基于广义旁瓣对消器的 Laguerre 宽带波束形成

刘成城^{*①} 刘亚奇^① 赵拥军^① 杨 静^{①②} ^①(信息工程大学导航与空天目标工程学院 郑州 450001) ^②(72495部队通信科 郑州 450001)

摘 要:基于 Frost 结构的 Laguerre 宽带波束形成器可以获得比 FIR 宽带波束形成器和 IIR 宽带波束形成器更好的性能,但其需要单极点的最优求解过程,存在计算复杂度较高及收敛速度较慢等问题。该文提出一种基于广义旁 瓣对消器(Generalized Sidelobe Canceller, GSC)的 Laguerre 滤波器宽带波束形成算法。该算法首先建立基于 GSC 结构的 Laguerre 宽带波束形成器模型,然后利用最小二乘方法给出一种低复杂度的极点求解方法,最后利用归一 化最小均方根误差方法实现宽带波束形成。仿真实验及理论分析表明,该方法无需基于 Frost 结构的 Laguerre 宽 带波束形成器单极点最优求解过程,在保证算法较高的输出信干噪比的同时,减少了计算复杂度,提高了收敛速度。 关键词:宽带波束形成;Laguerre 滤波器;广义旁瓣对消器;最小二乘;归一化最小均方根误差 中图分类号:TN911.7 文献标识码:A 文章编号:2095-283X(2015)03-0295-06 DOI: 10.12000/JR14104

引用格式:刘成城,刘亚奇,赵拥军,等. 基于广义旁瓣对消器的 Laguerre 宽带波束形成[J]. 雷达学报, 2015, 4(3): 295-300. DOI: 10.12000/JR14104.

Reference format: Liu Cheng-cheng, Liu Ya-qi, Zhao Yong-jun, *et al.* Laguerre wideband beamforming algorithm based on generalized sidelobe canceller[J]. *Journal of Radars*, 2015, 4(3): 295–300. DOI: 10.12000/JR14104.

Laguerre Wideband Beamforming Algorithm Based on Generalized Sidelobe Canceller

Liu Cheng-cheng^① Liu Ya-qi^① Zhao Yong-jun^① Yang Jing^①^② ^①(School of Navigation and Aerospace Object Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China) ^③(Automation Station, Unit 72495, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Compared with conventional FIR and IIR broadband beamformers, the Laguerre broadband beamformer based on the Frost structure can achieve perfect performance. However, it needs the optimal solution of the solo pole, and it suffers high computational complexity and slow convergence speed. To address these problems, a novel Laguerre wideband beamforming algorithm based on GSC is proposed. A novel solution of the poles based on the least square method with low computational complexity is presented on the basis of the GSC structure of a Laguerre wideband beamformer. Thereafter, the broadband beamformer is achieved using the normalized LMS method. The simulations illustrate that without the optimal process of adjusting the solo pole in the Laguerre broadband beamformer based on the Frost structure, the proposed method can ensure high output SINR, reduce the computational complexity, and improve the convergence speed.

Key words: Wideband beamforming; Laguerre filter; Generalized sidelobe canceller; Least square; Normalized least mean square

1 引言

作为阵列信号处理的研究热点和难点之一,宽

*通信作者: 刘成城 lucklcc079@126.com

带波束形成已广泛应用于通信、声呐、雷达以及地 震勘探等众多国民经济领域^[1-3]。两种最基本的 FIR 波束形成器分别为 Frost 波束形成器^[4]和广义 旁瓣对消(Generalized Sidelobe Canceller, GSC)波 束形成器^[5]。它们在每个阵元后面连接预延迟补偿 和一组抽头延迟线(Tapped Delay-Lines, TDL),以 更好地抑制干扰和随机噪声。

²⁰¹⁴⁻⁰⁸⁻⁰⁷ 收到, 2014-11-04 改回; 2014-12-04 网络优先出版 国家自然科学基金(41301481)和国家 863 计划(2011AA7031015)资 助课题

