而为新个体的产生提供机会。
- (6) 迁移：将种群分为若干个子种群，每个子种群独立进化，当达到一定遗传代数时以一定概率在子种群间进行个体迁移。
- (7) 当达到预设最大遗传代数时终止算法。

#### 5 跳频编码矩阵和幅度矩阵联合优化

前两节中分别给出了跳频编码矩阵和幅度矩阵的求解算法，值得注意的是在第3节中只提出了迭代搜索方法来求解编码矩阵  $\mathbf{C}$ ，第4节中幅度矩阵  $\mathbf{B}$  的求解是基于编码矩阵  $\mathbf{C}$  已是最佳的假设下进行的，此最佳矩阵由第3节给出的算法求出。此时的幅度矩阵  $\mathbf{B}$  是某个编码矩阵  $\mathbf{C}$  下的最佳，但不是全局最优。为了进一步求得全局最优的编码矩阵  $\mathbf{C}$  和幅度矩阵  $\mathbf{B}$ ，本节进一步对跳频编码矩阵和幅度矩阵进行联合优化设计。在此优化过程中，编码矩阵  $\mathbf{C}$  和幅度矩阵  $\mathbf{B}$  都是变化的，直到在最大迭代次数的限制下，找到最优配对的编码矩阵和幅度矩阵。同样以最小化波形自相关函数旁瓣峰值和互相关峰值的总和为准则

$$\{\mathbf{B}_{\text{opt}}, \mathbf{C}_{\text{opt}}\} = \min_s \left\{ w_1 \sum_{m=0}^{M-1} \max_{|\tau| \geq 1/\Delta f} |R_a(s_m, \tau)| + w_2 \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{m'=m+1}^M \max_{\tau} |R_c(s_m, s_{m'}, \tau)| \right\} \quad (25)$$

这里我们采用迭代随机搜索算法来求解，其算法流程如图2所示。

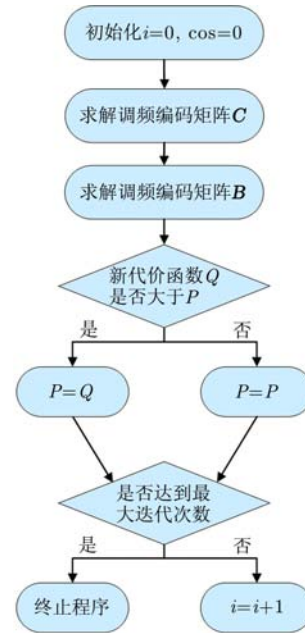


图2 跳频编码矩阵和幅度矩阵联合优化算法流程图

Fig. 2 Flowchart of code and amplitude associated selection algorithm

#### 6 仿真结果分析

##### 6.1 设计实例

假设  $M = 4$ ， $Q = 4$ ，载频跳变索引  $c_{m,q}$  可选择范围控制数  $G = 4$ ，即  $c_{m,q}$  的值选自参数集  $\{0, 1, \dots, 7\}$ 。根据本文前面介绍的方法，我们求得最佳跳频编码矩阵为：

$$\mathbf{C}_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 & 5 \\ 5 & 2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 1 & 7 \\ 1 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

图3比较了随机跳频编码矩阵和最佳跳频编码矩阵两种设计方法在  $\beta(\mathbf{C})$  和 Rep 方面的差别，这里采用的蒙特卡洛仿真次数为1000次。可见，最佳跳频编码矩阵有更小的  $\beta(\mathbf{C})$  和更大的 Rep。更小的  $\beta(\mathbf{C})$  意味着可以获得更好的稀疏矩阵恢复性能，而更小的 Rep 则说明波形具有更小的互相关干扰。

## 6.2 波形自相关、互相关、互模糊、综合积分旁瓣性能分析

本文共讨论了4种MIMO SAR波形设计方案，分别是：(1)随机选择 $\mathbf{C}$ 和固定子脉冲幅度为1；(2)采用最佳跳频编码矩阵 $\mathbf{C}_{\text{ODF}}$ 和固定子脉冲幅度为1；(3)采用最佳跳频编码矩阵 $\mathbf{C}_{\text{ODF}}$ 和最佳幅度矩阵 $\mathbf{B}_{\text{ODF}}$ ；(4)同时联合优化跳频编码矩阵和幅度矩阵，即 $\{\mathbf{B}_{\text{ODF}}, \mathbf{C}_{\text{ODF}}\}$ 。下面我们仿真比较这4种设计方案