随着处理带宽越来越宽, FIR 宽带波束形成方 法需要较长长度的抽头延迟线以获取期望的输出 信干噪比(Signal to Interference-plus-Noise Ratio, SINR)^[6],但大量的抽头延迟线组将降低自适应权系 数求解的收敛速度、增加计算复杂度。为此, 文献 [7]利用波束空间技术以提高算法的收敛速度,但波 束空间的主波束和副波束的设计需要较大的计算 量。文献[8]基于子带滤波器设计,利用子带宽带波 束形成技术提高了收敛速度,降低了计算量,但子 带滤波器设计复杂且重构误差对输出性能影响较 大。文献[9]在 GSC 结构中引入频率不变约束,降 低了计算量,但文献[7-9]均没有减少权系数的维 数。为了大幅减少权系数的维数, 文献[10]首次提 出利用IIR滤波器代替宽带波束形成器中的FIR滤 波器,在GSC结构下给出3种IIR 宽带波束形成 器,并证明了同等条件下 IIR 宽带波束形成器的性 能优于 FIR 滤波器。文献[11]通过理想滤波器去极 点的设计来降低 IIR 滤波器的阶数。文献[12]将 IIR 滤波器与 FIR 扇形滤波器相结合,有效地应用于部 分自适应阵列中。文献[13]提出基于 TDL 形式的 IIR 宽带波束形成算法,该算法在每个阵元上连接 预延迟补偿和一组类 TDL 形式的 IIR 滤波器,并 结合约束和无约束最小均方误差(LMS)算法求解 最优权系数矢量。基于文献[13],文献[14]进一步给 出了2阶 IIR 单元下的宽带波束形成和 GSC 结构 下新的 IIR 宽带波束形成器, 提高了算法的收敛速 度。文献[10-14]提出的 IIR 宽带波束形成器输出 SINR 较高且抗干扰性能较好,但 IIR 滤波器需要 进行多极点的自适应调整,稳定性得不到保证。为 此, 文献[15]提出了一种基于 Laguerre 滤波器的类 TDL 形式宽带波束形成器^[15]。与传统 IIR 滤波器 相比, Laguerre 滤波器既保持了 FIR 滤波器的稳 定性,又具有 IIR 滤波器较长的记忆深度。另外, Laguerre 宽带波束形成器仅需求解一个单极点,避 免了多极点的自适应调整过程,保证了算法的稳定 性,但单极点的求解仍较复杂,且该算法的收敛速 度较慢。

本文将 Laguerre 滤波器引入 GSC 模型中,构 建 GSC 结构下 Laguerre 宽带波束形成器模型,在 无约束自适应求解的条件下提出一种低复杂度的 Laguerre 滤波器极点选取方法,然后利用归一化最 小均方根误差方法实现宽带波束形成,最后给出了 仿真实验与结果分析。

2 模型

传统的基于 GSC 的 IIR 宽带波束形成器的结构如图 1(a) 所示, w_q 为静态权矢量, B表示阻塞

矩阵。假设 *P* 个远场宽带信号以方位角θ入射到一 均匀直线阵,阵元数为 *M*,每个阵元均连接预延 迟补偿 *T*。则阵列输出误差 *e*(*n*)表示为:

$$e(n) = d(n) - \left(\frac{1}{1 + z^{-1}A(z)}\right) \sum_{i=1}^{M-1} H_i(z) x_i(n)$$
(1)

其中, $x_i(n)$; i = 1, 2, ..., M - 1为阻塞矩阵输出的阵列 接收信号, $H_i(z)$ 和 A(z)分别为全零点滤波器组和全 极点滤波器, d(n)为经静态权矢量加权后的期望输 出。利用牛顿迭代对式(1)进行优化求解,可得最优 零极点, 然后利用自适应滤波即可实现 IIR 宽带波 束形成。文献[10]从最优权值选取和输出信干比两 方面详细证明了同等条件下 IIR 宽带波束形成器的 性能优于 FIR 滤波器。为了进一步提高 GSC 模型 下 IIR 宽带波束形成器的性能,本文将 Laguerre 滤 波器引入 GSC 模型中,并利用归一化最小均方根 误差(Normalized Least Mean Square, NLMS)方法 实现宽带波束形成,具体结构如图 1(b)所示,其中 b_i , i = 1, 2, ..., M - 1表示第 i 个支路上的极点。

3 基于 GSC 的 Laguerre 波束形成器

3.1 Laguerre-Frost 算法

由文献[15]可知, Laguerre 函数通常可以定义为:

$$L_k(z,b) = \sqrt{1-b^2} \frac{\left(z^{-1}-b\right)^k}{\left(1-bz^{-1}\right)^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$
(2)

其中, *b* 为单极点且满足 |*b*| < 1。传递函数 *H*(*z*) 可 以表示为:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k(b) L_k(z,b)$$
(3)

其中, $\alpha_k(b)$ 为 Laguerre 系数,可以通过式(4)进行 求解

$$\alpha_{k}(b) = \langle H(z)L_{k}(z,b) \rangle = \frac{1}{2\pi j} \oint_{C} H(z)L_{k}(z^{-1},b)z^{-1}dz (4)$$

为了实现宽带波束形成,假设目标滤波器 H_{bp}(z)为一个理想带通滤波器

$$H_{\rm bp}(z) = \begin{cases} z^{-\tau}, & e^{jw_1} < z < e^{jw_2}, e^{-jw_2} < z < e^{-jw_1} \\ 0, & \ddagger \& \end{cases}$$
(5)

对 Laguerre 函数进行 J 阶的截断处理

$$\widehat{H}(z) = \sum_{k=0}^{J} \alpha_k(b) L_k(z, b) \approx H_{\rm bp}(z) \tag{6}$$

令 $z = e^{jw}$,则理想频率响应 $H_{bp}(z)$ 与 Laguerre 频率 响应 $\hat{H}(z)$ 之间的均方误差为:

$$\varepsilon(b) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} \left| H_{\rm bp} \left(e^{jw} \right) - \widehat{H} \left(e^{jw} \right) \right|^2 \mathrm{d}w \qquad (7)$$
将式(3)代入式(7),则



(b) 基于GSC的Laguerre波束形成器结构 (b) Laguerre beamformer structure based on GSC

图 1 宽带波束形成结构图

Fig. 1 Wideband beamformer structure

$$\varepsilon(b) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} \left| H_{\rm bp}\left(e^{jw} \right) - \sum_{k=0}^{J} \alpha_k(b) L_k(z,b) \right|^2 \mathrm{d}w \quad (8)$$

对式(8)求单极点b的导数并令其等于零,利用 Laguerre函数的正交特性,可得

$$\frac{\mathrm{d}(\varepsilon(b))}{\mathrm{d}b} = \sum_{k=0}^{J} \alpha_k(b) - \frac{\mathrm{d}(\alpha_k(b))}{\mathrm{d}b}$$
$$= \frac{J+1}{1-b^2} \alpha_J(b) \alpha_{J+1}(b) = 0 \tag{9}$$

由文献[10]可知,最优的单极点 b_{opt} 是满足 $\alpha_{J+1}(b) = 0$ 的一个解。但 $\alpha_{J+1}(b) = 0$ 存在多个解, 由文献[15]中的 Laguerre-Frost 算法需要利用搜索 算法寻找使得误差 $\varepsilon(b)$ 最小的解,即最优的单极点 b_{opt} ,过程较为复杂,且收敛速度较慢。详细过程 见文献[15],在此不再赘述。

3.2 本文算法

GSC 结构可以利用无约束的 NLMS 实现自适 应,所以各支路 Laguerre 滤波器组的最优单极点 可以是同一个最优值 $b_i = b_j$, $i, j = 1, 2, \dots, M - 1$,也 可以选择相互独立的不同的值 $b_i \neq b_j$ 。如果选择相 互独立的最优单极点的值,则基于 GSC 的 Laguerre 宽带波束形成算法无需搜索式(9)的最优解,选择其 所有解中满足 |b| < 1 的值即可避免最优值的寻优过 程,极大地减少了滤波器设计的复杂度。

为了减少计算复杂度,本文选取相互独立的极点,则信号 $\tilde{x}(n)$ 经 Laguerre 滤波器后可得

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{x}_{m,1}(n) = b_m \tilde{x}_{m,1}(n-1) + \sqrt{1 - b_m^2} r_m(n) \\ \tilde{x}_{m,j}(n) = \tilde{x}_{m,j-1}(n-1) + b_m \tilde{x}_{m,j}(n-1) - b_m \tilde{x}_{m,j-1}(n) \\ m = 1, 2, \cdots, M - 1, \quad j = 2, 3, \cdots, J \end{array} \right\}$$
(10)

由图 1(b)可知,GSC 宽带波束形成器的最优权 矢量 **w**为:

$$\boldsymbol{w} = [w_{1,1} \quad \cdots \quad w_{M-1,1} \quad \cdots \quad w_{1,J} \quad \cdots \quad w_{M-1,J}]^{\mathrm{T}}$$
(11)

$$y(n) = d(n) - \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}(n)\tilde{\boldsymbol{x}}(n) \tag{12}$$
$$\tilde{\boldsymbol{x}}(n)$$