的性能差别。

针对相同的波形设计参数，即 $M = 4$ ， $Q = 4$ ， $G = 4$ ，为了获得较大的时间-带宽积，假设OFDM chirp波形总带宽400 MHz，总脉宽 $8 \mu\text{s}$ ，同时设定采样率为800 MHz。那么对于每一个子chirp信号而言，其带宽为 $\Delta f = 50 \text{ MHz}$ ，脉宽为 $\Delta t = 1 \mu\text{s}$ 。

图4比较了分别采用4种方案设计波形的自相关和互相关特性。为了便于比较，所有幅度值均以

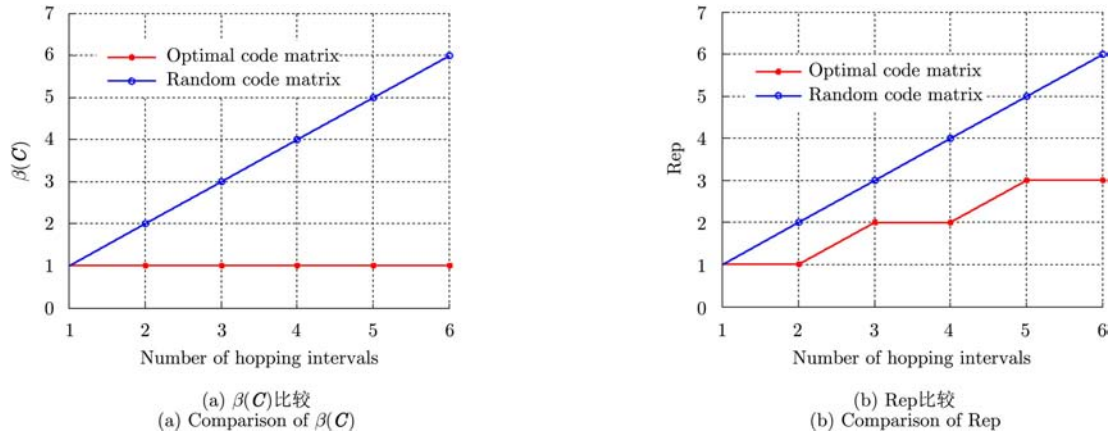


图3 随机跳频编码矩阵和最佳跳频编码矩阵的 $\beta(\mathbf{C})$ 和Rep比较

Fig. 3 Comparison of  $\beta(\mathbf{C})$  and Rep between optimal and random code series