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \mu \frac{\boldsymbol{x}(n)}{\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{H}}(n)\tilde{\boldsymbol{x}}(n)} \boldsymbol{y}^{*}(n) \qquad (13)$$

其中, μ为 NLMS 迭代步长, *表示共轭。

4 仿真分析

考虑一阵元数为 12 的均匀直线阵,选取 Laguerre 滤波器、IIR 滤波器和 FIR 滤波器的阶数 均为 10,期望信号来向为 0°,两个干扰信号分别来 自于 20°和-45°。期望信号和干扰信号的最低频率 $f_i = 800$ MHz,带宽为 B = 400 MHz,选取离散频 率点数为 15。阵元间距取期望信号最高频率对应波 长的一半,信噪比为 10 dB,信干比均为-40 dB, 迭代次数为 2000,迭代步长设为 0.05,每次均做 200 次蒙特卡罗实验。

实验1 阵列响应性能

阵列响应增益(dB)

从图 2(a)和图 2(b)可以看出,本文算法波束主



Fig. 2 Array response pattern

波束可以准确地指向期望信号方向,并在两个干扰 方向上形成了很深的零陷。图 2(c)给出了本文算法、 文献[15]中的基于Frost 模型的Laguerre 波束形成器 (Laguerre-Frost)、文献[14]中基于 GSC 的 IIR 波束 形成器(IIR-GSC)及传统 GSC 方法的期望信号 0°及 干扰信号 20°在不同频率下阵列响应的变化。从图 2(c)中上面的4条曲线可以看出,4种算法在0°方向 的阵列幅度响应均保持在0dB左右,不同频率下的 阵列幅度响应基本一致。图 2(c)在-60 dB 以下的曲 线代表了4种算法在干扰方向20°上形成的零陷。本 文算法在方位角为 20°的干扰方向上形成较深的零 陷,与Laguerre-Frost方法和传统GSC方法相比, 抗干扰性能有所提高。而 IIR-GSC 方法抗干扰性能 较好,与本文算法性能相当,但 IIR-GSC 方法需要 多极点的自适应调整过程和牛顿迭代方法, 计算复 杂度较高,性能稳定性较差。

实验2 收敛速度分析

假设迭代次数为 100~2000,其他仿真条件不 变。比较本文算法、Laguerre-Frost 方法、IIR-GSC 方法及传统 GSC 方法在不同迭代次数下输出 SINR 的变化。



从图 3 可以看出,随着迭代次数的增加,所 有算法的输出 SINR 均不断增加。因为本文算法将 Laguerre 滤波器引入了 GSC 结构,多极点的计算可 以简单地利用最小二乘求解,所以收敛速度较快, 在迭代 400 次左右时输出 SINR 稳定在 17 dB,在 整个迭代范围内均高于其他 3 种算法。Laguerre-Frost 方法采用有约束的迭代方式,需迭代 1500 左 右才可以收敛,但输出 SINR 高于 IIR-GSC 方法和 传统 GSC 方法。而 IIR-GSC 方法中基于牛顿迭代 方法的多极点和权值的自适应调整过程导致该算法 不仅收敛速度较慢,而且在迭代次数小于 600 次时, 输出 SINR 低于传统 GSC 方法。

实验3 随 SNR 增加输出性能分析

假设 SNR 从-10 dB 增加到 35 dB,迭代次数为 2000,其他仿真参数不变。比较本文算法、Laguerre-Frost 方法、IIR-GSC 方法及传统 GSC 方法在不同 SNR 条件下输出 SINR 的变化。

从图 4 可以看出,随着 SNR 的增加,所有算法的输出 SINR 均不断增加,本文算法的输出 SINR



图 3 随迭代次数增加时算法输出性能

Fig. 3 Output performance versus the number of iterations

参考文献

- Liu W and Weiss S. Wideband Beamforming: Concepts and Techniques[M]. Chichester, UK, John Wiley & Sons, 2010: 1–50.
- [2] 范展,梁国龙.基于凸优化的最小旁瓣恒定束宽时域宽带波 束形成[J].电子学报, 2013, 41(5): 943-949.
 Fan Zhan and Liang Guo-long. Broadband beamforming with minimum sidelobe and constant beamwidth based on convex optimization[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(5): 943-949.
- [3] Zhao Y, Liu W, and Langley R J. An application of the least squares approach to fixed beamformer design with frequency invariant vonstraints[J]. *IET Signal Processing*, 2011, 5(3): 281–291.