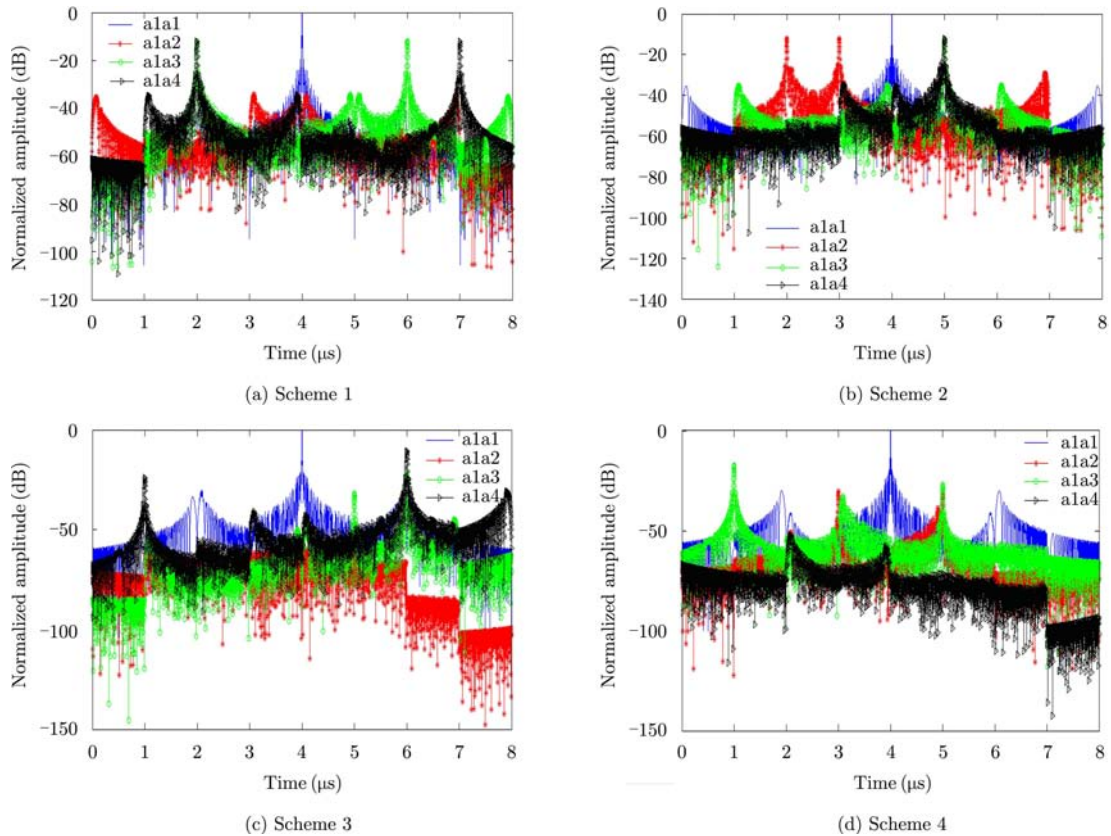


图4 4种OFDM chirp波形设计方案的相关特性比较

Fig. 4 Correlation comparison among different design schemes

自相关峰值为准则作了归一化处理。可见，方案1中信号的相关性最差，互相关旁瓣的个数很多，且接近于自相关峰值；方案2中信号的性能有所改善，但信号整体之间的干扰还是很大；方案3种信号性能优于前两个方案，但是有个别信号之间的互相关性不佳；方案4的相关性最好，互相关干扰得到了最有效的抑制。其中a1, a2, a3, a4分别代表第1, 2, 3, 4路信号。

### 6.3 波形互模糊、综合积分旁瓣性能分析

为了进一步展示设计波形的互模糊、综合积分旁瓣性能，在本节中将对对比6.2节中所提到的4种方案下波形的互模糊峰值及综合积分旁瓣值。仿真参数设置与6.2节一样。表1给出了4种方案对应的互模糊函数峰值的对比图，为了便于比较，其中所有的互模糊函数幅度值都以自模糊函数峰值归一化。对照数据可以得到以下结论：

$$ISLR_s = 10 \lg \frac{\int_{m=0}^M \int_R |R_a(s_m, \tau)|^2 d\tau + \sum_{m=1}^{M-1} \int_{m'=m+1}^M \int_R |R_c(s_m, s_{m'}, \tau)|^2 d\tau - \int_{m=0}^M \int_{-1/\Delta f}^{1/\Delta f} |R_a(s_m, \tau)|^2 d\tau}{\int_{m=0}^M \int_{-1/\Delta f}^{1/\Delta f} |R_a(s_m, \tau)|^2 d\tau} \quad (27)$$

表1 4种方案的互模糊峰值对比

Tab. 1 Comparative maximum cross-ambiguity for four schemes

| 方案 | 信号 1,2 | 信号 1,3 | 信号 1,4 | 信号 2,3 | 信号 2,4 | 信号 3,4 | 总和     |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1  | 0.4935 | 0.3133 | 0.4994 | 0.5205 | 0.4994 | 0.4979 | 2.8240 |
| 2  | 0.3727 | 0.3188 | 0.2513 | 0.4979 | 0.4974 | 0.4956 | 2.4337 |
| 3  | 0.0259 | 0.4108 | 0.1278 | 0.0241 | 0.0054 | 0.1029 | 0.6969 |
| 4  | 0.0302 | 0.0616 | 0.4746 | 0.0039 | 0.0338 | 0.6160 | 0.6657 |

分析表2中的数据可知，当采用方案2即采用最佳跳频编码矩阵  $C_{opt}$  和固定子脉冲幅度为1，波形的综合积分旁瓣值最小。但当幅度优化后，综合积分旁瓣值变大，说明幅度优化后会降低综合积分旁瓣性能。但是方案4的性能还是优于方案3的，说明优化幅度时，联合优化的效果更好。

### 6.4 跳频间隔数 $Q$ 对波形性能的影响分析

不难理解，当  $G$  一定时，随着  $Q$  的增大，最小的  $Rep$  会随之增大。以方案2为例，采用与前面相同的仿真参数，图5给出了  $Q$  对波形信号互相关性能的影响情况。当  $Q = 1, 2$  时，其互相关性能较好；但当  $Q = 3, 4$  时，其性能开始下降。尤其当  $Q = 4$  时，其互相关性能很差，互相关峰值超过自相关旁瓣，而且出现多个栅瓣。这是因为，随着  $Q$

(1) 对于方案1，此时虽然编码矩阵  $C$  是随机选取的，但是4路波形的互模糊峰值还是可以接受的。但弱于方案2、方案3、方案4。

(2) 相对于未进行幅度加权的方案而言，最佳幅度加权后，每两路波形的互模糊峰值都有一个数量级的降低，此结论同时适用于4路波形的模糊函数峰值之和。

(3) 4种方案设计的信号互模糊函数峰值与自模糊函数峰值都较低，方案4的模糊性能最好。

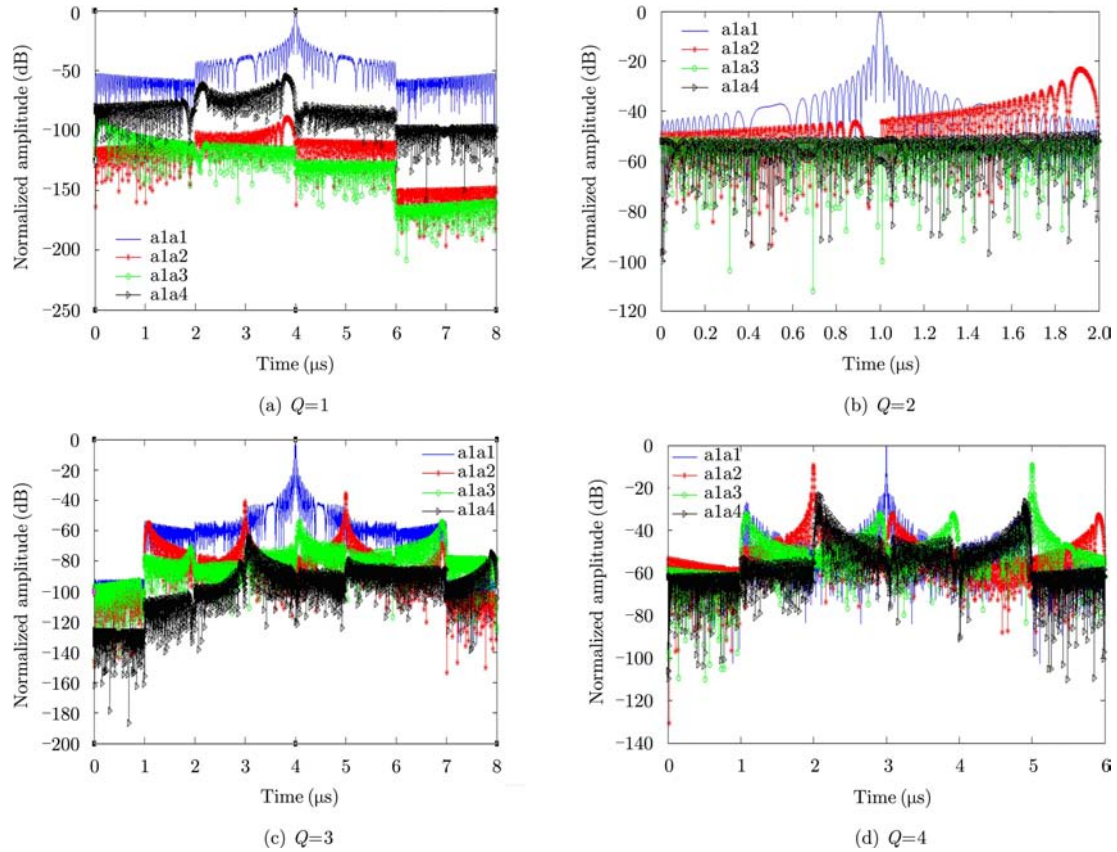
对于实际MIMO SAR系统，接收回波中即使只存在一个高旁瓣，仍然将出现虚假目标，因此应最小化综合积分旁瓣值(ISLR)。积分旁瓣比定义为相关函数分布在整个时间域的所有旁瓣的积分能量与主瓣内的积分能量之比。对于综合积分旁瓣比，应该为自相关旁瓣能量和所有互相关能量的和。综合积分旁瓣比的定义为：