在整个期望信号 SNR 范围内均高于其他 3 种算法。 当算法均收敛至最优解时, Laguerre-Frost 方法的输 出 SINR 高于 IIR-GSC 方法和传统 GSC 方法。但 与传统 GSC 相比, 3 种宽带波束形成器输出 SINR 均有提高。因此,在稳定性得到保证的条件下,基 于 Laguerre 滤波器设计的宽带波束形成器的输出性 能将优于同阶数的基于 FIR 滤波器和 IIR 滤波器设 计的自适应波束形成器。

5 结论

本文建立了基于 GSC 结构的 Laguerre 宽带波 束形成器模型,利用最小二乘方法给出一种低复杂 度的极点求解方法,结合 NLMS 方法实现宽带波束 形成。与 Laguerre-Frost 方法和 IIR-GSC 方法相比, 本文提出的基于 GSC 结构的 Laguerre 宽带波束形成 器有如下优点:(1)避免了传统 IIR 滤波器多极点的 自适应调整过程,保证了算法的稳定性;(2)简化了 Laguerre-Frost 方法的极点优化过程;(3)利用 GSC 结 构的无约束自适应求解方法,极大地提高了收敛速度。



图 4 SNR 增加时算法输出性能

Fig. 4 $\,$ Output performance versus the SNRs $\,$

- [4] Frost III O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1972, 60(8): 926–935.
- [5] Griffiths L J and Jim C W. An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1982, 30(1): 27–34.
- [6] Vook F W and Compton R T. Bandwidth performance of linear adaptive arrays with tapped delay-line processing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(3): 901–908.
- [7] Sekiguchi T and Karasawa Y. Wideband beamspace adaptive array utilizing FIR fan filters for multibeam forming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(1): 277–284.
- [8] Liu W, Weiss S, and Hanzo L. A subband-selective

broadband GSC with cosine-modulated blocking matrix[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(3): 813–820.

- [9] Liu W, Weiss S, and Hanzo L. A generalized sidelobe canceller employing two-dimensional frequency invariant filters[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(7): 2339–2343.
- [10] Gooch R P and Shynk J J. Wideband adaptive array processing using pole-zero digital filters[J]. *IEEE Transactions* on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 355–367.
- [11] Adkins C N and Turtora J J. A broadband beam former with pole-zero unconstrained jammer rejection in linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996,

作者简介

刘成城(1986-),男,江苏省东台市人, 信息工程大学博士研究生,主要从事阵 列信号处理、电子对抗等方面的研究工 作。

E-mail: luckylcc079@126.com

刘亚奇(1990-),男,河南省商丘市人,信息工程大学硕士研 究生,主要从事阵列信号处理方面的研究工作。 E-mail: skylar1235@126.com 44(2): 438-441.

- [12] Ghavami M and Kohno R. Recursive fan filters for a broadband partially adaptive antenna[J]. *IEEE Transactions* on Communications, 2000, 48(2): 185–188.
- [13] Duan H, Ng B P, and See C N. A new broadband beamformer using IIR filters[J]. *IEEE Signal Processing Letter*, 2005, 12(11): 776–779.
- [14] Duan H, Ng B P, See C N, et al. Broadband beamforming using TDL-form IIR filters[J]. *IEEE Transactions on Signal* Processing, 2007, 55(3): 990–1003.
- [15] Seydnejad S R and Ebrahimi R. Broadband beamforming using Laguerre filters[J]. Signal Processing, 2012, 92(1): 1093–1100.

赵拥军(1964-),男,河南省新乡市人,信息工程大学教授, 博士生导师,《电子测量与仪器学报》编委,中国电子学会 电子测量与仪器分会委员,中国电子学会高级会员,中国图 像图形学会会员,主要从事雷达与信息信号处理、空间目标 探测与定位、电子对抗等方面的研究工作。 E-mail: zhaoyjzz@163.com

杨 静(1986-),女,河南省南阳市人,信息工程大学硕士,助理工程师,主要从事通信与信息信号处理、电子对抗等方面的研究工作。

E-mail: yangjing1028@126.com