的增大，每个子chirp信号被选中的次数会增大，所以其互相关性能会下降。进一步分析表明，当  $G = QM$  时，互相关性能不会恶化，但当  $G < QM$  时，其互相关性能开始恶化，并随着  $QM - G$  值的增大而变差。

表2 4种方案下综合积分旁瓣值对比

Tab. 2 Comparative ISLR for four schemes

| 方案 | 综合积分旁瓣比(dB) |
|----|-------------|
| 1  | -7.8181     |
| 2  | -25.6213    |
| 3  | -5.2891     |
| 4  | -10.2092    |

图5 跳频间隔数 $Q$ 对波形信号互相关的影响结果Fig. 5 Correlation comparison among different  $Q$  with the second scheme

## 7 结束语

本文提出一种基于联合优化稀疏矩阵和相关函数的MIMO SAR OFDM chirp波形设计方法。该方法首先将MIMO SAR波形设计转化为优化跳频编码矩阵与跳频幅度矩阵,并提出以最小化稀疏矩阵块相关系数及信号互相关峰值和为约束条件,采用迭代搜索法求解最佳编码矩阵;并以最小化信号自相关旁瓣峰值与互相关峰值之和为约束条件,采用遗传算法确定最佳幅度矩阵;最后采用组合优化搜索法设计出最佳信号。通过对比不同设计方案产生波形信号的互相关特性,证实了本文方法是有效可行的。本文分析了当总子chirp数目一定时,总跳频数目对波形信号性能的影响,并进一步得出它们之间的制约关系式。本文方法的主要缺点最佳编码矩阵 $C$ 和最佳幅度矩阵 $B$ 的求解过程分别采用无穷迭代搜索法和遗传算法,因而算法复杂度较大,下一步拟研究其算法的简化问题。

## 参考文献

[1] Wang W Q. Multi-Antenna Synthetic Aperture Radar[M]. New York: CRC Press, 2013: 1-13.

- [2] 周伟, 刘永祥, 黎湘, 等. MIMO-SAR 技术发展概况及应用浅析[J]. 雷达学报, 2014, 3(1): 10-18.  
Zhou Wei, Liu Yong-xiang, Li Xiang, *et al.* The overview of the development and application of MIMO-SAR technology[J]. *Journal of Radars*, 2014, 3(1): 10-18.
- [3] Wang W Q. MIMO SAR imaging: potential and challenges[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2013, 27(8): 18-23.
- [4] 武其松, 井伟, 刑孟道, 等. MIMO SAR 大测绘带成像[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(4): 772-775.  
Wu Qi-song, Jing Wei, Xing Meng-dao, *et al.* The large swath imaging of MIMO SAR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(4): 772-775.
- [5] 王力宝. 多输入多输出合成孔径雷达关键技术研究[D]. [博士学位论文], 国防科学技术大学, 2010.  
Wang Li-bao. Key technology research of multiple input multiple output Synthetic Aperture Radar[D]. [Ph.D. dissertation], National University of Defense Technology, 2010.
- [6] Tang B, Tang J, Peng Y N, *et al.* Waveform optimization for MIMO radar in colored noise: further results for estimation-oriented criteria[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1517-1522.



- [7] Krieger G. MIMO-SAR: opportunities and pitfalls[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(5): 2628–2645.
- [8] Cerutti-Maori D, Sikaneta I, and Klare J. MIMO SAR processing for multichannel high-resolution wide-swath radars[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(8): 5034–5055.
- [9] Meng C Z, Xu J, Xia X G, *et al.* MIMO-SAR waveform separation based on inter-pulse phase modulation and range-doppler decouple filtering[J]. *Electronics Letters*, 2013, 49(6): 420–422.
- [10] 姚建国. Costas 序列在雷达信号设计中的应用研究[J]. *电子工程师*, 2007, 33(5): 1–6.  
Yao Jian-guo. Application of Costas sequences in radar signal design[J]. *Electronic Engineer*, 2007, 33(5): 1–6.
- [11] Deng H. Synthesis of binary sequences with good autocorrelation and cross-correlation properties by simulated annealing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(1): 98–107.
- [12] Deng H. Polyphase code design for orthogonal netted radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(1): 3126–3135.
- [13] Deng H. Discrete frequency-coding waveform design for netted radar systems[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(2): 179–182.
- [14] 黄琼丹, 李勇, 付银娟. 多载频类随机相位编码雷达信号设计与特性分析[J]. *西北工业大学学报*, 2013, 31(6): 947–951.  
Huang Qiong-dan, Li Yong, and Fu Yin-juan.. Design and characterization of multi-carrier type random phase encoding radar signal[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2013, 31(6): 947–951.
- [15] 邓斌, 魏玺章, 黎湘. 基于编码序列随机移位的 MCPC 雷达信号设计方法研究[J]. *国防科技大学学报*, 2011, 33(2): 68–72.  
Deng Bin, Wei Xi-zhang, and Li Xiang. MCPC radar signal design method based on coding sequence of random shift[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2011, 33(2): 68–72.
- [16] 张劲东, 王海青, 朱晓华. 基于高分辨率距离像的 UWB 雷达信号设计[J]. *科学导报*, 2008, 26(20): 69–71.  
Zhang Jin-dong, Wang Hai-qing, and Zhu Xiao-hua. UWB radar signal design based on high resolution range[J]. *Science Guide*, 2008, 26(20): 69–71.
- [17] Khan H A and Edwards D J. Doppler problems in orthogonal MIMO radars[C]. *Proceedings of IEEE International Radar Conference*, Verona, NY, USA, 2006: 24–27.
- [18] Stoica P, Li J, Xie Y, *et al.* On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151–4161.
- [19] Yang Y and Blum R S. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 330–343.
- [20] Yang Y and Blum R S. Minimax robust MIMO radar waveform design[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 147–155.
- [21] Yang Y, Blum R S, He Z S, *et al.* MIMO radar waveform design via alternating projection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1440–1445.
- [22] Leshem A, Naparstek O, Nehorai A, *et al.* Information theoretic adaptive radar waveform design for multiple extended targets[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 42–55.
- [23] Li J, Stoica P, Zheng X, *et al.* Signal synthesis and receiver design for MIMO radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3959–3968.
- [24] Li J, Xu L Z, Stoica P, *et al.* Range compression and waveform optimization for MIMO radar: a cramer-rao bound based study[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 218–232.
- [25] Mittermayer J and Martinez J M. Analysis of range ambiguity suppression in SAR by up and down chirp modulation for point and distributed targets[C]. *Proceedings of IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2003: 4077–4079.
- [26] Wang W Q. MIMO SAR chirp modulation diversity waveform design[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, 11(9): 1644–1648.
- [27] Levanon N and Mozeson E. *Radar Signals*[M]. John Wiley & Sons, Inc, 2004: 235–256.
- [28] Wang W Q. Mitigating range ambiguities in high PRF SAR with OFDM waveform diversity[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 10(1): 101–105.
- [29] Kim J H, Younis M, Moreira A, *et al.* A novel OFDM chirp waveform scheme for use of multiple transmitters in SAR[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 10(3): 568–572.
- [30] Wang J, Liang X D, and Ding C B. An improved OFDM chirp waveform used for MIMO SAR system[J]. *Science China Information Sciences*, 2014, DOI: 10.1007/s11432-013-4966-7.
- [31] Gogineni S and Nehorai A. Frequency-hopping code design for MIMO radar estimation using sparse modeling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(6): 3022–3035.

### 作者简介



王文钦(1979-), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事通信和雷达信号处理方面的研究。

E-mail: wqwang@uestc.edu.cn



邵怀宗(1969-), 男, 博士, 副教授, 主要从事现代信号处理研究。



程胜娟(1989-), 女, 硕士研究生, 主要从事MIMO SAR波形设计与实现研究。